ВВЕДЕНИЕ

Для современного специалиста в области создания радиотехнических систем (РТС) различного назначения, в том числе систем радиосвязи, курс статистической теории радиотехнических систем (СТРТС) является ключевым, для освоения специальности.

Задача курса познакомить студента с теоретическими основами инженерной деятельности в области синтеза РТС. При этом главное внимание уделяется методам решения основной задачи решаемой инженером при создании любой современной РТС – извлечению информации из наблюдаемых в шумах и искаженных в процессе передачи сигналов.

Курс содержит описание основных методов СТРТС, в том числе методов обнаружения, различения, разрешения, измерения параметров и фильтрации сигналов.

ЛЕКЦИЯ №1. Основные понятия теории радиотехнических систем. Классификация РТС. Используемые частотные диапазоны. Регламент радиосвязи. Общая модель радиотехнической системы. Представление сигналов в РТС. Интегральные преобразования в РТС.

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В курсе рассматриваются теоретические основы анализа и синтеза радиотехнических систем (РТС) различного назначения. Под **РТС** понимают информационные системы, осуществляющие извлечение, разрушение и передачу информации с помощью радиоволн. Характерным признаком РТС является использование радиосигналов. **Радиосигналом** называется радиоволна, несущая информацию. В свою очередь **радиоволнами** называют электромагнитные колебания, частота которых меньше 3000 ГГц, распространяющиеся в пространстве без искусственного волновода.

Назначение информации – один из признаков классификации РТС. Так к системам передачи информации относят системы радиосвязи, радио- и телевещания, радиоуправления. К системам извлечения информации относятся радиолокационные (РЛС) и радионавигационные системы, системы радиоастрономии, радиоразведки.

Системы разрушения информации это средства радиоэлектронной борьбы (противодействия), основное назначение которых обеспечение невозможности работы радиотехнических систем противника.

По принципу построения иногда разделяют аналоговые и цифровые РТС, по типу используемого сигнала различают непрерывные и импульсные.

РТС различного назначения могут быть описаны в терминах информационных систем и представлены в виде обобщенной структурной схемы, показанной на Рис.1.1.

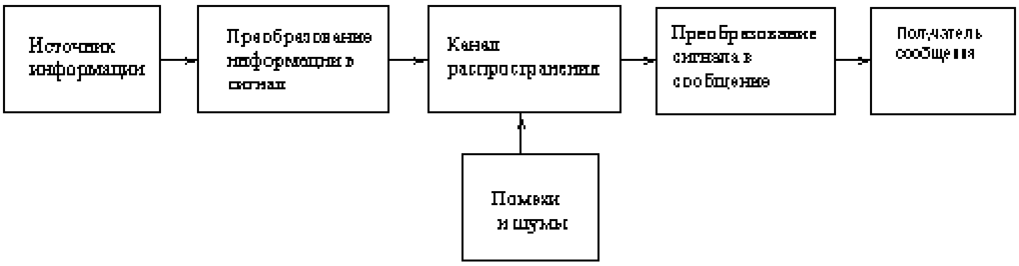


Рис. 1.1. Обобщенная структурная схема РТС.

Для систем передачи информации подобная схема имеет очевидные аналогии с физическими блоками устройства связи. Источник информации в этом случае это человек или компьютер. Процесс преобразования информации в сигнал это процесс модуляции несущего сигнала информационным сообщением и последующее излучение модулированного радиосигнала в пространство. Для систем извлечения информации роль источника выполняет исследуемый объект, параметры которого, модулируют облучающее его излучение. В обоих случаях модулированный радиосигнал распространяется в открытом пространстве и принимается приемником РТС, задача которого преобразовать (демодулировать или детектировать) принятый сигнал в сообщение.

В теории РТС **канал распространения сигнала** (или просто канал) это не только физическая среда распространения сигнала, но и антенно-фидерное устройство, входные цепи приемника, выходные цепи и антенно-фидерное устройство передатчика. Как правило, канал начинается там, где происходит формирование сигнала и заканчивается в месте, где начинается процесс извлечения информации из сигнала в аналоговом или цифровом устройстве обработки сигнала.

В большинстве случаев основным фактором, ограничивающим тактико-технические характеристики РТС, является наличие в канале искажений сигнала и помех различного происхождения.

Помехой называют любое случайное воздействие на сигнал, которое ухудшает потребительские характеристики РТС. Под **искажением сигнала** подразумевают, как правило, детерминированное, нежелательное изменение формы сигнала в процессе передачи, распространения или приема.

По характеру взаимодействия помех с полезным сигналом различают аддитивные (складывающиеся с информационным сигналом) и мультипликативные (умножающиеся на информационный сигнал) помехи.

По происхождению помехи делятся на естественные и искусственные, внешние (атмосферные, индустриальные, межсистемные, преднамеренные, космические) и внутренние (тепловой шум, наводки, шумы дискретизации и квантования).

По виду помехи различают: импульсные, сосредоточенные по частоте и флуктуационные помехи. **Импульсные помехи** это мешающие сигналы, имеющие короткую длительность и, как правило, значительную амплитуду (по сравнению с полезным сигналом). Источниками таких помех обычно являются электрические разряды различного происхождения.

Сосредоточенные по частоте помехи это обычно квазигармонические сигналы других РТС, наводки от других блоков системы и т.п. По форме эти помехи характеризуются большой длительностью и наличием выраженной средней частоты в спектре.

Наиболее разрушительным для РТС действием обладают **флуктуационные помехи**. Особенность этих помех их одновременная протяженность во временной и частотной областях. Основными источниками помех такого типа являются входные цепи радиоприемников (тепловой шум), собственное радиоизлучение космических объектов, постановщики преднамеренных помех.

Наличие искажений и помех разрушает передаваемую в тракте РТС информацию. Поэтому основная проблематика теории РТС это извлечение переданной информации из искаженного в канале распространения сигнала наилучшим для данной системы образом и соответственно оптимальный выбор несущих сигналов и их параметров.

Способность РТС выполнять свои функции с заданным качеством в условиях искажений и помех называют **помехоустойчивостью** РТС.

В зависимости от назначения РТС основные задачи, решаемые при разработке способа (алгоритма) извлечения информации в РТС это обнаружение, различение, оценка параметров, фильтрация и разрешение искаженных сигналов на фоне помех.

Обнаружение сигнала это принятие решения о наличии или отсутствии, как правило, известного заранее сигнала в принятом колебании в условиях искажений и на фоне помех в канале.

Различение сигналов это принятие решения о наличии в принятом колебании одного из нескольких, как правило, заранее известных сигналов в условиях искажений и на фоне помех в канале. Обнаружение сигнала это частный случай различения 2-х сигналов.

Оценка параметров сигналов это принятие решения о значении одного или нескольких параметров переданного сигнала по принятому колебанию в условиях искажений и на фоне помех в канале.

Фильтрация это оценка одного или нескольких параметров сигнала, зависящих от времени в условиях искажений и на фоне помех в канале.

Разрешение сигналов это раздельное извлечение информации из наблюдаемых одновременно в принятом колебании однотипных сигналов в условиях искажений и на фоне помех в канале.

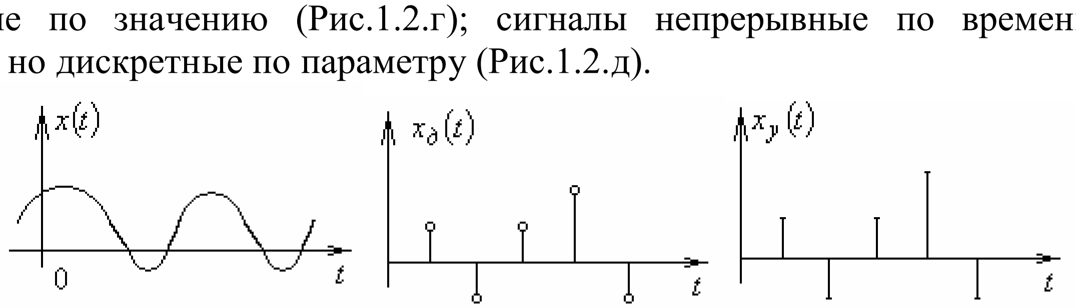
Восстановление сигналов это частный случай задачи фильтрации сигнала, искаженного в линейном канале распространения, на фоне помех.

При этом как информационные сигналы, так и помехи являются случайными явлениями, природа и свойства которых изучаются в теории вероятностей и математической статистике. Именно поэтому изучаемая дисциплина называется **статистической теорией РТС** (СТРТС).

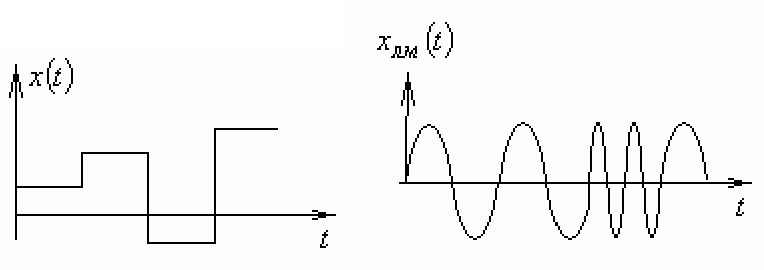
1.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИГНАЛОВ В РТС

Сигналы и помехи в РТС являются функциями пространства и времени. В теории РТС удобно описывать сигналы различных типов элементами неких множеств или точками пространств.

По типу сигналы в РТС можно разделить на пять типов: сигналы непрерывные по значению и времени (Рис.1.2.а); сигналы непрерывные по значению и дискретные по времени (Рис.1.2.б); сигналы дискретные по времени и значению (цифровые сигналы) (Рис.1.2.в); сигналы непрерывные по времени и дискретные по значению (Рис.1.2.г); сигналы непрерывные по времени и значению, но дискретные по параметру (Рис.1.2.д).



а) б) в)



г) д)

Рис.1.2. Типы сигналов в РТС.

Анализ основных типов сигналов показывает, что основными множествами, которые можно использовать в теории РТС для описания сигналов, являются множества целых (**Z**), действительных (**R**) и комплексных (**C**) чисел; наборов из n целых ($\mathbf{Z}^{n}$), действительных ($\mathbf{R}^{n}$) и комплексных ($\mathbf{C}^{n}$) чисел (векторов); бесконечных последовательностей чисел ($\mathbf{Z}^{\infty}$, $\mathbf{R}^{\infty}$, $\mathbf{C}^{\infty}$); множества функций временного и/или пространственного аргумента (**L**). Пространство **L** называют также функциональным пространством.

Так, например, сигнал, показанный на Рис.1.2.б можно рассматривать как элемент множества $\mathbf{R}^5$, а сигнал, показанный на Рис.1.2.в как элемент $\mathbf{Z}^5$. Сигналы, изображенные на Рис.1.2.а,г,д можно рассматривать как элементы пространства **L**.

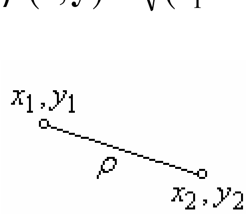
Рассмотрим более подробно свойства совокупностей (множеств) сигналов используя некоторые математические модели и определения.

Метрическое пространство - множество элементов (сигналов) с определенным на этом множестве однозначной, неотрицательной, действительной функцией $\rho(\mathbf{x},\mathbf{y})$, называемой расстоянием между сигналами, такой что:

1) $\rho(\mathbf{x},\mathbf{x}) = 0$;
2) $\rho(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \rho(\mathbf{y},\mathbf{x})$;
3) $\rho(\mathbf{x},\mathbf{y}) \le \rho(\mathbf{y},\mathbf{z}) + \rho(\mathbf{z},\mathbf{x})$.

Пример 1.1.

Пусть A - метрическое множество сигналов, представляющих собой вектора множества $\mathbf{R}^2$, $(x,y)^T \in A$, и $\rho(\mathbf{x},\mathbf{y}) \ge 0$ - расстояние между сигналами $(x_1,y_1)^T$, и $(x_2,y_2)^T$ может быть задано в виде $\rho(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.



Векторное пространство $\mathbf{R}^{n}$ называется **линейным пространством**, если вектора в этом пространстве можно складывать и вычитать, а также умножать на скаляр (вещественное число). Т.е. для любых двух элементов $\mathbf{x},\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{n}$ однозначно определен 3-й элемент $\mathbf{z}$, называемый их суммой, причем

$\mathbf{x}+\mathbf{y}=\mathbf{y}+\mathbf{x}$; $\mathbf{x}+(\mathbf{y}+\mathbf{z})=(\mathbf{x}+\mathbf{y})+\mathbf{z}$; $\mathbf{x}+\mathbf{0}=\mathbf{x}$; $\mathbf{x}+(-\mathbf{x})=\mathbf{0}$. Кроме того, для любых $\alpha,\beta\in$ **R** и $\mathbf{x},\mathbf{y}\in$ $\mathbf{R}^n$ справедливы следующие свойства: $\alpha(\beta\mathbf{x})=(\alpha\beta)\mathbf{x}$; $1\mathbf{x}=\mathbf{x}$; $(\alpha+\beta)\mathbf{x}=\alpha\mathbf{x}+\beta\mathbf{x}$; $\alpha(\mathbf{x}+\mathbf{y})=\alpha\mathbf{x}+\alpha\mathbf{y}$.

В линейном пространстве $\mathbf{R}^n$ можно ввести метрику (расстояние) между векторами $\mathbf{x}=(x_1,...,x_n)^T$ и $\mathbf{y}=(y_1,...,y_n)^T$ следующего вида:

$$\rho(\mathbf{x},\mathbf{y})=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2} \tag{1.1}$$

Линейное пространство $\mathbf{R}^n$ с такой метрикой называется **евклидовым пространством.**

Скалярным произведением векторов в линейном пространстве называется действительная функция 2-х аргументов $(\bullet,\bullet)$ такая, что: $(\mathbf{x},\mathbf{y})=(\mathbf{y},\mathbf{x})$; $(\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2,\mathbf{y})=(\mathbf{x}_1,\mathbf{y})+(\mathbf{x}_2,\mathbf{y})$; $(\lambda\mathbf{x},\mathbf{y})=\lambda(\mathbf{x},\mathbf{y})$; $(\mathbf{x},\mathbf{x})\geq 0$, где $\mathbf{x},\mathbf{x_1},\mathbf{x_2},\mathbf{y}\in$ $\mathbf{R}^n$, $\lambda\in$ **R**.

В евклидовом пространстве $\mathbf{R}^n$ можно ввести скалярное произведение векторов $\mathbf{x}=(x_1,...,x_n)^T$ и $\mathbf{y}=(y_1,...,y_n)^T$ с помощью функции

$$(\mathbf{x},\mathbf{y})=\sum_{i=1}^{n}x_i y_i\,. \tag{1.2}$$

Нормой в пространстве со скалярным произведением называется функция

$$\|\mathbf{x}\|=\sqrt{|(\mathbf{x},\mathbf{x})|}\,. \tag{1.3}$$

В векторном пространстве норма имеет смысл модуля или длины вектора, в линейном пространстве скалярное произведение и норма могут быть введены сразу без определения расстояния. В этом случае расстояние между двумя элементами можно определить с помощью нормы в виде

$$\rho(\mathbf{x},\mathbf{y})=\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|. \tag{1.4}$$

Такие пространства называют **линейными нормированными пространствами** или **гильбертовыми пространствами.** Другими словами линейное пространство со скалярным произведением называется гильбертовым пространством**.**

Введенные определения справедливы не только для конечномерных (векторных) пространств, но и для бесконечномерных пространств, примером которых являются пространства $\mathbf{Z}^\infty$, $\mathbf{R}^\infty$, $\mathbf{C}^\infty$, **L**.

В теории РТС часто используется **пространство сигналов с конечной энергией**, которое обозначается $\mathbf{L}_2$. Элементами этого пространства являются функции времени (сигналы) $x(t), y(t)$ при условии конечности их энергий, т.е. энергия сигнала $x(t)$ $E_x=\int_{=\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt<\infty$ и $E_y<\infty$ ограничена.

В функциональном пространстве $\mathbf{L}_2$ скалярное произведение сигналов $x(t), y(t)$ имеет вид

$$(\mathbf{x},\mathbf{y})=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)y(t)dt\,. \tag{1.5}$$

Соответственно норма элемента $x \in \mathbf{L}_2$ может быть записана в виде

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt} = \sqrt{E_x}\ . \tag{1.6}$$

Расстояние в $\mathbf{L}_2$ между сигналами $x(t), y(t)$:

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t) - y(t)|^2 \, dt}\ . \tag{1.7}$$

Пространство сигналов с конечной энергией может быть определено на интервале времени [0,T], в этом случае используется обозначение $\mathbf{L}_2$[0,T]. Это пространство может быть использовано для описания периодических сигналов с периодом *T*.

1.3. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ СИГНАЛОВ

Ненулевые вектора линейного пространства $\mathbf{R}^n$ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_s$ называются **линейно независимыми**, если равенство $\alpha_1 \mathbf{x}_1 + \alpha_2 \mathbf{x}_2 + \ldots + \alpha_s \mathbf{x}_s = 0$ выполняется только в случае, когда $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s \in \mathbf{R}$ одновременно равны нулю. Это свойство системы векторов $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_s$ означает, что ни один из них нельзя представить линейной комбинацией оставшихся.

В линейном пространстве $\mathbf{R}^n$ всегда найдется не более чем *n* – линейно независимых векторов, которые называются **базисом пространства $\mathbf{R}^n$.**

Пусть $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n$ – базис в $\mathbf{R}^n$**.** Базис называется **ортогональным**, если попарное скалярное произведение этих векторов

$$\left(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j\right) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \sigma_i \neq 0, & i = j, \quad \sigma_i \in \mathbf{R} \end{cases}. \tag{1.8}$$

Базис, для которого $\sigma_i = 1$ называется **ортонормированным** базисом.

В бесконечномерном пространстве, например $\mathbf{L}_2$, базис содержит бесконечное число элементов.

В линейном пространстве любой элемент может быть разложен по базису (по координатам) и представлен в следующем виде

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \mathbf{e}_i\ , \tag{1.9}$$

где $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n, \ldots\}$ - базис, $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots\}$- координаты элемента x по этому базису вычисляются по формуле проектирования $\lambda_i = (\mathbf{x}, \mathbf{e}_i)$.

Базисом функционального пространства являются бесконечное число базисных функций: $\{\psi_1(t), \ldots, \psi_n(t), \ldots\}$, в этом случае (1.9) можно переписать в виде

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \cdot \psi_i(t)\ . \tag{1.10}$$

Это выражение называют иногда **обобщенным рядом Фурье**, который сходится всегда, когда $x(t)$ является элементом гильбертова пространства. Соотношения между введенными пространствами иллюстрирует Рис.3.

Рис.1.3. Соотношения между пространствами сигналов.

Рассмотрим пространство периодических сигналов $\mathbf{L}_2[0,T]$. Сигнал $x(t)$ называется периодическим с периодом T, если $x(t) = x(t \pm T)$.

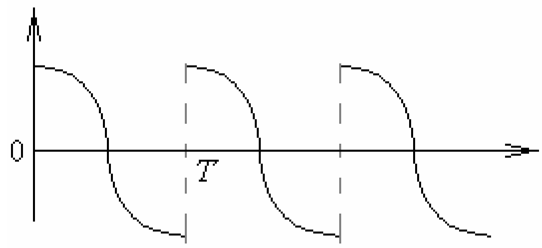


Рис.1.4. Периодический сигнал.

В этом пространстве можно определить систему ортогональных гармонических сигналов (11), которая является базисом $\mathbf{L}_2[0,T]$.

$$\left\{\begin{matrix} 1, \cos\frac{2\pi}{T}t, \cos\frac{4\pi}{T}t, \ldots, \cos\frac{2\pi k}{T}t, k > 0 \\ \sin\frac{2\pi}{T}t, \sin\frac{4\pi}{T}t, \ldots, \sin\frac{2\pi k}{T}t \end{matrix}\right\} \tag{1.11}$$

В этом случае в соответствии с (1.10) получим выражение ряда Фурье в классическом (тригонометрическом) виде:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\frac{2\pi k}{T}t + b_k \sin\frac{2\pi k}{T}t, \tag{1.12}$$

где коэффициенты разложения определяются по формулам:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt,$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt. \quad (1.13)$$

Ряд (1.12) можно переписать в виде разложения по функциям косинуса или гармоникам (1.14).

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right). \quad (1.14)$$

В этом случае амплитуды гармоник $A_k = \sqrt{{a_k}^2 + {b_k}^2}$ называют **амплитудным спектром** сигнала $x(t)$, а их начальные фазы $\varphi_k = arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$ соответственно **фазовым спектром** сигнала $x(t)$.

Обратно коэффициенты $\{a_k, b_k\}$ можно найти в виде: $a_k = A_k \cos(\varphi_k)$, $b_k = A_k \sin(\varphi_k)$.

Часто встречается запись ряда Фурье (1.12) в комплексной форме:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} C_k \exp\left(j \frac{2\pi kt}{T}\right),$$

$$C_k = \frac{1}{2}(a_k + jb_k),\ k \ge 0,\ C_{-k} = C_k^*,$$

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \exp\left(-j \frac{2\pi kt}{T}\right) dt \quad (1.15)$$

Пример 1.2.

Найдем коэффициенты разложения в ряд Фурье сигнала $x(t)$, представляющего собой бесконечную последовательность прямоугольных импульсов длительностью τ с периодом T и амплитудой A.

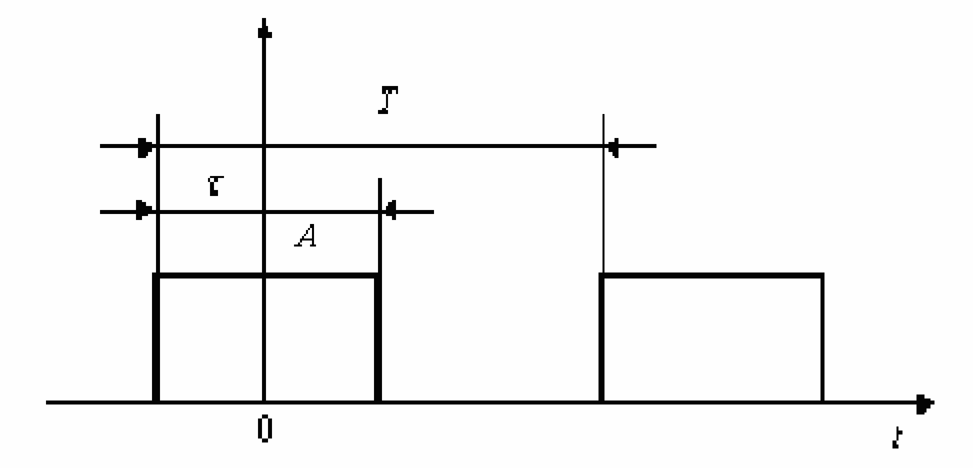


Рис.1.5. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов.

Коэффициенты разложения получим, воспользовавшись формулами (1.13):

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A\cos\frac{2\pi kt}{T}dt = \frac{4A}{T}\int_{0}^{\frac{\tau}{2}}\cos\frac{2\pi kt}{T}dt = \frac{2A\tau}{T}\frac{\sin\left(\frac{\pi\tau k}{T}\right)}{\frac{\pi\tau k}{T}}, \quad b_k = 0.$$

Соответственно подставляя в (1.12) полученные коэффициенты ряд Фурье можно записать в виде

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2A\tau}{T}\frac{\sin\left(\frac{\pi\tau k}{T}\right)}{\frac{\pi\tau k}{T}}\cos\frac{2\pi k}{T}t.$$

Амплитудный и фазовый спектры:

$$A_k = \left|\frac{2A\tau}{T}\frac{\sin\left(\frac{\pi\tau k}{T}\right)}{\frac{\pi\tau k}{T}}\right|, \qquad \varphi_k = 0.$$

Спектральные характеристики сигналов удобно анализировать с помощью спектральных диаграмм, пример которой показан на Рис.1.6.

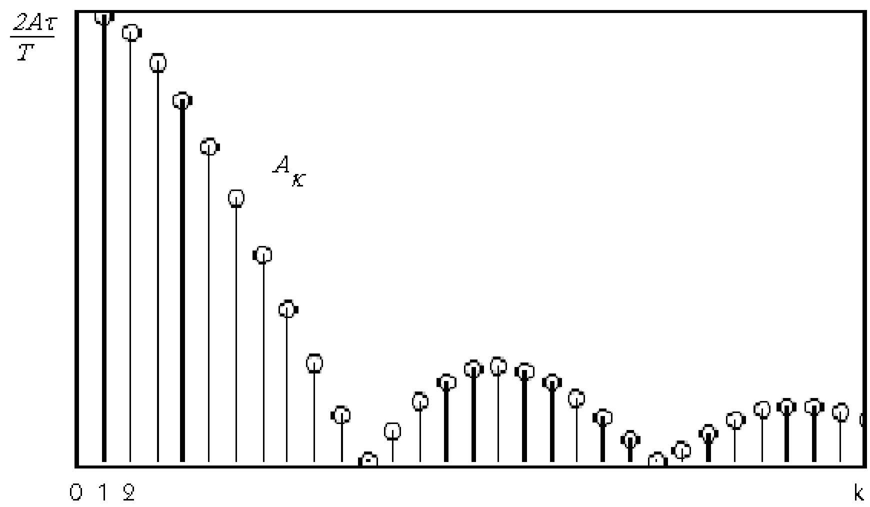


Рис.1.6. Спектральная диаграмма периодической последовательности прямоугольных импульсов.

Представление сигнала суммой гармонических функций (1.15) может быть обобщено на случай непериодических сигналов, принадлежащих пространству $\mathbf{L}_2$. Для этого запишем (1.15) в виде:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty}\frac{C_k}{\Delta f}\exp(j\Delta\omega kt)\Delta\omega, \qquad \Delta\omega = 2\pi\Delta f = \frac{2\pi}{T}. \qquad (1.16)$$

Рассмотрим предельный переход (1.16) при $T \to \infty$. Предельным значением ряда Фурье при $T \to \infty$ является интеграл Фурье, который можно записать в виде

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(j\omega)e^{j\omega t}dt, \qquad (1.17)$$

где $x(j\omega) = \lim\limits_{\Delta f \to 0}\frac{C_k}{\Delta f}$ - имеет смысл плотности амплитуд спектра в расчете на единицу полосы частот Δf и называется **спектральной плотностью** сигнала $x(t)$ по Фурье. Формула для C_k в (1.15) при $T \to \infty$ принимает вид

$$x(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt. \qquad (1.18)$$

Соотношения (1.17) и (1.18) вместе образуют **пару преобразований Фурье**. Выражение (1.18) называют прямым, а (1.17) – обратным преобразованием Фурье. Спектральную плотность сигнала всегда можно вычислить, если $x(t) \in \mathbf{L}_2$. Зная спектральную плотность $x(j\omega)$ можно восстановить функцию $x(t)$, вычислив обратное преобразование Фурье. Процесс вычисления прямого преобразования Фурье будем обозначать в виде

$$x(t) \xrightarrow{\Phi} x(j\omega).$$

Пример 1.3.

Вычислим спектральную плотность сигнала $x(t)$, представляющего собой одиночный прямоугольный импульс длительностью τ амплитудой A (Рис.1.7).

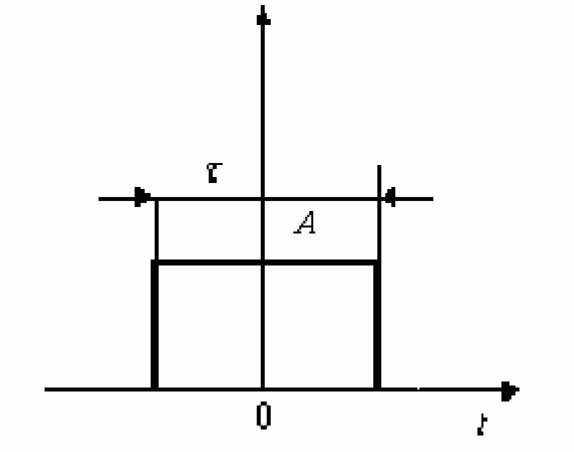


Рис.1.7. Прямоугольный импульс.

Воспользуемся формулой (1.18).

$$x(j\omega)=\int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}}Ae^{-j\omega t}dt=2A\int_{0}^{+\frac{\tau}{2}}\cos(\omega t)dt=A\tau\frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\frac{\omega\tau}{2}}.$$

Спектральная диаграмма прямоугольного импульса, представляющая собой зависимость модуля спектральной плотности от частоты показана на Рис.1.8.

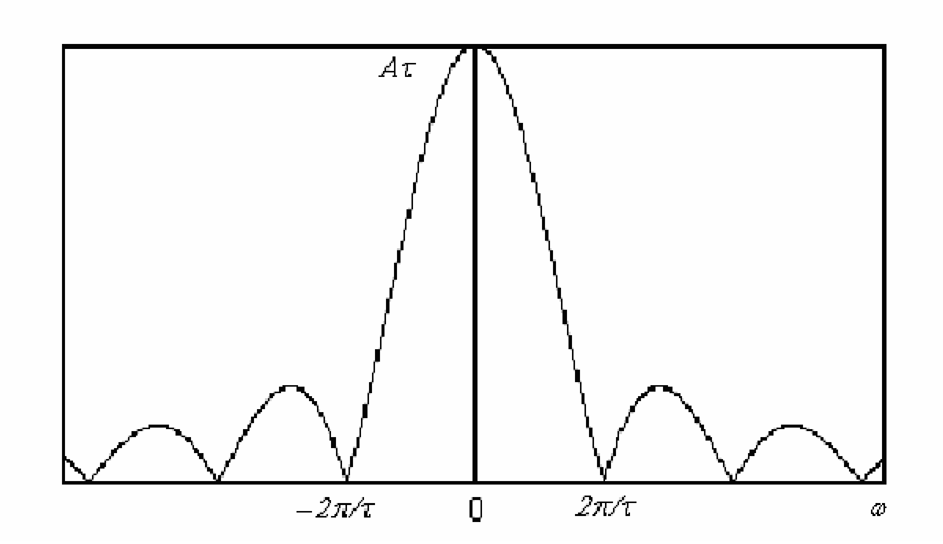


Рис.1.8. Спектральная диаграмма прямоугольного импульса.

Приведем без доказательства некоторые полезные свойства преобразования Фурье:

1. Линейность

$$\alpha x(t)+\beta y(t)\xrightarrow{\Phi}\alpha x(j\omega)+\beta y(j\omega), \tag{1.19}$$

где $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$, $x(t),y(t)\in\mathbf{L}_2$.

2. Равенство Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |x(j\omega)|^2 d\omega . \qquad (1.20)$$

3. Обобщенная формула Релея

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(j\omega) y^*(j\omega) d\omega . \qquad (1.21)$$

4. Теорема о свертке

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y(t-\tau) dt \quad \xrightarrow{\Phi} \quad x(j\omega) y(j\omega). \qquad (1.22)$$

5. Преобразование Фурье гармонических функций:

$$\cos\omega_0 t \quad \xrightarrow{\Phi} \quad \frac{1}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right], \qquad (1.23)$$

$$\sin\omega_0 t \quad \xrightarrow{\Phi} \quad -j\frac{1}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right], \qquad (1.24)$$

где $\delta(x)$ - функция Дирака, которую можно определить в следующем виде

$$\delta(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} dt , \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega) d\omega = 1 . \qquad (1.25)$$

6. Теорема о сдвиге

$$x(t-\tau) \quad \xrightarrow{\Phi} \quad x(j\omega) e^{-j\omega\tau} .$$

7. Дифференцирование оригинала

$$\frac{\partial}{\partial t} x(t) \quad \xrightarrow{\Phi} \quad j\omega \cdot x(j\omega).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В курсе рассматриваются теоретические основы анализа и синтеза радиотехнических систем различного назначения. Под **РТС** понимают информационные системы, осуществляющие извлечение, разрушение и передачу информации с помощью радиоволн. Сигналы и помехи в РТС являются функциями пространства и времени. В теории РТС сигналы различных типов описывают элементами множеств или точками пространств. При этом наиболее часто используются евклидовы и гильбертовы пространства, а также спектральные представления сигналов в виде ряда или интеграла Фурье.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимают под радиотехническими системами?
2. Что понимают в СТРТС под радиосигналом?
3. Как радиотехнические системы классифицируются по назначению, по построению и типу используемого сигнала?
4. Как описывается процесс прохождения информации в РТС различного назначения?

5. Что понимается под помехами и искажениями в РТС?
6. Как классифицируются основные виды помех и искажений по происхождению, виду, характеру взаимодействия с полезным сигналом?
7. Что понимают в СТРТС под помехоустойчивостью системы?
8. В чем суть основных шести задач СТРТС: обнаружения, различения, оценки параметров, фильтрации, разрешения и восстановления сигналов?
9. Какие основные типы сигналов используются в РТС?
10. Какие типы множеств используются в СТРТС для описания свойств совокупностей сигналов?
11. Что такое метрическое пространство сигналов?
12. Какое пространство сигналов называю линейным?
13. Какие пространства называют гильбертовыми?
14. Как определяется скалярное произведение сигналов в функциональном и векторном пространствах?
15. Какие сигналы называются линейно независимыми?
16. Что такое ортогональный базис в пространстве сигналов?
17. Как представить сигнал в виде обобщенного ряда Фурье?
18. В чем физический смысл представления периодических сигналов в виде тригонометрического ряда Фурье?
19. Что понимают под амплитудным и фазовым спектром сигнала?
20. Что такое прямое и обратное преобразование Фурье?
21. Что происходит со спектральной плотностью сигнала после его дифференцирования или интегрирования по времени?
22. Как определить спектральную плотность свертки 2-х сигналов во времени, если известны их спектральные плотности?
23. Каков геометрический смысл обобщенной формулы Релея?