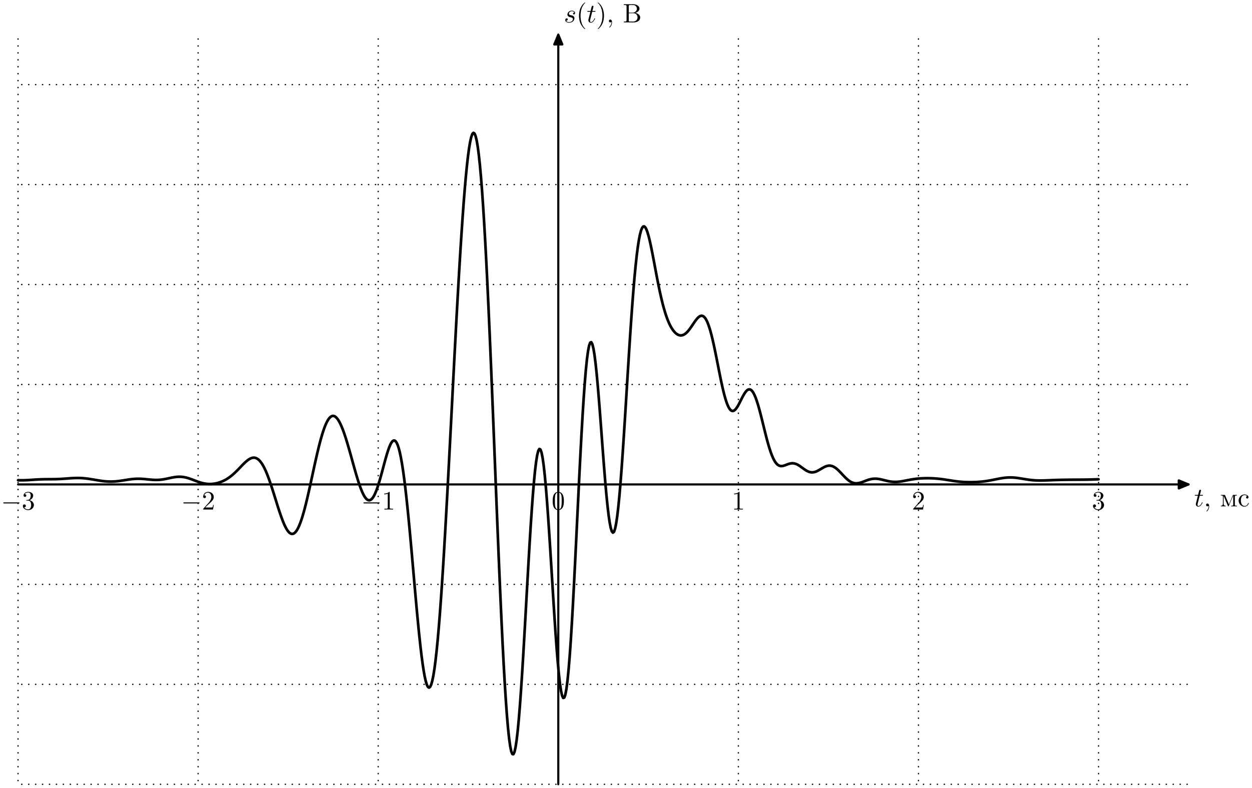
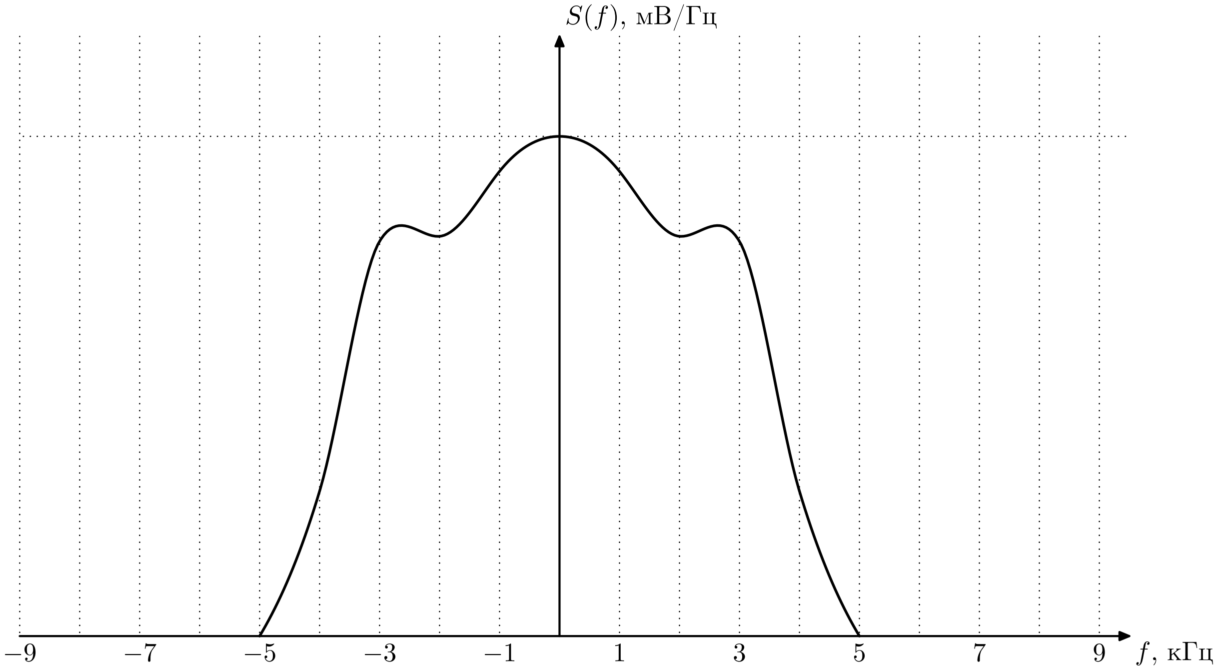
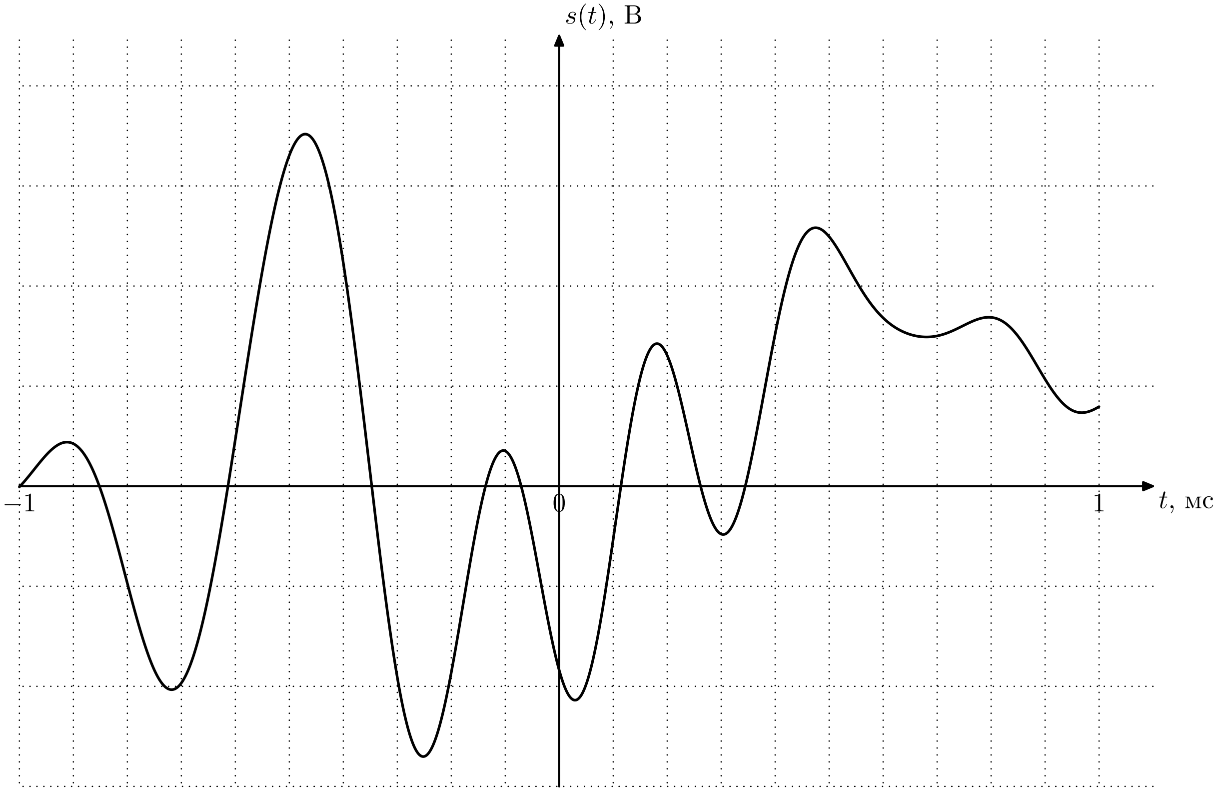
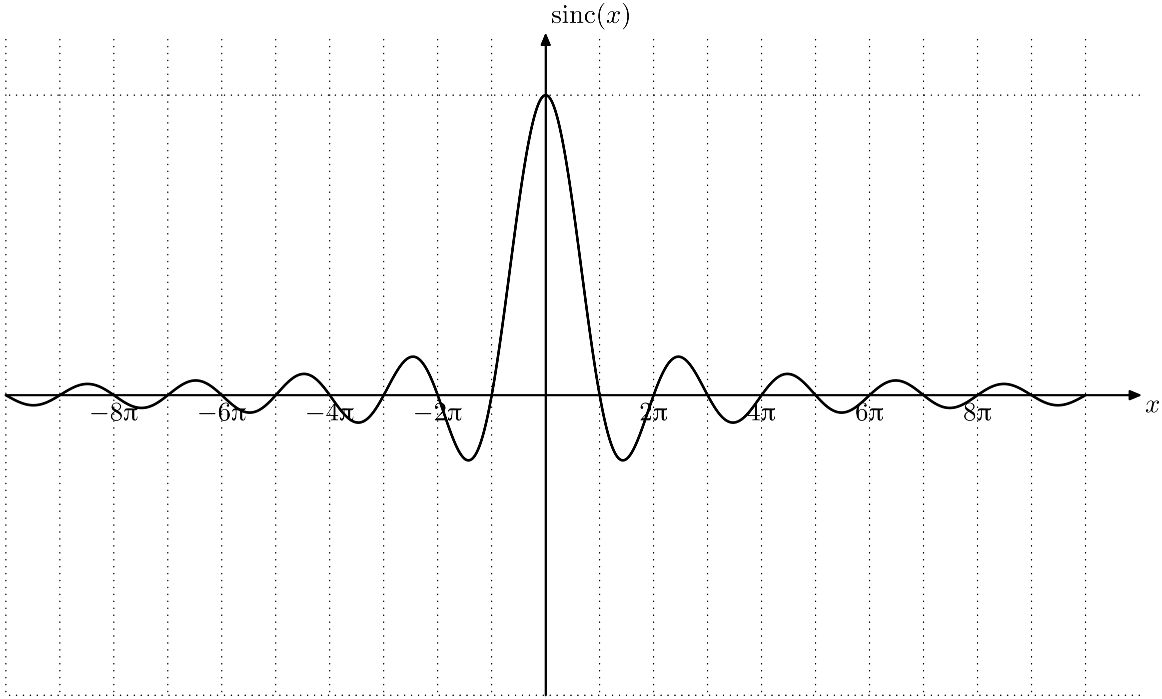
Дискретизация сигналов





$S(f)$, мВ/Гц
-9
-7
-5
-3
-1
1
3
5
7
9
f, кГц


$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс



$$\operatorname{sinc} x = \frac{\sin x}{x} \tag{1}$$

$$\dot{S}(f) \begin{cases} 0, & f < -F; \\ S_0, & -F \leqslant f \leqslant F; \\ 0, & f > F. \end{cases} \tag{2}$$

$$s(t) = 2S_0F\frac{\sin 2\pi Ft}{2\pi Ft} \tag{3}$$

$$\big(s(t), s(t-t_0)\big) = 2S_0^2F\frac{\sin 2\pi Ft_0}{2\pi Ft_0} \tag{4}$$

Таким образом $\big(s(t), s(t-t_0)\big) = 0$ при $t_0 = \pm\frac{k}{2F}$, где $k = 1, 2, \ldots$

$$u_k(t) = A\frac{\sin 2\pi F(t - k\Delta t)}{2\pi F(t - k\Delta t)}, \tag{5}$$

где $\Delta t = 1/2F$.

$$\|u_k(t)\|^2 = \|u_0(t)\|^2 = \frac{A^2}{4\pi^2 F^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2 2\pi F t}{t^2} = \frac{A^2}{2F} \tag{6}$$

получаем $\|u_k(t)\| = 1$, если $A = \sqrt{2F}$.

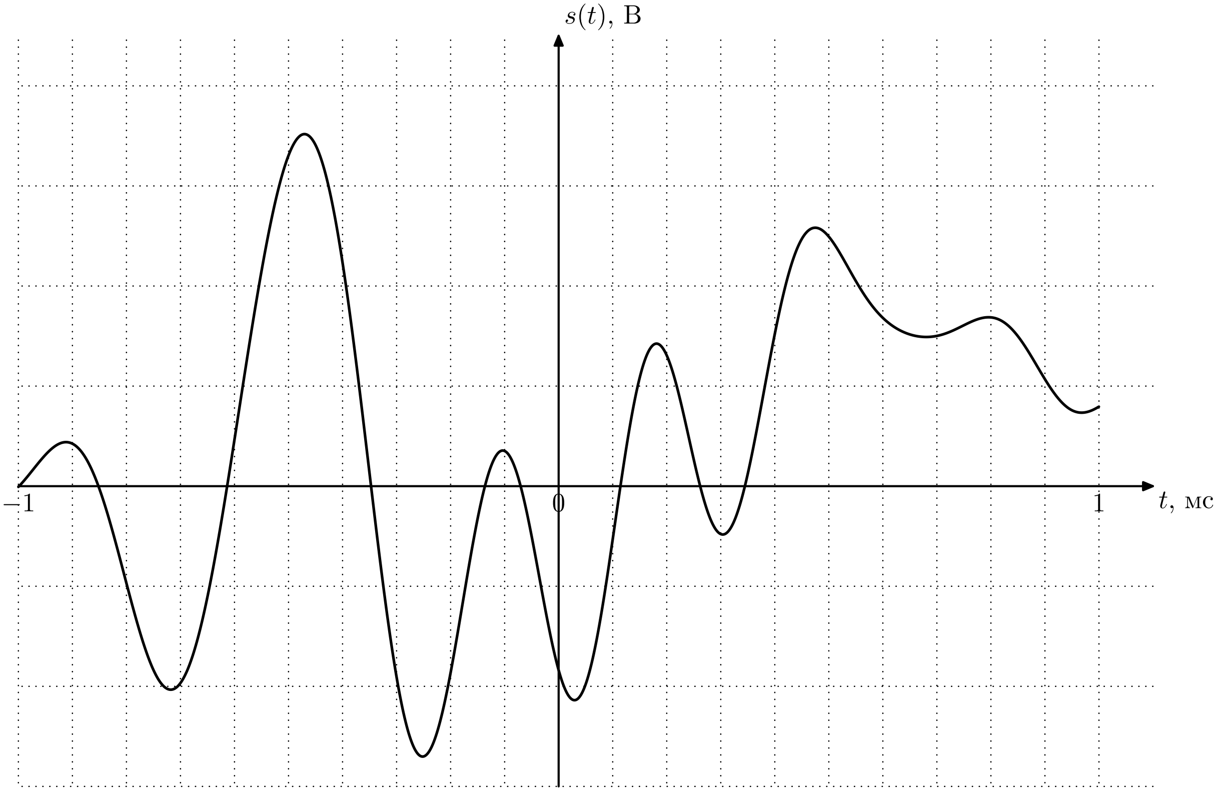
$$u_k(t) = \sqrt{2F}\,\frac{\sin 2\pi F(t - k\Delta t)}{2\pi F(t - k\Delta t)}, \tag{7}$$

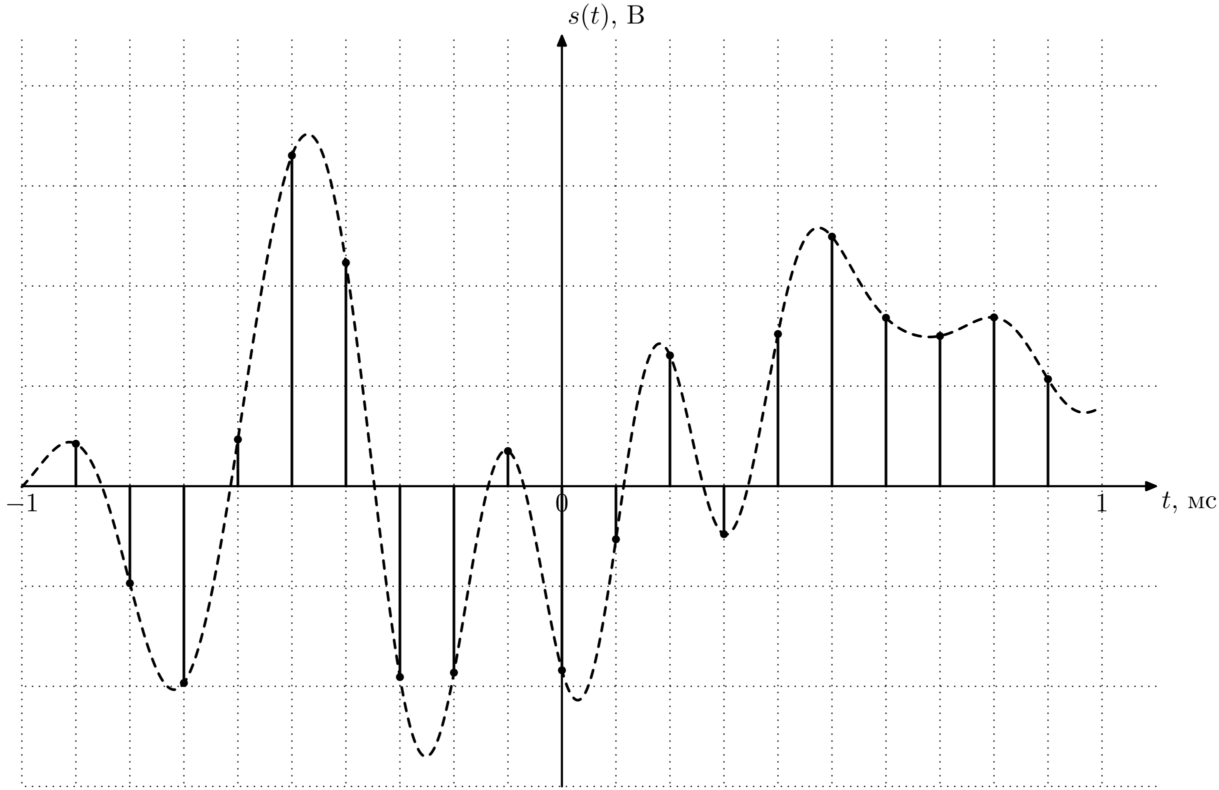
Теорема Котельникова

Произвольный сигнал, спектр которого не содержит частот выше $F_{\text{в}}$, может быть полностью восстановлен по отсчётам этого сигнала, взятым с частотой $F_{\text{д}}$ не менее чем $2F_{\text{в}}$ (или через равные промежутки времени Δt не более чем $1/(2F_{\text{в}})$).

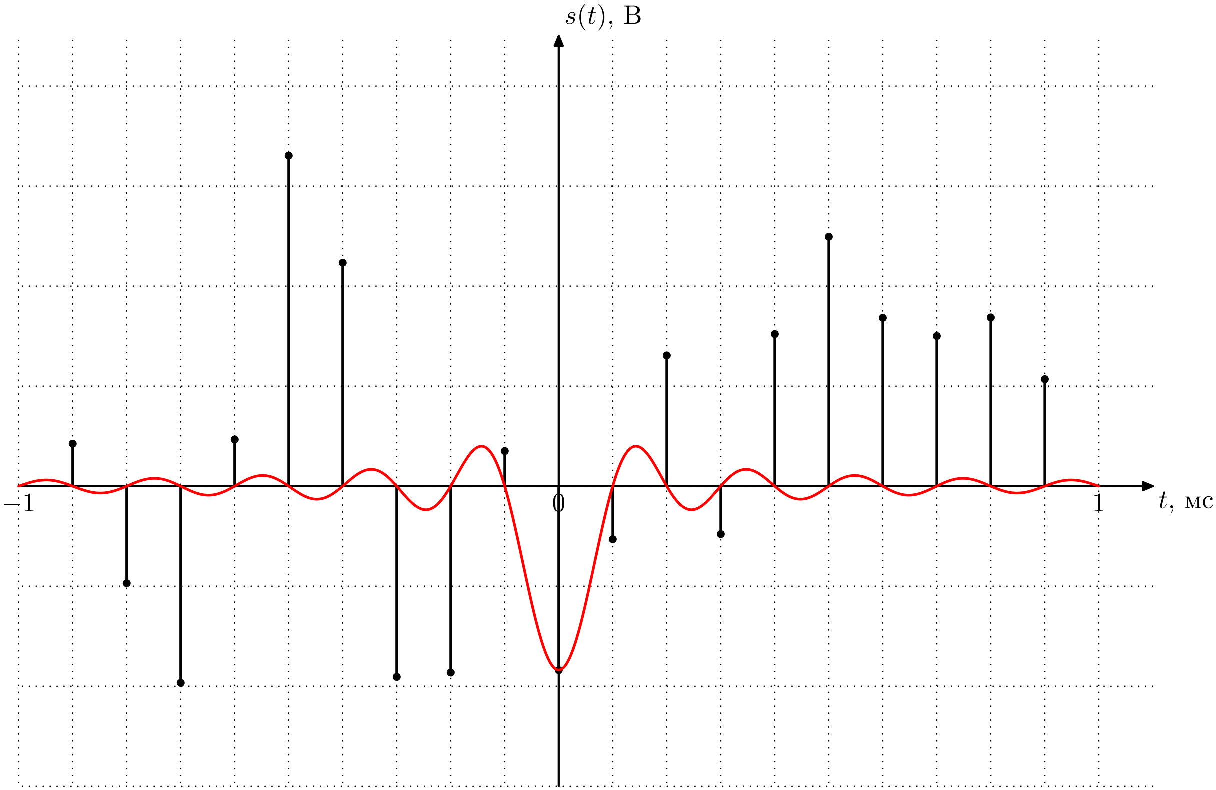
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta t)\,\frac{\sin \pi F_{\text{д}}(t - k\Delta t)}{\pi F_{\text{д}}(t - k\Delta t)}, \tag{8}$$

где $F_{\text{д}} = 1/\Delta t = 2F \geqslant 2F_{\text{в}}$

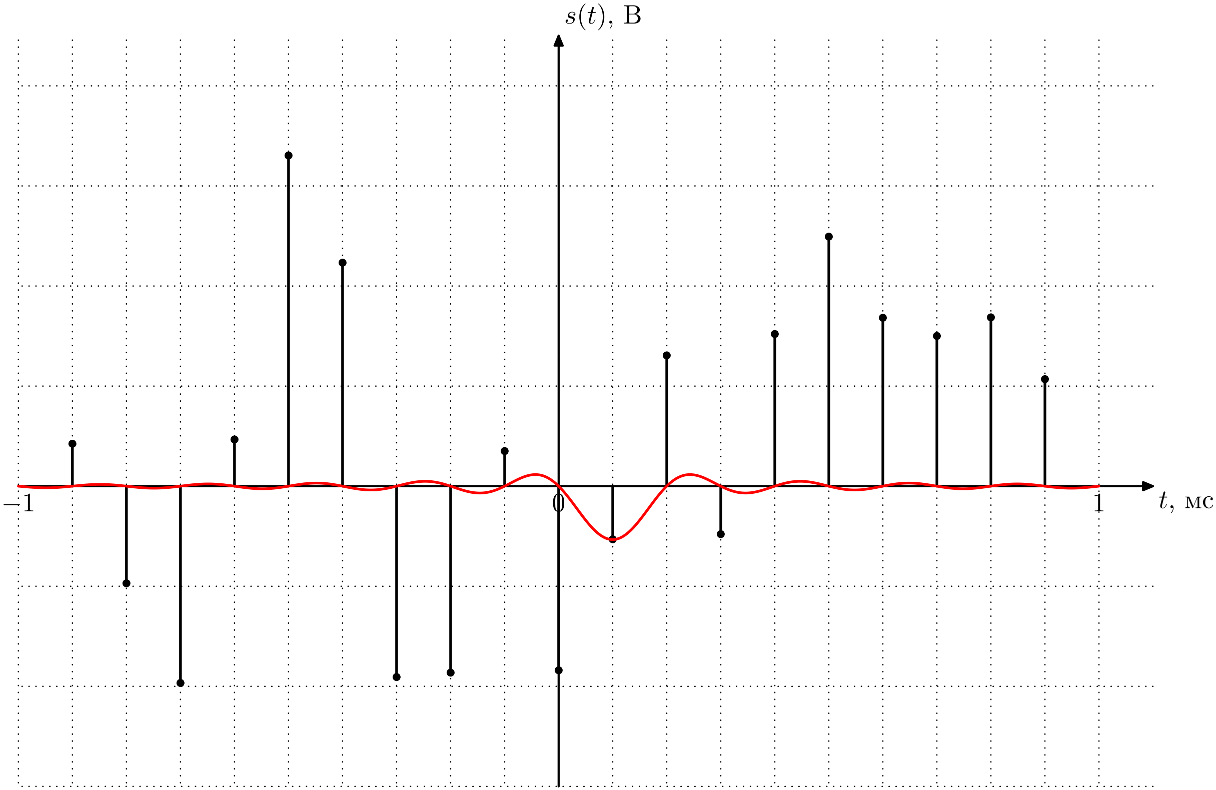

$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс



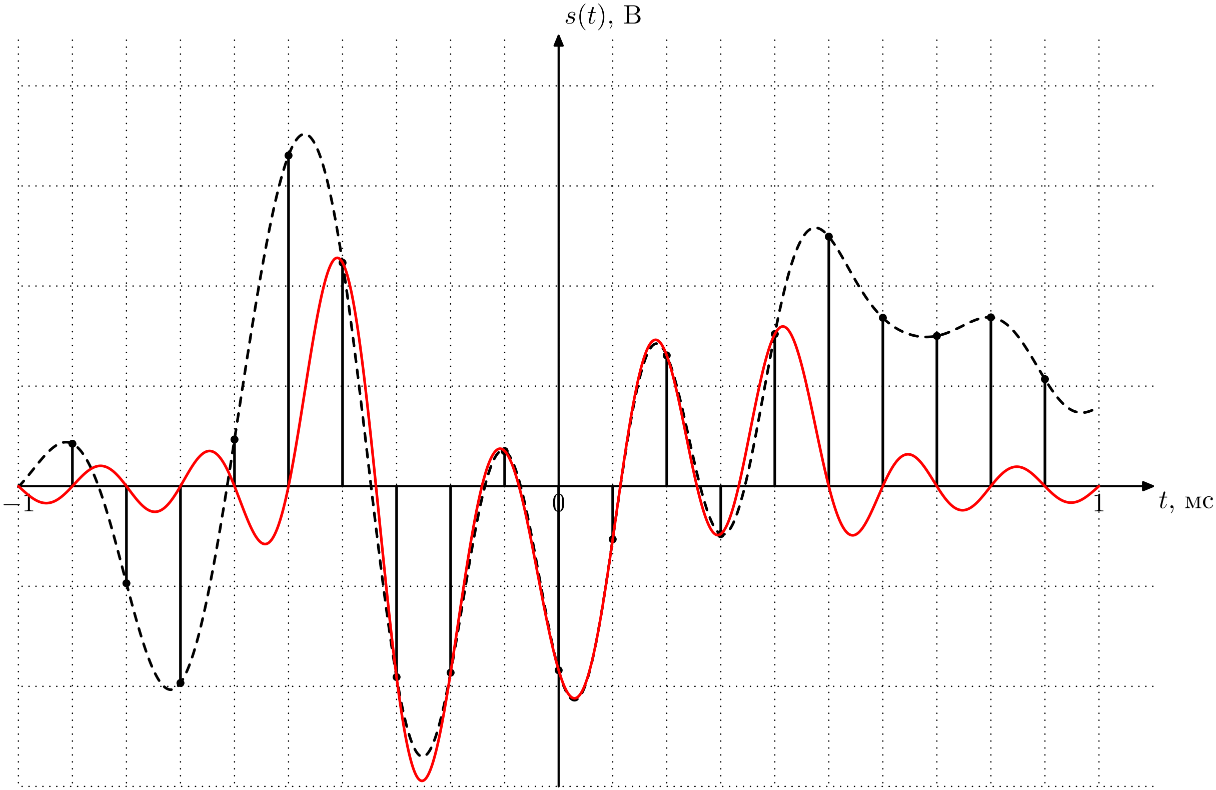
$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс



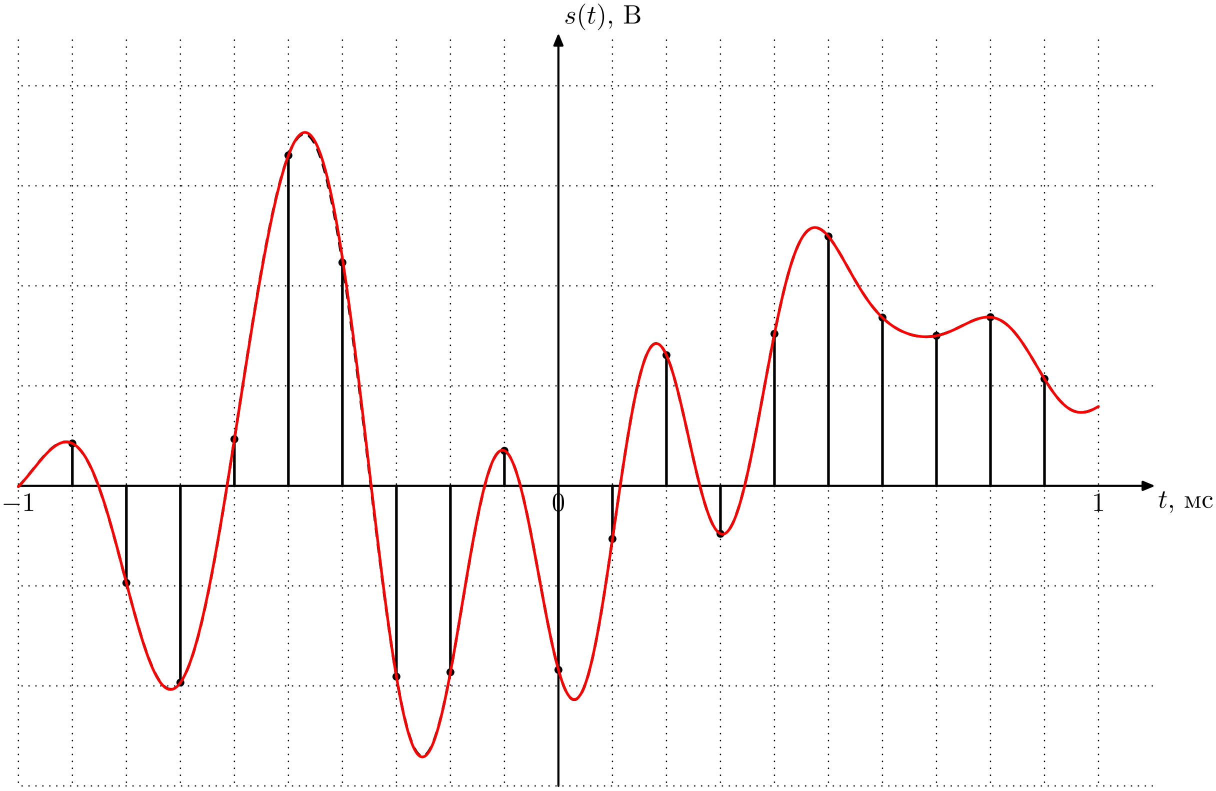
$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс



$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс

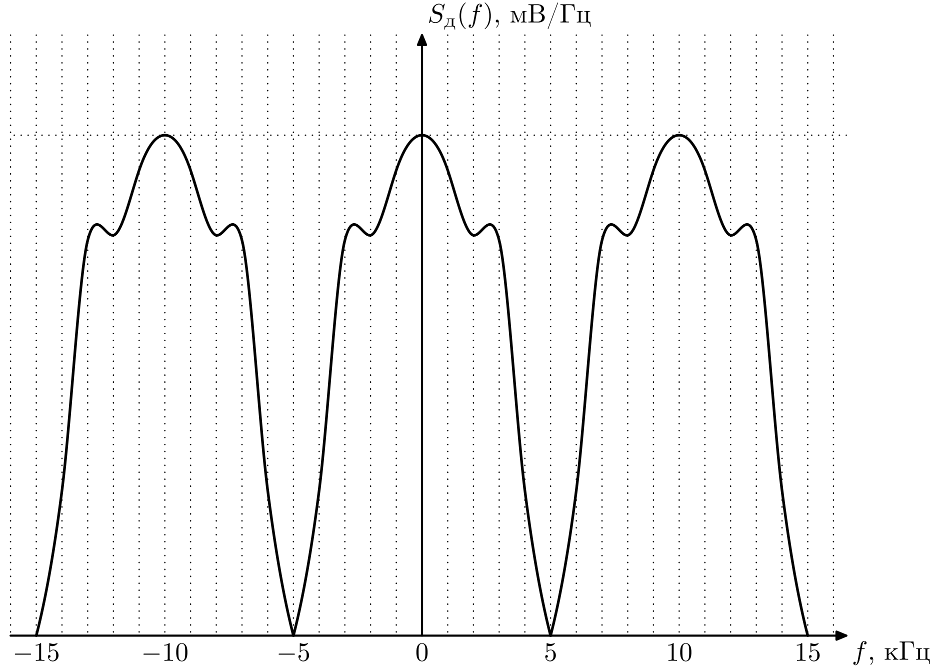


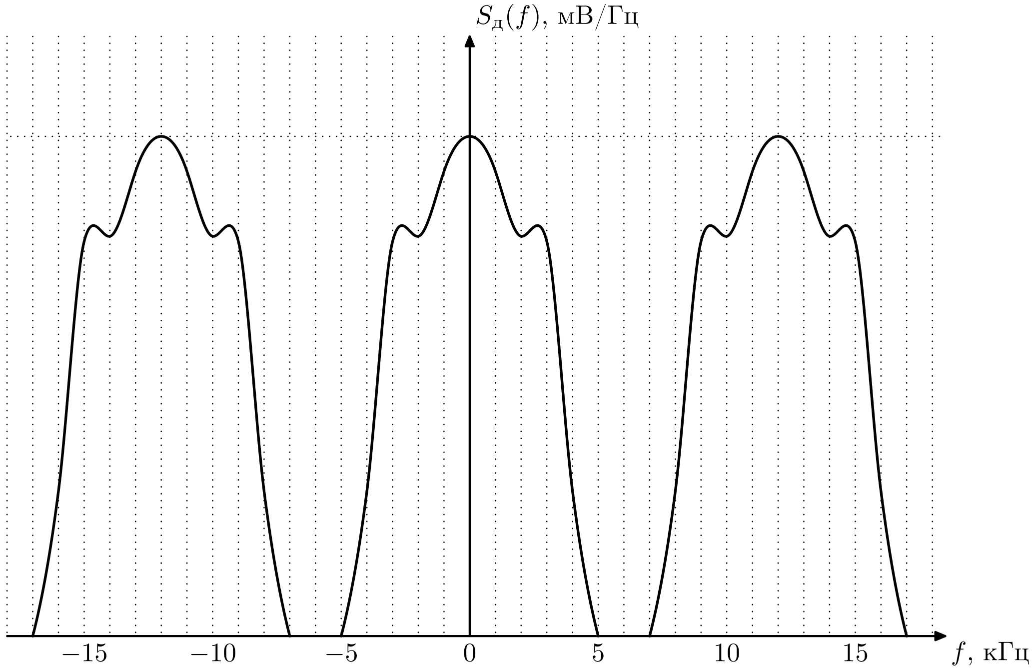
$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс



$s(t)$, В
-1
0
1
t, мс

$$\dot{S}_{\text{д}}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{S}(f - nF_{\text{д}}) \tag{9}$$




$S_д(f)$, мВ/Гц
−15
−10
−5
0
5
10
15
f, кГц