ЛЕКЦИЯ №14-15. Разрешение сигналов. Понятие о разрешающей способности. Постановка задачи разрешения сигналов. Роль функции неопределенности в задаче разрешения сигналов.

РАЗРЕШЕНИЕ СИГНАЛОВ. КАТАЛОГ СИГНАЛОВ

4.1. РАЗРЕШЕНИЕ СИГНАЛОВ

4.1.1. Понятие разрешающей способности в РТС

Решение задачи **разрешения сигналов** предполагает раздельное извлечение информации из однотипных, налагающихся друг на друга сигналов, имеющих часто неизвестные мешающие параметры, и наблюдаемых на фоне помех.

Пусть наблюдаемый в РТС сигнал представляет собой смесь информационного сигнала $s(t,\lambda_0)$, зависящего от некоторого параметра λ_0, налагающихся на него однотипных с информационным мешающих сигналов $s(t,\lambda_i)$, имеющих другие значения параметра λ_i и реализации шума $n(t)$.

$$x(t)=\theta_0 s(t,\lambda_0)+\sum_i \theta_i s(t,\lambda_i)+n(t), \qquad (4.1)$$

где $\theta_i \in \{0,1\}$.

В этой ситуации возможны различные особенности постановки задач разрешения сигналов. Так при решении задачи обнаружения-разрешения необходимо на основе анализа сигнала $x(t)$ принять решение о наличии или отсутствии сигнала $s(t,\lambda_0)$. При решении задачи различения-разрешения необходимо определить какое из возможных сочетаний $\{\theta_1,\theta_2,...,\theta_i,..\}$ имеется в принятом сигнале. Задача оценивания-разрешения может предполагать совместную оценку параметров $\{\theta_1,\theta_2,...,\theta_i,..\}$ и $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_i,..\}$.

Нетрудно понять, что качество решения перечисленных задач будет зависеть не только от помехоустойчивости системы, но и от способности алгоритма обработки отличать друг от друга наблюдаемые однотипные сигналы, отличающиеся в данном случае только значением параметра λ. Эта способность называется **разрешающей способностью системы по параметру** λ.

Разрешающая способность является ключевой характеристикой многих РТС. Например, в радиолокационных системах разрешающая способность характеризует качество РЛС по различению близкорасположенных целей. В радиометрии, радиоастрономии разрешающая способность характеризует возможность разделения источников радиоизлучений в пространстве. В системах формирующих радиоизображения протяженных объектов разрешающая способность определяет детальность, четкость формируемой видеоинформации.

При количественном определении разрешающей способности в оптике широко используется понятие **релеевского разрешения**. В соответствии с этим понятием два оптических сигнала считаются разрешенными, если $\Delta I > 0.5 I_{\max}$ (см. Рис.4.1.). Соответственно количественно разрешающая способность, это такое Δx, при которым $\Delta I = 0.5 I_{\max}$.

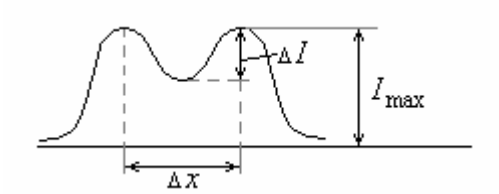


Рис.4.1. Понятие рэлеевской разрешающей способности.

В радиотехнике использовать критерий Релея для определения разрешенности сигналов и соответственно разрешающей способности системы как правило нецелесообразно. Это обусловлено тем, что разрешаемые сигналы в радиотехнике в отличие от оптики обычно являются знакопеременными или комплекснозначными функциями пространства и/или времени, часто имеющими случайные фазовые сдвиги.

Поэтому взаимодействие близко расположенных по параметру λ сигналов имеет случайный, интерференционный характер. В этом случае в зависимости от значений случайных фаз сигналы могут быть как разрешенными, так и неразрешенными по критерию Рэлея при одном и том же значении разности параметра λ.

В этой связи под разрешающей способностью РТС по параметру λ обычно понимают ширину главного лепестка модуля функции неопределенности сигнала $s(t,\lambda)$ по параметру λ. При этом в зависимости от характера ФН ширина главного лепестка оценивается по уровню 0.5 или по первым нулям ФН сигнала.

В зависимости от значения параметра различают разрешение по задержке $\lambda = \tau$, разрешение по частоте $\lambda = f$. В случае наличия у сигнала нескольких пространственных параметров говорят о пространственном разрешении.

4.1.2. Разрешение сигналов в координатах время-частота

Важную роль в СТРТС играет задача разрешения сигналов в пространстве время-частота.

Рассмотрим пример работы радиолокационной станции обнаружения и определения координат воздушных целей. В этой системе, в пространство периодически излучается сигнал

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[\dot{S}(t)\exp(j2\pi f_0 t)\right].$$

Отраженный от цели сигнал возвращается в приемную антенну РЛС спустя некоторое время задержки $\tau = \dfrac{2R}{c}$, где R - расстояние до цели, c - скорость света.

Если цель движется, то отраженный сигнал приобретает дополнительное частотное смещение $f = \dfrac{2V}{\lambda}$ вследствие эффекта Доплера, где V - радиальная составляющая вектора скорости цели, λ - длина волны РЛС.

Т.о. отраженный сигнал, принятый в точке антенны РЛС имеет вид

$$s_{отр}(t) = \mathrm{Re}\left[a\dot{S}(t-\tau)\exp(j2\pi(f_0 - f)(t-\tau) + \varphi)\right] \qquad (4.2)$$

где a, φ - амплитуда и начальная фаза отраженного сигнала.

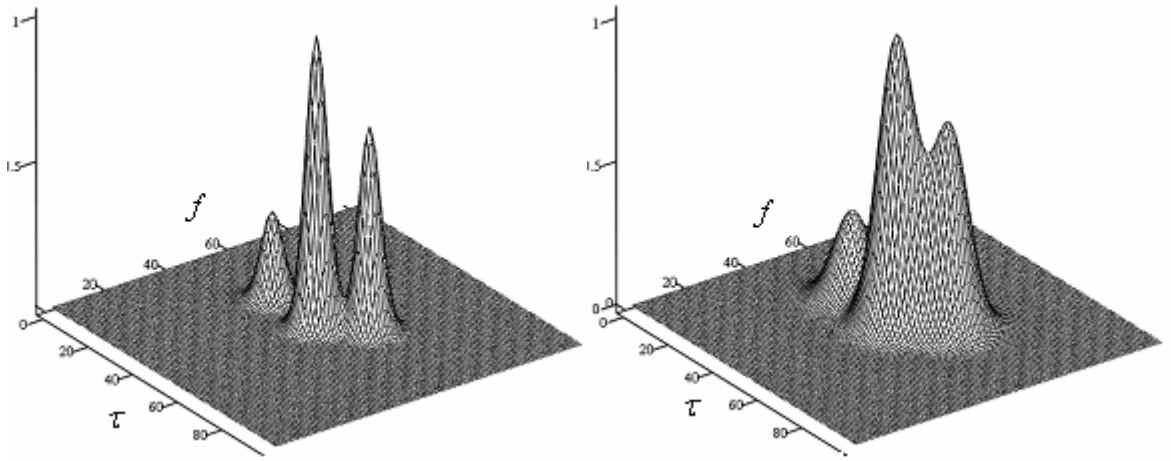
Информация о наличии или отсутствии цели, параметрах ее движения содержится в отраженном сигнале. Для оптимального извлечения этой информации на фоне помех при наличии случайной фазы и амплитуды необходимо вычислить модуль комплексного корреляционного интеграла, который в отсутствии шумов имеет вид

$$\left|\dot{Z}(\tau, f)\right| = \left|\int_0^T \dot{S}(t)\exp(j2\pi f_0 t) a S^*(t-\tau)\exp(-j2\pi(f_0 - f)(t-\tau) - \varphi)dt\right| =$$

$$= \left|2aE\exp(-j2\pi(f_0 - f)\tau - \varphi)\frac{1}{2E}\int_0^T \dot{S}(t)S^*(t-\tau)\exp(j2\pi f t)dt\right| = \qquad (4.3)$$

$$= 2aE\left|\dot{\Psi}(\tau, f)\right|,$$

где $\dot{\Psi}(\tau, f) = \frac{1}{2E}\int_0^T \dot{S}(t)S^*(t-\tau)\exp(j2\pi f t)dt$ частотновременная функция неопределенности (ФН).



а) б)

Рис.4.2. Пример наблюдения 3-х целей в пространстве время-частота на выходе СФ, а) - разрешаемые и б) - неразрешаемые цели.

На Рис.4.2.а) показан сигнал на выходе СФ от 3-х наблюдаемых одновременно целей, разрешаемых РЛС. В соответствии с п.3.2.6. частотновременная функция неопределенности определяет точность определения задержки и частотного смещения сигнала. При этом погрешность оценивания определяется остротой пика ФН. Однако если не решена задача разрешения, как, например, на Рис.4.2.б), то задача определения координат цели не может быть решена однозначно.

Т.о. частотновременная ФН определяет возможности РЛС по разрешению целей в пространстве задержка - доплеровский сдвиг, или в пространстве дальность – радиальная скорость. При этом острота пика определяет точность совместного измерения дальности и скорости цели. Уровень сигнала вне пика (уровень боковых лепестков) определяет влияние этого сигнала на качество

приема соседних сигналов.

В целом частотновременная ФН может использоваться для классификации сигналов, используемых в РТС.

Сечения функции неопределенности $\dot{\Psi}(\tau,0)$ и $\dot{\Psi}(0,f)$ определяют свойства сигнала по разрешению и погрешности независимого оценивания временной задержки и частоты соответственно.

Рассмотрим некоторые свойства частотновременной ФН.

1) Свойство нормировки

$$\dot{\Psi}(0,0)=\frac{1}{2E}\int_0^T \dot{S}(t)S^*(t)dt=\frac{1}{2E}\int_0^T \left|\dot{S}(t)\right|^2 dt=1. \qquad (4.4)$$

2) Принцип неопределенности Вудворда

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{\Psi}(\tau,f)\right|^2 d\tau df=1. \qquad (4.5)$$

Действительно

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{\Psi}(\tau,f)\right|^2 d\tau df=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{2E}\int_0^T \dot{S}(t)S^*(t-\tau)\exp(j2\pi ft)dt\right|^2 d\tau df=$$

$$=\frac{1}{(2E)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{S}(t_1)S^*(t_1-\tau)S^*(t_2)\dot{S}(t_2-\tau)\exp(j2\pi f(t_1-t_2))dt_1dt_2d\tau df=$$

$$=\frac{1}{(2E)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{S}(t_1)S^*(t_1-\tau)S^*(t_2)\dot{S}(t_2-\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(j2\pi f(t_1-t_2))dt_1dt_2d\tau df=$$

$$=\frac{1}{(2E)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{S}(t_1)S^*(t_1-\tau)S^*(t_2)\dot{S}(t_2-\tau)\delta(t_2-t_1)dt_1dt_2d\tau=$$

$$=\frac{1}{(2E)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{S}(t)S^*(t-\tau)S^*(t)\dot{S}(t-\tau)dtd\tau=\frac{1}{(2E)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{S}(t)\right|^2 dt\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{S}(t-\tau)\right|^2 d\tau=1.$$

Т.о. частотновременная функция неопределенности имеет единичный объем у любого сигнала. Следствием этого факта является то, что хорошие свойства сигнала в сечении задержки ($\dot{\Psi}(\tau,0)$) сопровождается расширением ФН в сечении доплеровского сдвига $\dot{\Psi}(0,f)$, т.е. ухудшением разрешения по частоте и наоборот. Поэтому задача выбора конкретного типа сигнала при проектировании РТС часто имеет компромиссное решение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разрешающая способность является ключевой характеристикой многих РТС. Качество решения задач обнаружения-разрешения, оценивания-разрешения, различения-разрешения будет зависеть не только от помехоустойчивости системы, но и от способности алгоритма обработки отличать друг от друга наблюдаемые однотипные сигналы, отличающиеся в данном случае только

значением параметра. Эта способность называется разрешающей способностью системы по параметру. Частотновременная ФН определяет возможности РЛС по разрешению целей в пространстве задержка - доплеровский сдвиг, или в пространстве дальность – радиальная скорость.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что в СТРТС понимают под задачей разрешения сигналов?
2. Что такое разрешающая способность системы по параметру?
3. Что в теории РТС понимается под термином «релеевское разрешение»?
4. Какую роль в задаче разрешения по параметрам время-частота играет частотновременная функция неопределенности?
5. В чем смысл принципа неопределенности Вудворда?