

Автокорреляционная функция (АКФ)

Рассмотрим сигнал $x_{\tau}(t) = x(t - \tau)$, являющийся копией сигнала $x(t)$, задержанной на время τ .

$$\begin{aligned} d^2(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) &= \|\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{\tau}\|^2 = (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{\tau}, \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) = \\ &= (\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}) + (\dot{\mathbf{x}}_{\tau}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) - (\dot{\mathbf{x}}_{\tau}, \dot{\mathbf{x}}) - (\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) = \\ &= \|\dot{\mathbf{x}}\|^2 + \|\dot{\mathbf{x}}_{\tau}\|^2 - 2 \operatorname{Re}(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$d^2(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) = 2(\|\dot{\mathbf{x}}\|^2 - \operatorname{Re}(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau})) \quad (2)$$

$$\dot{B}_x(\tau) = (\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{x}}_{\tau}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t) \dot{x}^*(t - \tau) dt \quad (3)$$

$$B_x(\tau) = (\mathbf{x}, \mathbf{x}_\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t - \tau) dt \quad (4)$$

Свойства:

- 1) $B_s(-\tau) = B_s(\tau)$
- 2) $B_s(\tau) \leq B_s(0) = E_s$

Взаимокорреляционная функция (ВКФ)

$$B_{xy}(\tau) = (\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t - \tau) dt \quad (5)$$

Свойства:

- 1) $B_{xy}(\tau) = B_{yx}(-\tau)$
- 2) $B_{xy}(\tau) \leq \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|$

Энергетический спектр

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{X}(f) \dot{Y}^*(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{W}_{xy}(f) df \quad (6)$$

где $\dot{W}_{xy}(f) = \dot{X}(f) \dot{Y}^*(f)$ — взаимный энергетический спектр вещественных сигналов $x(t)$ и $y(t)$

Если $x(t) = y(t)$, то

$$(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{X}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} W_x(f) df \quad (7)$$

где $W_x(f) = \dot{X}(f) \dot{X}^*(f) = |\dot{X}(f)|^2$ — энергетический спектр (спектральная плотность энергии) сигнала $x(t)$

Связь между спектром и корреляционной функцией

$$W_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} B_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (8)$$

$$B_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W_x(f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (9)$$

$$\dot{W}_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{B}_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (10)$$

$$\dot{B}_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{W}_{xy}(f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (11)$$

АКФ и ВКФ дискретных сигналов

$$B_x(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_j x_{j-n} \quad (12)$$

$$B_{xy}(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_j y_{j-n} \quad (13)$$

Сигналы Баркера

$$b_3 = +1, +1, -1$$

$$b_4 = +1, +1, +1, -1 \\ +1, +1, -1, +1$$

$$b_5 = +1, +1, +1, -1, +1$$

$$b_7 = +1, +1, +1, -1, -1, +1, -1$$

$$b_{11} = +1, +1, +1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, +1, -1$$

$$b_{13} = +1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, +1$$