**ЛЕКЦИЯ №2.** Сообщения, сигналы, помехи как случайные явления. Случайные величины, вектора и процессы.

## 1.4. СИГНАЛЫ И ПОМЕХИ В РТС КАК СЛУЧАЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Как уже отмечалось выше основная проблематика теории РТС это борьба с помехами при передаче или извлечении информации и наоборот создание помех при разрушении информации.

В СТРТС встречаются в основном три разновидности случайных объектов. Это случайная величина, случайный вектор и случайный процесс.

Случайная величина может описывать какой-либо параметр сигнала, который может быть как информационным, так и мешающим. Например, принимаемый сигнал может иметь случайное значение времени прихода, случайную начальную фазу и/или амплитуду и/или среднюю частоту, при этом информация может содержаться в амплитуде сигнала, а параметры, например, начальной фазы и/или частоты неизвестны при приеме и являются мешающими приему факторами.

Случайный вектор используется для описания дискретных сигналов. Мешающие и информационные параметры сигнала могут быть объединены в случайный вектор в тех случаях, когда у них имеется статистическая связь, важная для решения целевой задачи.

Случайная величина, зависящая от времени называется случайным процессом. Случайный процесс может описывать, например, флуктуационную помеху в канале или информационный сигнал, порожденный, например собственным радиоизлучением исследуемого объекта естественного происхождения.

### 1.4.1. Случайная величина и ее характеристики

В основе теории вероятностей лежит понятие вероятностного пространства, как совокупности 3-х понятий: 1) элементарного исхода – пространства; 2) событий (множеств исходов) и действий над ними – алгебры множеств; 3) вероятности событий $\mathbf{P}\{\ \}$ – меры множеств.

**Случайная величина** в теории вероятностей определяется как отображение вероятностного пространства на вещественную ось, при котором исходы становятся точками, события становятся интервалами на вещественной оси, вероятности этих событий соответственно вероятностями попадания точки в соответствующий интервал.

Случайная величина $\xi$ полностью характеризуется **интегральной функцией распределения** $F_\xi(x)$, которая задается соотношением

$$F_\xi(x) = \mathbf{P}\{\xi \le x\}, \tag{1.34}$$

имеющим смысл вероятности события, заключающегося в том, что случайная величина $\xi \le x$.

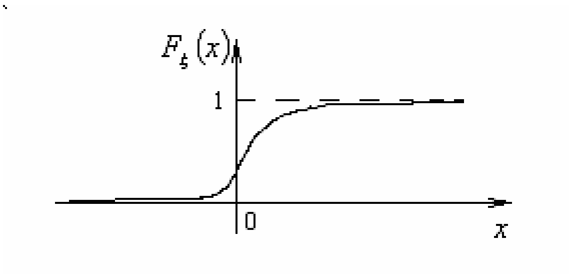



Рис.1.9. Типичный вид интегральной функцией распределения.

Очевидно, что $F_\xi(-\infty)=0$, $F_\xi(+\infty)=1$.

Если интегральная функция распределения дифференцируема, то для описания случайной величины используется **функция плотности вероятности случайной величины** $f_\xi(x)$ определенная следующим образом:

$$f_\xi(x)=\frac{d}{dx}F_\xi(x). \tag{1.35}$$

Помимо интегральной функцией распределения случайная величина (с учетом проблемы моментов) может характеризоваться числовыми характеристиками (моментами). **Начальным моментом** порядка $k$ случайной величины $\xi$ называются числа, определенные следующим образом:

$$m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f_\xi(x)dx. \tag{1.36}$$

**Центральным моментом** порядка $k$ случайной величины $\xi$ называются числа, определяемые следующим образом:

$$M_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_1)^k f_\xi(x)dx. \tag{1.37}$$

**Математическое ожидание случайной величины** – это начальный момент первого порядка, т.е. $m_1$. Математическое ожидание характеризует среднее по вероятности значение случайной величины.

В теории вероятности математическое ожидание рассматривается как оператор, действующий на случайную величину. Обозначается этот оператор как $\mathbf{M}\{\cdot\}$. С использованием такого обозначения начальные моменты могут быть получены как $m_k=\mathbf{M}\{\xi^k\}$, а центральные моменты как $M_k=\mathbf{M}\{(\xi-\mathbf{M}(\xi))^2\}$.

**Дисперсия случайной величины** – это центральный момент второго порядка или $M_2$. Дисперсия характеризует степень разброса случайной величины относительно среднего значения. Дисперсия также может рассматриваться как оператор, действующий на случайную величину. Обозначается этот оператор $\mathbf{D}\{\cdot\}$.

В СТРТС используются различные вероятностные распределения случайных параметров. Наиболее часто встречается **нормальное (гауссовское) распределение**, плотность которого имеет вид

$$f_\xi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad (1.38)$$

моменты распределения $m_1=m$, $M_2=\sigma^2$.

Для описания некоторых параметров сигналов используется **равномерное распределение**, плотность которого можно записать в виде

$$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,b],\\ 0, & x\notin[a,b],\end{cases} \qquad (1.39)$$

моменты распределения $m_1=\dfrac{a+b}{2}$, $M_2=\dfrac{(b-a)^2}{12}$.

Для описания эффектов распространения сигнала в радиоканалах может использоваться **распределение Рэлея**, плотность которого

$$f_\xi(x)=\frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x\ge 0. \qquad (1.40)$$

В этом случае моменты распределения $m_1=\sigma\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$, $M_2=\dfrac{(4-\pi)}{2}\sigma^2$.

<u>Пример 1.4.</u>

Найдем распределение квадрата случайной величины, имеющей релеевское распределение, т.е. $\zeta=\xi^2$ и $\xi\ge 0$.

$$f_\zeta(x)=f_\xi(\varphi(x))J_\varphi(x),$$

где $\varphi(x)=\sqrt{x}$ - однозначное обратное отображение $\zeta\to\xi$, а $J_\varphi(x)=\dfrac{d}{dx}\varphi(x)$ - якобиан отображения $\zeta\to\xi$. В соответствии с (1.40) получим следующее выражение

$$f_\zeta(x)=\frac{\sqrt{x}}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right)\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sigma^2}\exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right).$$

Т.о. квадрат релеевской случайной величины имеет **экспоненциальное распределение**, которое в общем случае имеет вид

$$f_\xi(x)=\lambda\exp(-\lambda x), \quad x\ge 0. \qquad (1.41)$$

Моменты распределения $m_1=\dfrac{1}{\lambda}$, $M_2=\dfrac{1}{\lambda^2}$.

Случайная величина $\xi$ называется **дискретной случайной величиной**, если она принимает конечное множество значений $z_1,\dots,z_n$ с вероятностями $\mathbf{P}\{z_1\},\dots,\mathbf{P}\{z_n\}$, так что $\sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}\{z_i\}=1$. В этом случае плотность вероятности можно записать в виде

$$f_\xi(x)=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}\{z_i\}\delta(x-z_i).$$

Моменты распределения можно вычислить по формулам:

$$m_1=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}\{z_i\}z_i\ ,$$

$$M_2=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}\{z_i\}(z_i-m_1)^2\ .$$

### 1.4.2. Случайные векторы и их описание

**Случайный вектор** (случайная многомерная величина) определяется как отображение вероятностного пространства на векторное пространство $\mathbf{R}^n$. Т.о. случайный вектор $\boldsymbol{\xi}$ можно рассматривать как набор $n$ случайных величин $\boldsymbol{\xi}=(\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)^T$ .

Так же как и случайная величина, случайный вектор полностью характеризуется $n$-мерной интегральной функцией распределения, которая определяется выражением

$$F_{\boldsymbol{\xi}}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\mathbf{P}\{\xi_1\le x_1,\xi_2\le x_2,\ldots,\xi_n\le x_n\}. \qquad (1.42)$$

В случае если интегральная функция распределения дифференцируема в точке, то можно определить $n$-мерную плотность вероятности в виде

$$f_{\boldsymbol{\xi}}(x_1,\ldots,x_n)=\frac{\partial}{\partial x_1\cdots\partial x_n}F_{\boldsymbol{\xi}}(x_1\ldots,x_n). \qquad (1.43)$$

Две случайные величины $\xi_1$ и $\xi_2$ называются **статистически независимыми**, если их совместная интегральная функция распределения может быть записана в виде

$$F_{\xi_1\xi_2}(x_1,x_2)=F_{\xi_1}(x_1)\cdot F_{\xi_2}(x_2).$$

Отметим некоторые свойства оператора математического ожидания, при описании наборов случайных величин:

1. $\mathbf{M}\{\lambda_1\xi_1+\lambda_2\xi_2\}=\lambda_1\mathbf{M}\{\xi_1\}+\lambda_2\mathbf{M}\{\xi_2\}$;
2. $\mathbf{M}\{\xi_1\cdot\xi_2\}=\mathbf{M}\{\xi_1\}\cdot\mathbf{M}\{\xi_2\}$, если две случайные величины $\xi_1$ и $\xi_2$ статистически независимы.

Аналогично можно определить некоторые свойства оператора дисперсии:

1. $\mathbf{D}\{\xi\}\ge 0$;
2. $\mathbf{D}\{\lambda\cdot\xi\}=|\lambda|^2\cdot\mathbf{D}\{\xi\}$;
3. $\mathbf{D}\{\xi_1+\xi_2\}=\mathbf{D}\{\xi_1\}+\mathbf{D}\{\xi_2\}$.

Смешанным начальным моментом $k$ – го порядка случайного вектора $\boldsymbol{\xi}$ называется число следующего вида

$$m_{k_1,k_2,\ldots,k_n}=\mathbf{M}\{\xi_1^{k_1}\xi_2^{k_2},\ldots,\xi_n^{k_n}\}. \qquad (1.44)$$

Смешанным центральным моментом $k$ – го порядка случайного вектора $\boldsymbol{\xi}$ называется число следующего вида

$$M_{k_1,k_2,\ldots,k_n} = \mathbf{M}\left\{(\xi_1 - \mathbf{M}\{\xi_1\})^{k_1}(\xi_2 - \mathbf{M}\{\xi_2\})^{k_2},\ldots,(\xi_n - \mathbf{M}\{\xi_n\})^{k_n}\right\}. \quad (1.45)$$

Особую роль при описании линейной зависимости двух случайных величин играет смешанный центральный момент второго порядка $M_{1,1}$, который определяется как

$$M_{1,1} = \mathbf{M}\{(\xi_1 - \mathbf{M}\{\xi_1\})(\xi_2 - \mathbf{M}\{\xi_2\})\} \quad (1.46)$$

и называется **ковариацией случайных величин** $\xi_1$ и $\xi_2$.

**Коэффициентом корреляции** двух случайных величин $\xi_1$ и $\xi_2$ называется число, которое определяется в виде

$$r = \frac{M_{1,1}}{\sqrt{M_{2,0}}\sqrt{M_{0,2}}} \in [-1;1]. \quad (1.47)$$

Если $\xi_1$ и $\xi_2$ статистически независимы, то их ковариация и коэффициент корреляции равны нулю. Если коэффициент корреляции случайных величин $\xi_1$ и $\xi_2$ равен нулю, то о таких случайных величинах говорят, что они **некоррелированы**.

Отметим, что из некоррелированности случайных величин не следует в общем случае их независимость. Понятия некоррелированности и независимости совпадают только для гауссовских случайных величин.

Гауссовский случайный вектор $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)^T$ полностью характеризуется вектором математических ожиданий $\mathbf{m}$ и матрицей ковариаций **R,** определенных в виде

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}, \; m_i = \mathbf{M}\{\xi_i\},$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11}R_{12}\ldots R_{1n} \\ R_{21}R_{22}\ldots R_{2n} \\ R_{31}R_{32}\ldots R_{3n} \\ \vdots \\ R_{n1}R_{n2}\ldots R_{nn} \end{pmatrix}, \; R_{ij} = \mathbf{M}\{(\xi_i - \mathbf{M}\{\xi_i\})(\xi_j - \mathbf{M}\{\xi_j\})\}.$$

Многомерную плотность вероятности гауссовского случайного вектора можно записать в виде:

$$f_{\xi}(x_1,\ldots,x_n) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det \mathbf{R}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m})\right\}, \quad (1.48)$$

где $\mathbf{x} = (x_1,\ldots,x_n)^T$, $\mathbf{R}\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{E}$, где E – единичная матрица, т.е.

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} 10 \dots 0 \\ 01 \dots 0 \\ \vdots \\ 00 \dots 1 \end{Bmatrix}.$$

### 1.4.3. Случайные процессы

**Случайный процесс** $\xi(t)$ это отображение вероятностного пространства на функциональное пространство $\mathbf{L}$.

Говоря о случайном процессе, имеют в виду совокупность функций времени (реализаций), каждая из которых возникает как результат независимого статистического эксперимента («подбрасывания монетки»). В любой фиксированный момент времени $t = t_0$ сечение случайного процесса $\xi(t_0)$ является случайной величиной.

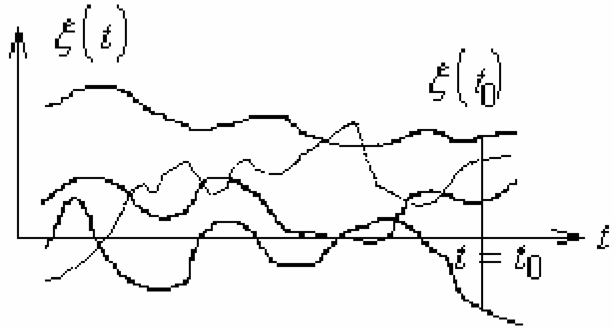



Рис.1.10. Реализации случайного процесса.

Случайный процесс описывают с помощью многомерных интегральных функций распределения, определяемых в виде

$$F_\xi(x_1,\dots,x_n,t_1,\dots,t_n) = \mathbf{P}\{\xi(t_1) \le x_1; \xi(t_2) \le x_2; \dots; \xi(t_n) \le x_n\}. \quad (1.49)$$

Если известна конечномерная функция распределения случайного процесса, и она дифференцируема, то n-мерную функцию плотности вероятности случайного процесса можно записать как

$$f_\xi(x_1,\dots,x_n,t_1,\dots,t_n) = \frac{\partial}{\partial x_1 \dots \partial x_n} F_\xi(x_1,\dots,x_n,t_1,\dots,t_n). \quad (1.50)$$

Моментное описание случайных процессов аналогично соответствующему описанию случайных векторов и осуществляется с помощью соответствующих моментных функцией случайного процесса.

Начальные моментные функции $k$-го порядка определяются следующим выражением

$$m_{k_1,\dots,k_n}(t_{1,\dots,}t_n) = \mathbf{M}\left\{\xi(t_1)^{k_1} \dots \xi(t_n)^{k_n}\right\}, \qquad k = k_1 + \dots + k_n. \quad (1.51)$$

Соответственно, центральные моментные функции случайного процесса определяются в виде:

$$M_{k_1,\dots,k_n}(t_1,\dots,t_n) = \mathbf{M}\left\{(\xi(t_1) - m_1(t_1))^{k_1} \dots (\xi(t_n) - m_1(t_n))^{k_n}\right\}, k = k_1 + \dots + k_n. \quad (1.52)$$

$m_1(t)$ - меняющееся во времени математическое ожидание случайного процесса.

$M_2(t)$ - дисперсия случайного процесса, меняющаяся во времени, которая показывает разброс значений случайного процесса вокруг функции математического ожидания. Соответствующие функции можно вычислить по следующим формулам:

$$m_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_\xi(x,t)dx, \tag{1.53}$$

$$M_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_1(t))^2 \cdot f_\xi(x,t)dx. \tag{1.54}$$

Смешанный центральный момент второго порядка случайного процесса называется **ковариационной функцией** случайного процесса и находится по формуле

$$M_{1,1}(t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_1(t_1))(x_2 - m_1(t_2)) f_\xi(x_1,x_2,t_1,t_2)dx_1dx_2. \tag{1.55}$$

Ковариационная функция показывает степень линейной связи между сечениями случайного процесса, взятыми в моменты времени $t_1$ и $t_2$. Очевидно, что если $t_1 = t_2 = t$, то $M_{1,1}(t_1,t_2) = M_2(t)$.

Сечения случайного процесса $\xi(t_1)$и $\xi(t_2)$ называются некоррелированными, если $M_{1,1}(t_1,t_2) = 0$. Сечения случайного процесса $\xi(t_1)$и $\xi(t_2)$ называются независимыми, если $f_\xi(x_1,x_2,t_1,t_2) = f_\xi(x_1,t_1)f_\xi(x_2,t_2)$.

Случайный процесс $\xi(t)$ называется **стационарным в узком смысле**, если при сдвиге *n*-сечений случайного процесса, взятых в моменты времени $t_1,t_2,\ldots,t_n$ на произвольное значение $\tau$ *n*-мерная интегральная функция распределения этого процесса не меняется, т.е.

$$F_\xi(x_1,\ldots,x_n,t_1,\ldots,t_n) = F_\xi(x_1,\ldots,x_n,t_1 - \tau,\ldots,t_n - \tau).$$

Стационарный процесс $\xi(t)$ называется **стационарным в широком смысле**, если выполняются следующие условия:

1. $m_1(t) = const$;
2. $M_2(t) = const$;
3. $M_{1,1}(t_1,t_2) = B(t_2 - t_1), t_2 \ge t_1$, где $B(t_2 - t_1)$ - **корреляционная функция** случайного процесса.

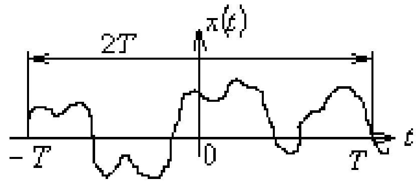
Стационарность в узком и широком смыслах совпадает только для гауссовских случайных процессов.

Пусть $\xi(t)$ стационарный случайный процесс с корреляционной функцией $B_\xi(\tau)$, тогда:

1. $B_\xi(0) = M_2$;
2. $B_\xi(\pm\infty) = 0$;

3. $B_\xi(\tau) = B_\xi(-\tau)$.

Важную роль для описания распределения энергии стационарного процесса по частотам элементарных гармонических составляющих играет **энергетический спектр** стационарного случайного процесса, который определяется следующими этапами.




1) Пусть $x(t)$ - реализация стационарного случайного процесса. Вычислим преобразование Фурье от этой реализации на интервале $(-T, T)$:

$$x_T(j\omega) = \int_{-T}^{T} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt .$$

2) Определим значения удельной мощности спектральной плотности реализации $x(t)$

$$g_T(\omega) = \frac{|x_T(j\omega)|^2}{2T} .$$

3) Найдем среднее значение удельной мощности реализаций спектральной плотности проведя усреднение по реализациям

$$G_T(\omega) = \mathbf{M}\{g_T(\omega)\}.$$

4) Определим энергетический спектр случайного процесса как распределение средней мощности гармоник, составляющих реализации случайного процесса в виде

$$G(\omega) = \lim_{T \to \infty} G_T(\omega).$$

<u>Теорема Винера-Хинчина.</u>

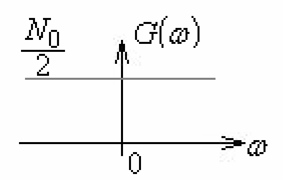
Если $\xi(t)$ - стационарный случайный процесс с корреляционной функцией $B_\xi(\tau)$, то его энергетический спектр $G_\xi(\omega)$ может быть найден как прямым преобразованием Фурье от корреляционной функции $B_\xi(\tau)$, т.е.

$$G_\xi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_\xi(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau . \qquad (1.56)$$

Соответственно, если известен энергетический спектр случайного процесса, то его корреляционная функция может быть найдена обратным преобразованием Фурье

$$B_\xi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_\xi(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega . \qquad (1.57)$$

Стационарный случайный процесс, энергетический спектр которого определяется как $G(\omega) = \dfrac{N_0}{2}$ называется **белым шумом**.




Мощность гармоник реализаций белого шума распределена равномерно по всем частотам. В соответствии с (1.57) $B(\tau)=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)$. Т.о. любые два несовпадающих сечения белого шума некоррелированы.

Случайный процесс называется гауссовским, если любая его многомерная функция плотности вероятности описывается многомерным гауссовским распределением. Соответственно для полного описания гауссовского случайного процесса достаточно знания его корреляционной функции $B_\xi(t_1,t_2)$ и функции математического ожидания $m(t)$.

Многомерную плотность вероятности действительного гауссовского случайного процесса можно записать в виде:

$$f_\xi(x_1,...,x_n;t_1,...,t_n)=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det \mathbf{B}_\xi(t_1,...,t_n)}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(x(t_i)-m(t_i))B_\xi^{-1}(t_i,t_j)(x(t_i)-m(t_i))\right\}. \quad (1.58)$$

где $\mathbf{B}_\xi(t_1,...,t_n)$ - ковариационная матрица с коэффициентами $B_\xi(t_i,t_j)$, $B^{-1}(t_i,t_j)$ - коэффициенты матрицы $\mathbf{B}^{-1}(t_1,...,t_n)$. Обратная корреляционная функция $B_\xi^{-1}(t_i,t_j)$ может быть найдена решением следующего интегрального уравнения

$$\int B_\xi^{-1}(t_1,t_2)B_\xi(t_2,t_3)=\delta(t_3-t_1). \quad (1.59)$$

Рассмотрим предел многомерной плотности вероятности действительного гауссовского случайного процесса, определенного на интервале времени $[0,T]$ при $n\to\infty$. Предел многомерной плотности вероятности (1.58) называют **функционалом плотности вероятности случайного процесса** и записывают в виде

$$f_\xi(x(t))=c\exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^T\int_0^T(x(t_1)-m(t_1))B_\xi^{-1}(t_1,t_2)(x(t_2)-m(t_2))dt_1dt_2\right\}, \quad (1.60)$$

$$c=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det \mathbf{B}_\xi(t_1,...,t_n)}}. \quad (1.61)$$

Предел $c$ может быть равен 0 или отсутствовать, при этом функционал плотности вероятности в (1.60) оказывается определен некорректно, однако в большинстве задач СТРТС плотности вероятности вида (1.59) сравниваются между собой и неопределенная константа сокращается.

Модель **белого гауссовского шума** (БГШ) наиболее часто используется для описания флуктуационных помех в РТС.

Найдем функционал плотности вероятности гауссовского белого шума. Подставим в (1.59) корреляционную функцию белого шума $B_\xi(t_2-t_3)=\frac{N_0}{2}\delta(t_2-t_3)$, получим соответственно $B_\xi^{-1}(t_1-t_3)=\frac{2}{N_0}\delta(t_1-t_3)$. Подставляя обратную корреляционную функцию в (1.60), и учитывая, что $m(t)=0$ получим

$$f_\xi(x(t))=c\exp\left\{-\frac{1}{N_0}\int_0^T (x(t))^2 dt\right\}, \tag{1.62}$$

Пример 1.5.

Найдем характеристики белого шума, прошедшего идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с частотой среза $F$.

В общем случае прохождения стационарного случайного процесса через линейную цепь с инвариантными к временному сдвигу параметрами энергетический спектр на выходе цепи $G_y(\omega)$ связан с энергетическим спектром на входе $G_x(\omega)$ следующим соотношением

$$G_y(\omega)=|K(j\omega)|^2 G_x(\omega), \tag{1.63}$$

где $K(j\omega)$ - коэффициент передачи цепи.

В рассматриваемом примере

$$K(j\omega)=\begin{cases}1, & \omega\in[-2\pi F, 2\pi F]\\ 0, & \omega\notin[-2\pi F, 2\pi F]\end{cases}, \qquad G_x(\omega)=\frac{N_0}{2}, \tag{1.64}$$

$$G_y(\omega)=\begin{cases}\frac{N_0}{2}, & \omega\in[-2\pi F, 2\pi F]\\ 0, & \omega\notin[-2\pi F, 2\pi F]\end{cases}.$$

Корреляционную функцию процесса $y(t)$ найдем с помощью теоремы Винера-Хинчина:

$$B_y(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-2\pi F}^{2\pi F}\frac{N_0}{2}e^{j\omega\tau}d\omega = N_0 F\frac{\sin(2\pi F\tau)}{2\pi F\tau}. \tag{1.65}$$

Дисперсия процесса $y(t)$ (называемого иногда **квазибелым шумом**) $M_2=N_0F$.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В СТРТС встречаются в основном три разновидности случайных объектов. Это случайная величина, случайный вектор и случайный процесс. Во всех этих случаях свойства этих объектов можно описать с помощью моментов или более полно с помощью функций распределения. Важной характеристикой совокупностей случайных величин является понятие корреляции – степени статистической связи двух случайных величин. Среди случайных процессов важно отличать стационарные процессы, для которых корреляция между двумя сечениями зависит от временного интервала между ними и называется корреляционной функцией. Используя преобразование Фурье от корреляционной функции, можно определить спектральную плотность мощности стационарного случайного процесса, которая наглядно описывает распределение энергии процесса по гармоникам. Важную роль в СТРТС играют гауссовские случайные процессы, которые полностью описываются своими корреляционными функциями и функцией математического ожидания.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие случайные объекты встречаются в СТРТС?
2. Что такое случайная величина?
3. Как описать случайную величину с помощью интегральной функции распределения или функции плотности вероятности?
4. Как определяются начальные и центральные моменты случайных величин?
5. Какой физический смысл математического ожидания и дисперсии случайной величины?
6. Какая случайная величина называется гауссовской?
7. Назовите основные вероятностные распределения, встречающиеся в СТРТС.
8. Что такое случайный вектор?
9. Как описать случайный вектор с помощью интегральной функции распределения или функции плотности вероятности?
10. Как определяются начальные и центральные моменты случайного вектора?
11. Что такое независимые случайные величины?
12. О чем говорит значение коэффициента корреляции 2-х случайных величин?
13. Что такое гауссовский случайный вектор?
14. Что такое случайный процесс?
15. Как описать случайный процесс с помощью многомерных интегральных функций распределения или функции плотности вероятности?
16. Как определяются начальные и центральные моментные функции случайных процессов?
17. Что такое корреляционная функция случайного процесса?
18. Какие случайные процессы называются стационарными в узком и широком смысле?
19. Каковы свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса?
20. Что такое энергетический спектр стационарного случайного процесса и как он связан с его корреляционной функцией?
21. Какой случайный процесс называют белым шумом?
22. Что такое гауссовский случайный процесс?