

От составителя

Прошу рассматривать эту публикацию как промежуточную версию мемориального сборника избранных трудов Д.Д. Кловского, которому в этом году исполнилось бы 80 лет. Ещё не все желающие принесли свои воспоминания. Возможно, кто-то сочтёт, что в сборник не включены некоторые труды, достойные публикации. В этом случае составитель будет признателен за помощь в создании электронной версии этих трудов. В конце сборника помещён полный список трудов Д.Д. Кловского, который может помочь в поиске. Объём сборника ограничен, и желательно действительно отобрать лучшее.

Николаев Б.И.  
07.12.09

Д.Д.КЛОВСКИЙ

# ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Самара  
2009

## ПРОФЕССОР Д. Д. КЛОВСКИЙ: БИОГРАФИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

Брайнина И. С., Горячкин О. В., Карташевский В. Г., Николаев Б. И., Шилкин В. А.



**Даниил Давидович Кловский** (1929-2004 гг.). Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, Почётный член НТОРЭС имени А. С. Попова и Американского общества инженеров в области электроники и электротехники (IEEE), действительный член Академии инженерных наук РФ, Академии телекоммуникаций и информатики, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи (ТОРС) Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики (ПГАТИ) с 1964 по 2004 г., один из основоположников современной статистической теории связи, – таков сухой "послужной список", за которым целая жизнь.

Д. Д. Кловский родился 16 августа 1929 года в г. Гродно (Польша), в рабочей семье. Чудом он и его отец остались в живых в годы войны, пройдя через три гетто и концлагеря Штутгоф, Освенцим, Бухенвальд. Его мать, сестра и два младших брата погибли в Майданеке. Только невероятное везение позволило ему с отцом остаться в живых. Страшные события детства и юности сформировали у Д. Д. Кловского бойцовский характер, который помог ему сохранить себя в нечеловеческих условиях.

Путь Даниила Давидовича в большую науку тоже не был усеян розами. Ему пришлось преодолеть немало трудностей. О нелёгком времени, которое довелось пережить, Д. Д. Кловский рассказал в автобиографической книге "Дорога из Гродно", изданной в 1994 году в г. Самаре, переведённой и переизданной затем на английском языке.

Даниил Давидович был необычайно способным, творческим и трудолюбивым человеком, всю жизнь стремившимся к новым знаниям. В короткие сроки после войны ему удалось освоить русский язык, которым до того времени он практически не владел, успешно закончить в Гродно среднюю школу.

В 1948 году Д. Д. Кловский поступил в Ленинградский электротехнический институт связи им. профессора Бонч-Бруевича (ЛЭИС) на факультет радиосвязи и радиовещания, который окончил с отличием в 1953 году. По свидетельству сокурсников Кловского, о его знаниях ходили легенды. Однажды на лекции по математике профессор А. Ф. Гаврилов с улыбкой сказал: "Этот интеграл не только я не могу взять, но сам Кловский не сможет" (речь шла о неберущихся интегралах). Ещё один пример. Студент Кловский подходит к

известному учёному по электрическим машинам А. Я. Бергеру и показывает принципиальные ошибки, которые он обнаружил в учебнике Л. М. Пиотровского "Электрические машины". Бергер поставил Кловскому "отлично" за весь курс, сказав, что тот может больше не ходить на его лекции. Что после этого произошло, описано в книге "Дорога из Гродно".

В институте в студенческие годы началась его научная работа под руководством талантливого педагога и ученого, в дальнейшем заведующего кафедрой теоретических основ радиотехники (ТОР) ЛЭИС, доктора технических наук, профессора Александра Михайловича Заездного, создавшего известную в России научную школу.

Студент Даниил Кловский со второго курса принимал участие в семинаре по математике профессора Гаврилова и каждый год выступал в институте с яркими докладами на научной сессии, посвящённой Дню радио.

После окончания института с отличием в 1953 году, Даниил Давидович полтора года работал в должности старшего инженера Гродненской дирекции радиотрансляционной сети, а затем был главным инженером радиодирекции города Могилева. Его преподавательская деятельность началась в Гродненском педагогическом институте, на физико-математическом факультете. Одновременно с работой на производстве и в вузе он упорно готовился к поступлению в аспирантуру, сдал экзамены на отлично, преодолел все препятствия и в 1956 году в возрасте 28 лет стал аспирантом кафедры ТОР ЛЭИС.

Его первая работа, положившая начало основному направлению его научной деятельности, появилась в 1959 году. В ней сформулированы идеи адаптивного приема дискретных сообщений при их последовательной передаче по каналам с переменными параметрами в условиях межсимвольной интерференции (МСИ), с использованием периодического зондирования канала испытательными импульсами.

В 1960 году Д. Д. Кловским была впервые опубликована работа по оптимальному когерентному поэлементному приему дискретных сообщений в каналах с МСИ, с нулевой задержкой решения (интервал анализа равен тактовому интервалу передачи), с периодическим зондированием канала и использованием обратной связи по решению (ОСР). Предложенная им система передачи известна под названием СИИП (система с испытательным импульсом и предсказанием). Позже появилось множество работ, в которых ОСР использовалась как при оптимальном, так и неоптимальном (с коррекцией характеристик канала) приёме.

После успешной защиты кандидатской диссертации в 1960 году Даниил Давидович был направлен на работу в Куйбышевский электротехнический институт связи (КЭИС, ныне ПГАТИ), где стал работать в должности доцента кафедры теоретических основ радиотехники (ныне кафедра теоретических основ радиотехники и связи - ТОРС). В 1964 году, после отделения кафедры антенн, Кловский возглавил кафедру ТОР.

В 1965 году Д. Д. Кловский блестяще защитил докторскую диссертацию на Совете Московского электротехнического института связи (МЭИС).

С первых дней работы в КЭИС доцент Кловский создал на кафедре студенческий научный кружок. На кафедре ТПС молодого института быстро возникла творческая атмосфера, которую Даниил Давидович перенёс из воспитавшего его Ленинградского электротехнического института связи. Вокруг Д. Д. Кловского объединилась творческая молодёжь, студенты и первые выпускники КЭИС. Многие из них сегодня профессора, доценты, преподаватели ПГАТИ и других – отечественных и зарубежных – институтов, университетов и крупных научно-исследовательских центров.

В дальнейшем профессор Кловский и его ученики разработали субоптимальные алгоритмы поэлементного приема в каналах с МСИ и аддитивными помехами, использующие периодическое зондирование канала и ОСР при произвольной задержке решения (интервал анализа равен или превышает память канала) – это алгоритм Кловского–Николаева, а также алгоритмы совместной демодуляции-декодирования в таких каналах при применении блоковых и свёрточных помехоустойчивых кодов, в том числе при перемежении символов на передаче. Идеи ранних работ Д. Д. Кловского положены в основу цифровых сотовых систем радиосвязи по общеевропейскому

стандарту GSM.

Профессор Кловский является одним из крупнейших отечественных ученых в области телекоммуникаций, создавшим в Самаре научную школу, в которой успешно решались сложные проблемы передачи и обработки информации в системах радиотехники, связи и дистанционного зондирования Земли.

Необыкновенная широта творческих интересов Даниила Давидовича Кловского, масштаб его личности, преданность делу привлекали к нему талантливых учеников и помощников. Сегодня среди них – 11 докторов и более 30 кандидатов наук.

В работах Д. Д. Кловского и его учеников предложена и апробирована обобщенная гауссовская модель стохастического пространственно-временного канала связи; выполнен анализ помехоустойчивости последовательных систем передачи дискретных сообщений по таким каналам; разработаны основы синтеза антенн с оптимальной диаграммой направленности (по критерию минимума средней вероятности ошибки).

Д. Д. Кловский всячески способствовал развитию нового научного направления, посвященного применению теории солитонов и других нелинейных волновых процессов (НВП) для передачи сигналов по нелинейным дисперсионным каналам связи, а также применению НВП в цифровой обработке сигналов (ЦОС).

Идеи Д. Д. Кловского по адаптации алгоритма демодуляции к нестационарному каналу нашли своё воплощение и в других областях радиотехники. В частности, в 90-е годы им и его учениками разработаны методы обработки сигналов в радиолокаторах с синтезированной апертурой в условиях априорной неопределенности. Это позволило преодолеть ряд проблем при создании первых отечественных цифровых авиационных радиолокаторов с синтезированной апертурой высокого разрешения. Обобщение идей адаптации на случай полной априорной неопределенности привело к созданию и последующему развитию отечественного направления в новой области ЦОС – «слепой» обработки сигналов.

Под руководством Д. Д. Кловского в ПГАТИ создана серия эффективных последовательных цифровых модемов, которые обеспечивают передачу дискретных сообщений с высоким качеством в декаметровом (КВ) канале со скоростью 1200 Бод и более в полосе стандартного телефонного канала.

Д. Д. Кловским опубликовано более 300 научных статей и 8 монографий по вопросам теории передачи и приёма сигналов в каналах связи с многолучевостью, 15 патентов и авторских свидетельств на изобретения. Он является автором учебников и учебных пособий по теории передачи сигналов и теории электрической связи, по которым в России и за рубежом уже более 40 лет готовятся специалисты в области телекоммуникаций.

Заслуги Д. Д. Кловского в области науки в 1971 году были отмечены орденом Знак Почета. В 1989 году Д. Д. Кловскому было присвоено почётное звание «Заслуженный деятель науки и техники РСФСР».

Даниил Давидович Кловский скончался на 75 году жизни 10 мая 2004 года. Фактически до последних часов жизни он продолжал научные исследования и активную педагогическую деятельность, готовил к печати свой новый учебник для вузов «Теория электрической связи».

Жизнь профессора Кловского является примером бескорыстного служения науке, нашей великой стране, всему человечеству. И сегодня его личный пример, глубокие научные идеи и неиссякаемый оптимизм служат верными жизненными ориентирами для многочисленных последователей и учеников, продолжателей его дела.

## Даня

Теперь вокруг и не найдёшь человека, который бы так его называл при жизни – Даня. Как говорится, "иных уж нет, а те – далече"....

...Разве что Гриша Меньшиков, старый питерский интеллигент, профессор математики, деливший с ним скудный аспирантский хлеб. Именно с Григорием Григорьевичем – первым из многих – довелось мне познакомиться в далёком 1969 году, когда по путевке Д. Д. Кловского отправился я завоёвывать северную столицу. "Как там Даня?" – спросил Г. Г. Потом этот вопрос мне довелось услышать много раз от самых разных людей.

Даню знали и как-то по-особенному любили в ЛЭИСе имени Бонч-Бруевича ("Бонче"). Мне было 23 года; только что, в январе, скоростижно умер мой отец; шёл первый год аспирантуры; денег не было. Если бы не Д. Д., возможно, моя судьба сложилась совсем иначе. Кловский не давал раскисать, был порой преднамеренно суров, а в июне отправил в Ленинград с рекомендательными письмами. Всё это сейчас звучит как-то старомодно, впрочем, для Самары это и тогда казалось старомодным – какие письма? Но меня, мальчишку, привечали люди, по книгам которых я учился, они разговаривали со мной на равных, приглашали домой и спрашивали о Дане, уехавшем в Куйбышев заведовать кафедрой лет 5 тому назад, в середине шестидесятых...

...В феврале 1971 года поехал в ЛЭИС защищать диссертацию, уехали слишком рано – за 2 недели до защиты в паре с Игорем Дородновым. Жили в служебной комнате почтамта на улице Гоголя. На ночь нас запирали до открытия. Деньги практически кончились, остались только неприкосновенные 150 рублей на банкет в "Астории".

Накануне защиты у нас с Игорем началась форменная трясучка. Дождались, пока нас отворят, и поехали на Московский вокзал встречать Кловского. Д. Д. сошел с поезда благостный, зорко оглядел нас... и пригласил в вокзальный ресторан. В то памятное утро на троих мы грохнули 0,7 "Столичной" (замечу, что вообще-то Даниил Давидович был человек непьющий). К 10 утра, пьяненькие, мы с Игорем вернулись в свою каморку и тихо уснули... Кловский пошел на кафедру.

Защиты прошли гладко.

Многому научил меня профессор Кловский, но главное – любить своих учеников и верить в них. За это ему глубоко благодарен.



Виктор Сойфер  
25/03/08

## Светлой памяти дорогого учителя Даниила Давыдовича Кловского

В начале сентября 1960-го года к нам в аудиторию пришел новый преподаватель - Даниил Давыдович Кловский. В то время мы были студентами 4-го курса факультета радиосвязи и радиовещания КЭИС, наш первый поток состоял из трех групп - 9,10 и 11 набора 1957-го года. В этих группах учились некоторые будущие преподаватели нашего института, такие как Володя Балобанов (бессменный староста 9-ой группы, в которой была также моя школьная подруга Ида Табеева и я), Боря Николаев, Эдик Акчурин, Алик Виноградов (все они из мужской 11-ой группы).

Даниил Давыдович начал читать нам курс распространения радиоволн. На первой же лекции он заявил: «Я практикую опрос». Насколько я теперь понимаю, педагогическая практика Д.Д. на тот момент была не слишком велика, к нам он приехал в возрасте 32 лет вскоре после окончания аспирантуры ЛЭИС и защиты там кандидатской диссертации. Дело с опросом как-то не пошло и вскоре отпало само собой, зато другое его объявление об организации научного кружка на кафедре ТОР меня заинтересовало. Так я стала ученицей Даниила Давыдовича на долгие годы.

Жил он в то время в помещении института, на первом этаже, дверь в его комнату выходила в вестибюль на том месте, где теперь висит доска с расписанием занятий (ближайшая к коридору). Семья Даниила Давыдовича состояла тогда из жены Алисы Давыдовны, тещи Елизаветы Ивановны и 5-ти летнего сына Марика, который свободно бегал по всему институту. Мне неоднократно приходилось посещать, будучи студенткой, это скромное жилище без всяких удобств (все удобства были в коридоре), так же жили еще несколько семей первых преподавателей КЭИС. Не представляю, где они готовили пищу, стирали и т.д. Тем не менее, даже в таких стесненных бытовых условиях, Даниил Давыдович умудрялся всегда выглядеть очень импозантно, по-столичному, его костюмы были весьма элегантны и безукоризненны, весь его облик заметно отличался от облика наших провинциалов.

Только через три года Д.Д. получил, наконец, трехкомнатную квартиру на первом этаже «хрущевки» на улице Мориса Тореза. Тогда это считалось далекой окраиной города, но все равно было большим счастьем. Там в семействе Кловских родился в 1965 году второй сын Олег.

Но возвращаюсь к нашей совместной работе с учителем. Сначала он дал мне задачу на исследование оптимальной расстройки (относительно несущей частоты радиосигнала) одиночного колебательного контура на входе приемника радиотелеграфных сигналов, минимизирующей длительность переходного процесса (времени нарастания до 0,9 установившегося уровня и спада до 0,1) при допустимом ослаблении уровня сигнала и искажениях его формы. После решения этой задачи, оптимум оказался на границе полосы пропускания контура (с экспериментальной проверкой на собранном макете с помощью ГСС, осциллографа и вольтметра) Д.Д. сказал, что мне удалось вывести формулу профессора Крылова (видимо, математика и кораблестроителя). Эту задачу в свое время Д.Д. получил, будучи студентом ЛЭИС, от своего учителя Александра Михайловича Заездного. Даниил Давыдович поручил переплести этот «великий труд» студентки 4-го курса и передал в институтскую библиотеку.

Не знаю точно, пригодилась ли кому-нибудь в дальнейшем эта моя первая научная работа, но доверие учителя завоевать удалось. Вскоре в 1961 году он подарил мне экземпляр своей кандидатской диссертации, из которой я весьма мало что тогда поняла, но все же прониклась важностью решаемых задач и стала дипломницей Даниила Давыдовича. Тема диплома была чисто теоретической: «Оценка пропускной способности некоторых радиоканалов с переменными параметрами», потом по ее результатам была мною опубликована в 1964 году статья в журнале Известия Вузов, Радиотехника.

По окончании КЭИС я около 3-х лет работала инженером в КОНИИР, в лаборатории Юрия Федоровича Пелегова, институтского друга Кловского, но научных связей с учителем

не прерывала. В конце 1965 года я поступила в аспирантуру ЛЭИС на кафедру ТОР профессора Александра Михайловича Заездного. Хотя аспирантура была очной, моим руководителем заочно был утвержден Даниил Давыдович Кловский. На тот момент он был еще кандидатом наук, но вскоре защитил в МЭИС докторскую диссертацию. Помню, как на кафедре ТОР в ЛЭИС в 1966 году его друзья радовались известию об его утверждении в докторской степени, как Александр Михайлович Заездный написал поздравление на большом фототелеграфном бланке, и я ходила на Ленинградский Главпочтамт его отправлять, заодно послав и от себя фототелеграмму.

Казалось бы, заочное руководство аспирантом-очником неудобно для обоих, но в нашем случае совместная работа сложилась очень просто и естественно. Я приехала в аспирантуру ЛЭИС с хорошим «заделом», направление работы было давно определено. Оставалось только переписываться и общаться на научных конференциях в КЭИС и ЛЭИС, а также во время летнего отпуска. Свои статьи я посылала Даниилу Давыдовичу на отзыв, он делал необходимые замечания, но в отличие от многих именитых руководителей никогда не пытался поставить свою подпись под работой своей ученицы. В результате сложилось так, что за долгие годы у нас не оказалось с ним ни одной статьи в соавторстве.

После моего прихода на кафедру ТОРС в начале 1991 года, сначала в НИО, а затем в качестве доцента в 1994 году, мы вновь стали общаться с учителем. К тому времени я завершала работу над докторской диссертацией. Даниил Давыдович проявлял к ней интерес и оказывал постоянную организационную поддержку, согласился стать моим оппонентом. В значительной мере благодаря его научному авторитету и влиянию в нашем институте и за его пределами, мне удалось сравнительно быстро преодолеть все необходимые формальности и выйти на защиту в ГУТ (бывший ЛЭИС) в начале 1997 года.

На протяжении всех последующих лет Даниил Давыдович Кловский оставался для меня не просто начальником, заведующим кафедрой, но первым и любимым учителем, наставником, безусловным научным авторитетом и просто хорошим, добрым человеком. Он много ужасного и страшного испытал в детстве и ранней молодости, в этом смысле судьба Даниила Давыдовича Кловского кажется даже неправдоподобной. Однако эти испытания не озлобили его, он сделал людям много добра. Он любил талантливую молодежь, нам всем очень повезло в том, что Даниил Давыдович по случайному и неблагоприятному для него стечению обстоятельств не остался в родном ЛЭИС, а был направлен к нам в молодой институт. Не сомневаюсь, что он в значительной мере повлиял на судьбу некоторых своих учеников, о себе могу это сказать совершенно определенно.

За 44 года работы в нашем институте Даниил Давыдович стал настоящим патриархом, казалось, что он и институт составляют неразрывное целое и так будет всегда. Он был великим тружеником и требовал этого от своих учеников. Увы, все хорошее проходит, но, к счастью, не всегда бесследно.

Неожиданная и скоропостижная смерть Даниила Давыдовича Кловского 10 мая 2004 года совершенно поразила меня и просто выбила из колеи, очень долго я не могла смириться и свыкнуться с этим. Мне до сих пор очень его не хватает, и наверняка не только мне. Не забуду дорогого учителя Даниила Давыдовича Кловского до конца своих дней.

Д.т.н., профессор

Брайнина Ирина Соломоновна

24 февраля 2008 года

## Неожиданная аспирантура

Как всегда, всё начинается случайно. Не ждёшь ничего, а оно вдруг появляется. Особенно в юности. Да что там, – кто чего в юности ждет, – не то время, время, когда каждый момент или минута дарят нам ощущение счастья. И вдруг среди этого ощущения всплывает загадочное слово «Аспирантура».

Я попал к Даниилу Давидовичу довольно неожиданно, мои друзья учились у него в аспирантуре, говорили не вполне понятные слова, тем самым вызывая у меня скрытое ощущение собственной неполноценности. А что, думал я, учусь хорошо, наукой не занимаюсь, свободное время в горах, походах, стихах и т.п. Может, пора уже задуматься о ценностях реальной жизни, – это ещё были неосознанные подвижки в каком-то полушарии, редко, но были.

И вот я, потенциальный дипломник, пришёл к Д.Д.Кловскому, в то время единственному профессору, доктору наук в области информатики, и сказал, что я хочу писать у него дипломную работу. Даниил Давидович открыл мне свою последнюю статью, молча посмотрел на меня и сказал: «Вы, знаете, Миша, попробуйте ввести в задачу 4-х параметрического распределения вероятностей, мнэ, адаптивный механизм обнаружения сигналов. Да, и не забудьте использовать теорему Кифера-Вольфовица».

С этой минуты началась другая жизнь. Кто такой Кифер и при чём здесь Вольфовиц, зачем мне 4-х параметрическое распределение и пр., и т.п. В дальнейшем я много общался с Даниил Давыдовичем, и всегда стиль его общения заключался в диалоге «на равных», т.е. он ничего не разжёвывал, ничего не пояснял, он говорил со мной как с равным, абсолютно не спускаясь с уровня своего кругозора и своего знания. Это были уроки Мастерства. Он был Мастером, но и со мной он вёл беседу, как с Мастером. Никакого снисхождения, никакого упрощения, ученик – это не подмастерье, это такой же учёный, только молодой.

Лишь много лет спустя, пройдя через множество своих аспирантов, я начал понимать, как это правильно, как это верно. Ведь становление личности учёного – это не формирование совокупности знаний, это умение видеть и чувствовать проблему с разных сторон и разных точек зрения. Не удивительно, что его ученики становились не просто остепенёнными, они становились мыслителями. Как говорится, почувствуйте разницу.

Годы, которые я провел в КЭИСе в обществе Даниила Давидовича, научили многому, и не только научной работе, но и умению потенциально оценивать своего коллегу или оппонента. Ясность и чёткость мысли неотъемлема от научного работника, для меня эта черта фактически стала критерием оценки исследователя. Сейчас на расстоянии многое, конечно, выглядит иначе, чем в те далекие годы. Это естественно, – наша молодость всегда кажется прекрасной, многое забывается, многое уходит, увы, навечно. Однако в одном, несмотря на разные ветра и времена, властвующие в этом мире, я остаюсь неизменно в одном мнении – Д.Д.Кловский – это эпоха в умах и делах лучшей части нашего поколения.

Когда уходят наши годы  
Без стука закрывая дверь,  
Нам оставляя отголоски  
Событий, судеб и потерь,  
Мы не становимся моложе,  
Но мы становимся мудрей,  
А краски осени и строже,  
И полновесней, и ясней.  
Ведь мудрость зрелых откровений  
Увы, не каждому дана,  
Весна прекрасна вдохновеньем,  
А осень трезвостью ума,  
И праздником благодаренья  
За все, за Вашу жизнь, за Вас,  
Ведь Вы теперь уже над нами,  
За то, что пусто нам без Вас,  
За то, что путь тернист и долог,  
Но ничего в нем не забыть.  
Учитель – нету выше слова, –  
Легко сказать и трудно жить...

## Притяжение Кловского.

Луч света, в соответствии с общей теорией относительности, попав в гравитационное поле, меняет направление своего движения, тем сильнее, чем больше масса звезды.

На жизненном пути каждого человека, наверное, встречаются люди, встреча с которыми оказывает влияние на судьбу человека. Можно сказать, что степень этого влияния у разных людей различна. Если говорить в этом смысле о профессоре Данииле Давидовиче Кловском, то притяжение его звезды было исключительно сильным.

Составляющими «притяжения Кловского» были исключительная преданность его делу науки, уважение к интеллектуальным ценностям, человеческое обаяние и порядочность, понимание людей, умение видеть и ценить в человеке лучшие стороны его души.

Те, кто сталкивался с Д.Д. Кловским в жизни, быстро замечали, что единственным, помимо семьи, смыслом его жизни была наука. Иногда казалось, что когда-то, в студенческом возрасте, «включившись», он продолжает «работать» десятилетия без перерыва и отдыха. Зная это, можно понять, почему он так восставал против лени и невежества студентов, и так радовался их успехам.

Д.Д. Кловский за годы работы в Самаре создал одну из самых сильных в СССР научных школ в области статистической теории радиотехники и связи. В этом успехе сыграло большую роль отношение Даниила Давидовича к своим ученикам. Так, став аспирантом Д.Д. Кловского, через какое-то время можно заметить, что Даниил Давидович уже хорошо знаком с семьей аспиранта, он не только руководит научной работой, но и в курсе всех бытовых, семейных проблем, всегда готов предпринять любые усилия, чтобы помочь практически во всем. К сожалению, такой способ руководства аспирантом очень затратен для запаса душевных сил руководителя, но результат того стоил, поскольку Д.Д. Кловскому удалось подготовить более 50 докторов и кандидатов наук.

Детищем Кловского была кафедра ТОРС ПГУТИ. Люди, работавшие на кафедре в тяжелые 90-е годы, часто признавались, что работают в институте только потому, что кафедрой руководит Д.Д. Кловский. Вообще, умение Кловского окружить себя талантливыми, амбициозными людьми, имеющими подчас весьма сложные характеры, увлечь их общим делом, создать творческую, доброжелательную атмосферу – это то, что объясняет феномен кафедры ТОРС и её руководителя.

Сегодня Даниила Давидовича Кловского нет на этом свете. Остались его учебники, научные монографии, книги и статьи. В душах его учеников осталось тепло его дружеского участия. Хочется верить, что «притяжение Кловского» сохранится и для тех, кто продолжит лучшие традиции российской науки.

7.11.08 О.В.Горячкин

## Мой Д.Д. Кловский

Передо мной список публикаций академика АИН, доктора наук, профессора Д.Д. Кловского – 306 наименований общим объёмом 4615,8 страниц. Что считать «избранными трудами»? Теперь уже не спросишь об этом у самого автора... Решили так: собрать его первые и последние труды, а среди прочих – те, на которые есть наибольшее количество ссылок.

До 90-х годов набор текстов рукописей производился вручную. Электронных версий нет, и понадобилось их воссоздавать. Эту работу поручили мне. Я и не сопротивлялся. Сразу скажу – это была интересная и поучительная работа. Я снова слышал голос Кловского и вспоминал, как он радовался успехам и как переживал неудачи.

...Не знаю, как другие, а я прирастаю к людям, с которыми делаю общее дело. И когда эти люди уходят, возникает тоскливое ощущение пустоты.

Но мне долгое время везло. Рядом был шеф, он же научный руководитель, он же жизненный наставник, друг и, в сущности, второй отец. И когда приходила беда, он согревал меня своим теплом, потом загружал работой – и пустота проходила. А то расскажет какую-нибудь жуткую историю из своей биографии, и невольно подумаешь: как же он-то выжил?

Слово-то какое: «выжил»... Как в той солдатской присказке «нам бы ночь простоять, да день продержаться». Будто кто-то специально давит, чтобы жизнь сказкой не казалась.

...Д.Д. Кловский заметил меня на экзамене по распространению радиоволн в 1960-м году. Ему показалось, что во мне есть задатки научного исследователя. В 1962 он отправил меня на стажировку в ЛЭИС, к А.М. Заездному. Мог ли я подумать, что всю остальную жизнь буду возвращаться к воспоминаниям о днях, проведённых в замечательном коллективе. Они творили новую технику, двигали отечественную науку, шумно дискутировали, а главное – какие они были молодые! Нельзя было не заразиться от них оптимизмом, радостью жизни, постоянным ощущением праздника. Я понял тогда, откуда эти качества у Д.Д. Кловского и что мне прямая дорога – к нему. Так он нашёл себе «оруженосца», готового всё перетерпеть ради этого невидимого для многих света. А я инстинктивно старался сделать всё, чтобы и на кафедре ТОР КЭИС был такой оазис чистой науки.

Конечно, не всё получалось. Но кафедру возглавлял Шеф, который всё понимал и сам подавал пример стойкости и целеустремлённости. В 1965 году он поехал в Москву защищать докторскую диссертацию – и взял меня с собой (я ещё шутил: «для переноски плакатов»). Поехал не куда-нибудь, а в МЭИС, к Надеждину, Терентьеву и другим, по тем временам, корифеям науки. Официальными оппонентами были Б.Р. Левин, Л.М. Финк и В.С. Мельников. Успешную защиту я воспринимал и как свой успех: я ведь не только носил и перевешивал плакаты, но привёз знаменитую «кривую ошибок», снятую на сделанном-таки нами макете системы связи с испытательным импульсом. Это была практическая часть диссертации. Оппоненты были в трудном положении: надо отметить недостатки, но что делать, если их нет?..

Большое видится на расстоянии: по прошествии многих лет хорошо видно, кто чего стоит. Долгое время Д.Д. Кловский был единственным доктором наук в институте. Очень многих он приобщил к науке и помог защитить диссертации. Он умел организовать взаимопомощь: сегодня выводим «в люди» одного, завтра другого. Это и есть признаки школы. Те, кто «защищались», чаще всего уходили с кафедры для продолжения карьеры. Остались единицы. Шеф всегда остро переживал проявления неблагодарности, но никогда никого не удерживал.

...Уже 5 лет нет Д.Д. Кловского, а я не могу смириться с этой мыслью.

Эти 44 года рядом с ним не прошли даром. Он продолжает присматривать за мной, и я советуюсь с ним. Он учит меня в каждом деле искать оптимальное решение. И это помогает мне выжить.

Николаев Б.И.

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПО ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ

Кловский Д. Д.

За последнее время много внимания уделялось расчету переходных характеристик по заданным частотным [1, 2]. Однако импульсные методы и соответственно переходные характеристики настолько распространены, что большой интерес представляет и обратный переход – от переходных характеристик к частотным.

В этой работе предлагается практически приемлемый метод такого пересчета, базирующийся на идее аппроксимации заданной кривой суммой треугольников, предложенной Вороновым [2].

Как известно, связь между частотными  $K(j\omega)$  и переходной  $h(t)$  характеристиками определяется выражением

$$K(j\omega) = j\omega \int_0^{\infty} h(t) \cdot e^{-j\omega t} dt . \quad (1)$$

Пусть нам графически задана переходная характеристика, показанная на рис. 1 сплошной линией.

Аппроксимируем переходную характеристику сопрягающимися прямолинейными отрезками. Продолжим эти отрезки по пересечению с осью ординат. Легко видеть, что заданная характеристика представляется приближенно суммой трех треугольников  $abc$ ,  $aed$  и  $ofd$ , причем одна из вершин каждого треугольника является точкой сопряжения двух сопрягающихся прямолинейных отрезков, две другие его вершины лежат на оси ординат и образуются пересечением этих сопрягающихся прямолинейных отрезков с осью ординат. Если сложить ординаты треугольников  $abc$  и  $aed$  и вычесть ординаты треугольника  $ofd$ , приближенно получим кривую переходного процесса.

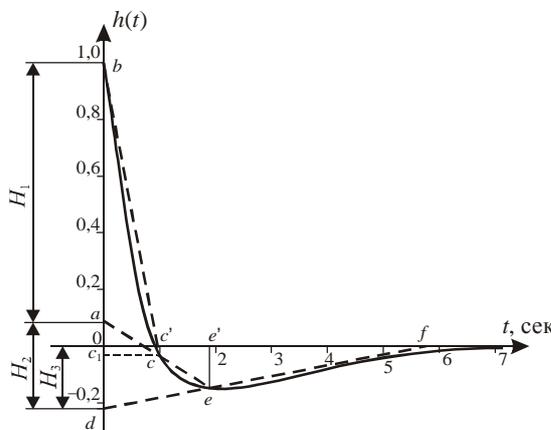


Рис. 1.

Описанным способом весьма легко представить любую переходную характеристику, для которой  $h(t)$  стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , суммой треугольников. Совершенно ясно, что если  $h(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к какому-то пределу  $H_0$ , переходная характеристика представится суммой треугольников и одного прямоугольника с высотой  $H_0$ . В этом случае частотная характеристика будет содержать постоянную составляющую  $K_0 = H_0$ .

Условимся расстояние между двумя вершинами аппроксимирующего треугольника, лежащими на оси ординат, называть высотой треугольника и обозначать  $H_i$ , расстояние же между третьей вершиной и осью ординат, измеренное по оси абсцисс, – базисом треугольника и обозначать  $t_i$ .

В нашем примере аппроксимирующие треугольники имеют следующие параметры:

$$H_1 = ab = 0,92; \quad t_1 = oc' = 1 \text{ сек};$$

$$H_2 = ad = 0,3; t_2 = oe' = 1,9 \text{ сек};$$

$$H_3 = od = 0,22; t_1 = of = 5,6 \text{ сек}.$$

Как видно из рис. 1, любой из аппроксимирующих треугольников может быть представлен суммой или разностью двух прямоугольных треугольников, базисы которых остаются без изменения. Например, треугольник  $abc$  может образоваться вычитанием прямоугольных треугольников  $bcc_1$  и  $acc_1$ .

Таким образом, можно любую переходную характеристику, для которой  $h(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , представить в виде суммы некоторого числа прямоугольных треугольников, т. е. можно написать

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t); \quad (2)$$

здесь  $h_i(t)$  – прямоугольно-треугольная характеристика с высотой  $H^i$  и базисом  $t_i$ , показанная на рис. 2;  $n$  – число аппроксимирующих прямоугольных треугольников.

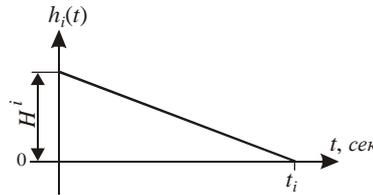


Рис. 2

Подставив (2) в (1), получим

$$K(j\omega) \approx j\omega \sum_{i=1}^n \int_0^{t_i} h_i(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (3)$$

Выражение (3) показывает, что вычисление частотной характеристики сводится к вычислению интегралов вида

$$K(j\omega)_i \approx j\omega \int_0^{t_i} h_i(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (4)$$

которые можно было бы назвать элементарными составляющими частотной характеристики системы.

Из рис. 2 видно, что аналитическое выражение для отдельного прямоугольного треугольника может быть записано так:

$$h_i(t) = \frac{H_i}{t_i} (t_i - t) \text{ при } 0 < t < t_i, \quad (5)$$

где  $H_i$  – высота прямоугольного треугольника,  $t_i$  – базис треугольника.

Подставив (5) в (4), получим

$$K(j\omega)_i = j\omega \frac{H_i}{t_i} \int_0^{t_i} (t_i - t) e^{-j\omega t} dt. \quad (6)$$

Проделав несложные вычисления, будем иметь

$$K(j\omega)_i = H_i \left[ \left( 1 - \frac{\sin \omega t_i}{\omega t_i} \right) + j \left( \frac{1}{\omega t_i} - \frac{\cos \omega t_i}{\omega t_i} \right) \right]. \quad (7)$$

Вещественная часть элементарной составляющей частотной характеристики определится выражением

$$K_1(\omega)_i = H_i \left( 1 - \frac{\sin \omega t_i}{\omega t_i} \right). \quad (8)$$

Мнимая часть элементарной составляющей частотной характеристики определится выражением

$$K_2(\omega)_i = H_i \left( \frac{1}{\omega t_i} - \frac{\cos \omega t_i}{\omega t_i} \right). \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) видно, что элементарные составляющие, соответствующие любому аппроксимирующему треугольнику, имеющему высоту  $H_i$  и базис  $t_i$ , и который, как мы доказали выше, всегда можно представить в виде суммы или разности двух прямоугольных треугольников с базисами, равными  $t_i$ , определяются теми же выражениями (8) и (9), поскольку  $t_i$  остается прежним. Необходимо лишь взамен  $H^i$  – высоты прямоугольного треугольника – писать  $H_i$ , – высоту исходного треугольника аппроксимации.

Итак, элементарные составляющие, соответствующие любому аппроксимирующему треугольнику, определяются выражениями

$$K_1(\omega)_i = H_i \left( 1 - \frac{\sin \omega t_i}{\omega t_i} \right), \quad (10)$$

$$K_2(\omega)_i = H_i \left( \frac{1}{\omega t_i} - \frac{\cos \omega t_i}{\omega t_i} \right). \quad (11)$$

Мы приводим таблицу для отыскания вещественной и мнимой частей элементарной составляющей частотной характеристики, соответствующую треугольнику с высотой и базисом, равными единице, т. е. расчет таблицы производился по формулам

$$K_1(\omega)_r = 1 - \frac{\sin \omega}{\omega}, \quad (12)$$

$$K_2(\omega)_r = \frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega}{\omega}. \quad (13)$$

Для того чтобы получить составляющие частотной характеристики, соответствующие треугольнику с высотой  $H_i$  и базисом  $t_i$ , необходимо табличные значения  $K_1(\omega)_r$  и  $K_2(\omega)_r$  умножить на  $H_i$  (см. формулы (10) и (11)), в качестве же аргумента взять не табличные значения  $\omega$ , а величину  $\omega/t_i$  (приняв во внимание теорему изменения масштаба, т. е. учитывая, что значению  $K(\omega)_r$  для частоты  $\omega$  соответствует значение искомой частотной характеристики  $K(\omega)_i$  для частоты  $\omega/t_i$ ).

Итак, имеем

$$K_1(\omega)_i = H_i K_1 \left( \frac{\omega_r}{t_i} \right), \quad (14)$$

$$K_2(\omega)_i = H_i K_2 \left( \frac{\omega_r}{t_i} \right). \quad (15)$$

После того, как найдены вещественные и мнимые части элементарных частотных характеристик, строят их графики, т. е. зависимость  $K_1(\omega)_i$  и  $K_2(\omega)_i$  от  $\omega_r/t_i$  и алгебраически складывают между собой. В результате находят графики вещественной  $K_1(\omega)$  и мнимой  $K_2(\omega)$  частей частотной характеристики рассматриваемой системы, так как

$$K_1(\omega) = \sum_i^n K_1(\omega)_i, \quad (16)$$

$$K_2(\omega) = \sum_i^n K_2(\omega)_i, \quad (17)$$

где  $n$  – число аппроксимирующих треугольников.

По известным вещественной и мнимой частям частотной характеристики находят амплитудно-частотную  $K(\omega)$  и фазово-частотную  $\varphi(\omega)$  характеристики. Это может быть выполнено графически. Для этого из графиков  $K_1(\omega)$  и  $K_2(\omega)$  находим ординаты, соответствующие данной частоте. Производя построение, показанное на рис. 3, измеряем  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$ .

$\omega$	$K_1(\omega)_T$	$K_2(\omega)_T$									
0	0	–	2,6	0,8017	0,7146	9,2	0,9758	0,2150	15,8	1,0058	0,1264
0,04	0,0003	0,0200	2,8	0,8804	0,6945	9,4	0,9974	0,2128	16	1,0180	0,1223
0,08	0,0011	0,0400	3	0,9530	0,6630	9,6	1,0181	0,2066	16,2	1,0292	0,1161
0,12	0,0024	0,0766	3,2	1,0182	0,6240	9,8	1,0374	0,1969	16,4	1,0389	0,1080
0,16	0,0043	0,0798	3,4	1,0752	0,5783	10	1,0544	0,1839	16,6	1,0469	0,0982
0,20	0,0067	0,0997	3,6	1,1229	0,5271	10,2	1,0686	0,1680	16,8	1,0528	0,0869
0,24	0,0096	0,1228	3,8	1,1610	0,4721	10,4	1,0796	0,1499	17	1,0565	0,0750
0,28	0,0130	0,1477	4	1,1892	0,4134	10,6	1,0870	0,1308	17,2	1,0580	0,0628
0,32	0,0170	0,1636	4,2	1,2075	0,3547	10,8	1,0908	0,1105	17,4	1,0570	0,0505
0,36	0,0115	0,1803	4,4	1,2163	0,2968	11	1,0909	0,0906	17,6	1,0539	0,0389
0,40	0,0265	0,1974	4,6	1,2160	0,2424	11,2	1,0874	0,0714	17,8	1,0487	0,0282
0,44	0,0320	0,2238	4,8	1,2075	0,1898	11,4	1,0806	0,0532	18	1,0417	0,0188
0,48	0,0379	0,2321	5	1,1918	0,1433	11,6	1,0709	0,0374	18,2	1,0332	0,0112
0,52	0,0445	0,2561	5,2	1,1699	0,1024	11,8	1,0588	0,0238	18,4	1,0236	0,0055
0,56	0,0515	0,2721	5,4	1,1431	0,0675	12	1,0447	0,0132	18,6	1,0133	0,0017
0,60	0,0589	0,2915	5,6	1,1127	0,0410	12,2	1,0294	0,0055	18,8	1,0026	0,0002
0,64	0,0669	0,3117	5,8	1,0801	0,0193	12,4	1,0133	0,0011	19	0,9921	0,0006
0,68	0,0753	0,3265	6	1,0466	0,0070	12,6	0,9973	0,0002	19,2	0,9821	0,0032
0,72	0,0849	0,3458	6,2	1,0134	0,0005	12,8	0,9819	0,0020	19,4	0,9730	0,0076
0,76	0,0935	0,3633	6,4	0,9818	0,0008	13,	0,9677	0,0072	19,6	0,9652	0,0137
0,80	0,1633	0,3791	6,6	0,9528	0,0075	13,2	0,9551	0,0150	19,8	0,9589	0,0211
0,84	0,1135	0,3974	6,8	0,9273	0,0192	13,4	0,9448	0,0244	20	0,9543	0,0396
0,88	0,1242	0,4140	7	0,9061	0,0353	13,6	0,9368	0,0359	21	0,9602	0,0296
0,92	0,1352	0,4285	7,2	0,8898	0,0545	13,8	0,9316	0,0485	22	1,0004	0,0737
0,96	0,1465	0,4446	7,4	0,8785	0,0757	14	0,9292	0,0617	23	1,0368	0,0909
1	0,1585	0,4597	7,6	0,8726	0,0986	14,2	0,9297	0,0749	24	1,0377	0,0667
1,2	0,2233	0,5320	7,8	0,8720	0,1213	14,4	0,9329	0,0875	25	1,0053	0,0240
1,4	0,2961	0,5936	8	0,8763	0,1432	14,6	0,9387	0,0991	26	0,9707	0,0004
1,6	0,3753	0,6432	8,2	0,8859	0,1634	14,8	0,9467	0,1091	27	0,9646	0,0136
1,8	0,4590	0,6822	8,4	0,8983	0,1808	15	0,9566	0,1172	28	0,9903	0,0478
2	0,5454	0,7081	8,6	0,9146	0,1952	15,2	0,9680	0,1234	29	1,0229	0,0690
2,2	0,6325	0,7225	8,8	0,9335	0,2060	15,4	0,9803	0,1269	30	1,0329	0,0603
2,4	0,7186	0,7242	9	0,9549	0,2124	15,6	0,9931	0,1279	–	–	0,0319

$K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  можно также определить по формулам

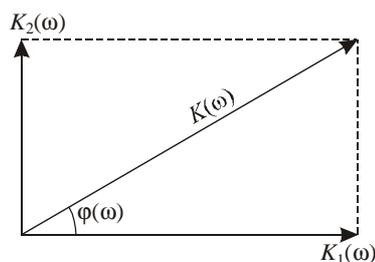


Рис. 3

$$K(\omega) = \sqrt{K_1^2(\omega) + K_2^2(\omega)}, \quad (18)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{K_2(\omega)}{K_1(\omega)}. \quad (19)$$

Отметим здесь следующее обстоятельство. Как видно из формул (12) и (13), при достаточно большом  $\omega$   $K_1(\omega)_T \rightarrow 1$ , а  $K_2(\omega)_T \rightarrow 0$ . Если при определении  $K_1(\omega)_T$  и  $K_2(\omega)_T$  допустить погрешность не больше, чем 4%, то можно утверждать, что для всех  $\omega > 30$

$$K_1(\omega)_T \approx 1, \quad (20)$$

$$K_2(\omega) \approx 0. \quad (21)$$

Это дает возможность ограничить таблицу значениями аргумента от 0 до 30. При  $\omega > 30$  имеют силу приближения (20) и (21).

Следует отметить, что практически большинство переходных характеристик с достаточной для инженерных целей точностью можно аппроксимировать всего несколькими треугольниками и вычисления по предложенному методу не представляют никаких трудностей.

Чтобы показать, как пользоваться таблицей, рассчитаем вещественную часть элементарной частотной характеристики, соответствующей треугольнику *aed*, показанному на рис. 1. У этого треугольника  $H_i = 0,30$ ;  $t_i = 1,90$  сек. Расчет ведем для семи значений  $\omega_T$ .

Теперь строим зависимость  $K_1(\omega)_i$  от  $\frac{\omega_T}{t_i}$ .

Чтобы показать погрешность, которую можно ожидать от этого метода, определим амплитудно-частотную и фазово-частотную характеристики для схемы, показанной на рис. 4 по точным формулам и по изложенной методике.

$\omega_T$	0,20	0,40	0,96	1,8	9,2	19,0	190
$K_1\omega_T$	0,0067	0,0265	0,1465	0,4590	0,9758	0,9921	1
$\frac{\omega_T}{t_i}$	0,105	0,21	0,505	0,95	4,85	10,0	100
$K_1(\omega)_i$	0,0020	0,0079	0,044	0,138	0,294	0,298	0,3

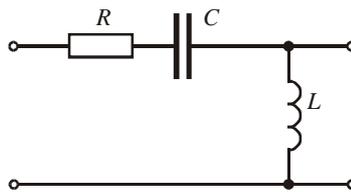


Рис. 4

Амплитудно-частотная характеристика схемы определится выражением

$$K(\omega) = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (22)$$

Фазово-частотная характеристика схемы определится выражением

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}. \quad (23)$$

Если предположить, что коэффициент затухания  $\alpha$  равен собственной частоте схемы  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , то переходная характеристика схемы определяется выражением

$$h(t) = (1 - \alpha t) e^{-\alpha t}. \quad (24)$$

При условии, что  $\alpha = \omega_0 = 1$ , выражения для частотных и переходных характеристик примут вид

$$K(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{4 + \left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega}\right)^2}}, \quad (25)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{2\omega}{\omega^2 - 1}\right), \quad (26)$$

$$h(t) = (1 - t) e^{-t}. \quad (27)$$

Переходная характеристика, показанная на рис. 1, нами построена по формуле (27).

На рис. 5 показаны амплитудно-частотная и фазово-частотная характеристики, построенные по точным формулам (25) и (26) и приближенно по графику переходной характеристики.

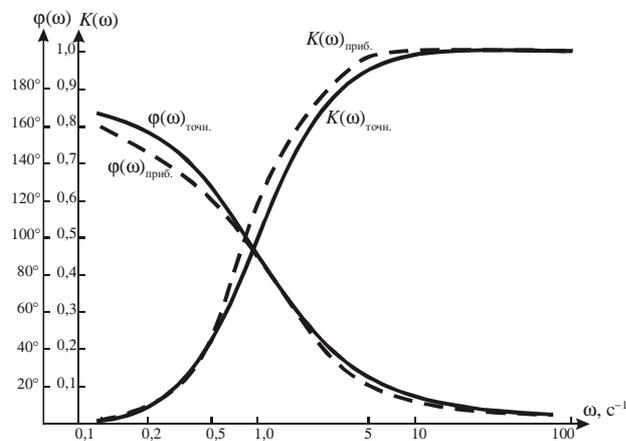


Рис. 5

Как видно из рис. 5, совпадение обеих кривых достаточно удовлетворительно для инженерных целей. При желании получить большую точность, необходимо увеличить число аппроксимирующих треугольников.

### Литература

1. Солодовников В. В. О применения трапецидальных частотных характеристик к анализу качества систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, X, № 5, 1949.
2. Воронов А. А. К приближенному построению кривых переходного процесса по вещественной частотной характеристике. Автоматика и телемеханика, XIII, № 6, 1952.

Поступило в редакцию

15 мая 1953 г.

Д.Д.КЛОВСКИЙ

## О РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СВЕРХРЕГЕНЕРАТОРА

Применен метод ВКК для приближенного решения дифференциального уравнения сверхрегенератора в линейном режиме. Выявлены поправки, которые вносит это решение в значение коэффициента сверхрегенерации и сдвига фазы входного колебания. Рассмотрены спектральные соотношения и характер протекания переходного процесса.

### ВВЕДЕНИЕ

Хотя теория сверхрегенератора разработана довольно подробно, изучение дифференциального уравнения сверхрегенератора в линейном режиме методом ВКК позволяет получить некоторые новые результаты.

Метод Брилюэна, Венцеля и Крамерса (сокращенно ВКК) был разработан в 1926 г. для приближенного решения дифференциальных уравнений волновой механики [1, 2, 3]. Впоследствии этот метод был развит Брилюэном для приближенного решения дифференциального уравнения типа Хилла [4, 5], к которому и можно привести дифференциальное уравнение сверхрегенератора в линейном режиме.

Некоторые приложения метода ВКК можно найти в работе [6].

## ПОЛУЧЕНИЕ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СВЕРХРЕГЕНЕРАТОРА В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ МЕТОДОМ ВКК

Принципиальная схема сверхрегенератора с колебательным контуром в цепи сетки показана на рис. 1.

Частота колебаний  $\omega$  внешней электродвижущей силы  $e_\omega$  в общем случае отлична от собственной частоты контура  $\omega_0$ , а частота колебаний  $\Omega$  вспомогательной электродвижущей силы  $e_\Omega$  равна  $\Omega \ll \omega_0$ .

Без учета реакции анода дифференциальное уравнение сверхрегенератора относительно напряжения на емкости контура  $u$  в линейном режиме с учетом  $\Omega \ll \omega_0$  можно привести к виду

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2[\beta_1 - \tilde{\beta}_2] \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 \cdot e_\omega, \quad (1)$$

где

$$\beta_1 = \alpha \left( 1 - \frac{M\bar{S}}{RC} \right), \quad \tilde{\beta}_2 = \alpha \frac{M\tilde{s}}{RC}, \quad \bar{S} \text{ и } \tilde{s} -$$

соответственно постоянная и переменная составляющая крутизны лампы при напряжении на сетке  $u_g = E_g + e_\Omega$ .

Применив подстановку

$$u = y \cdot e^{-\int (\beta_1 - \tilde{\beta}_2) dt}, \quad (2)$$

переходим от (1) к дифференциальному уравнению относительно  $y$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 \left[ 1 + \frac{d\tilde{\beta}_2}{dt} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} - \left( \frac{\tilde{\beta}_2}{\omega_0} \right)^2 + \frac{2\beta_1 \cdot \tilde{\beta}_2}{\omega_0^2} - \left( \frac{\beta_1}{\omega_0} \right)^2 \right] \cdot y = \omega_0^2 \cdot e_\omega \cdot e^{\beta_1 t} \cdot e^{-\int \tilde{\beta}_2 dt} \quad (3)$$

Общее решение последнего дифференциального уравнения составляется из общего решения того же дифференциального уравнения без правой части, совпадающего с

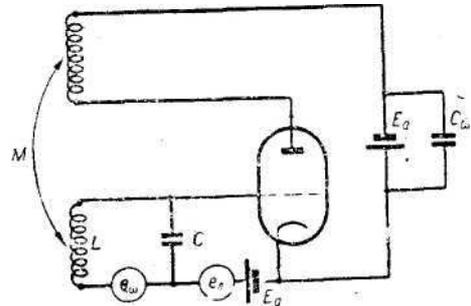


Рис. 1.

уравнениями типа Хилла

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 \left[ 1 + \frac{d\tilde{\beta}_2}{dt} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} - \left( \frac{\tilde{\beta}_2}{\omega_0} \right)^2 + \frac{2\beta_1 \cdot \tilde{\beta}_2}{\omega_0^2} - \left( \frac{\beta_1}{\omega_0} \right)^2 \right] \cdot y = 0, \quad (4)$$

и частного решения, которое находится ниже методом вариации постоянных.

Обозначим коэффициент при  $y$  в уравнении (4) через  $\sigma^2$ . Для обеспечения стабильной работы сверхрегенератора его ставят в режим [7, 8], когда

$$\beta_1 \approx 0, \quad |s|_{\max} \approx \bar{S}. \quad (5)$$

Условие (5) позволяет заключить, что последние два члена в выражении для  $\sigma^2$  пренебрежимо малы по сравнению с 1. Таким образом, можно считать

$$\sigma^2 = \omega_0^2 \cdot \left[ 1 + \frac{d\tilde{\beta}_2}{dt} \frac{1}{\omega_0^2} - \frac{\tilde{\beta}_2^2}{\omega_0^2} \right] \quad (6)$$

Приближенное решение уравнения (4) ищем по методу ВВК в виде

$$y = \sigma^{-\frac{1}{2}} [A_1 \cos \Phi + B_1 \sin \Phi], \quad (7)$$

где  $\Phi$  определяется выражением

$$\Phi = \int \sigma \cdot dt, \quad (8)$$

а  $A$  и  $B$  – произвольные постоянные.

Выражение (7) тем лучше аппроксимирует искомое решение уравнения (4), чем сильнее неравенство

$$|\sigma^2| \gg \left| \frac{3}{4} \left( \frac{d\sigma}{dt} \cdot \frac{1}{\sigma} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 \sigma}{dt^2} \cdot \frac{1}{\sigma} \right|. \quad (9)$$

Анализ выражения для  $\sigma^2$  показывает, что неравенство (9) выполняется всегда, если составляющие  $\frac{d\tilde{\beta}_2}{dt} \frac{1}{\omega_0^2}$  и  $\left( \frac{\tilde{\beta}_2}{\omega_0} \right)^2$  малы по сравнению с 1, что действительно имеет место при учёте условия (5) и реальных значений качества контура  $Q$  и отношения  $\frac{\Omega}{\omega_0}$  в сверхрегенераторе.

Из рассмотрения выражения (7) видно, что  $y$  представляет собой колебание, модулированное по амплитуде и фазе. С учётом вышесказанного о величине составляющих  $\frac{d\tilde{\beta}_2}{dt} \frac{1}{\omega_0^2}$  и  $\left( \frac{\tilde{\beta}_2}{\omega_0} \right)^2$  в дальнейшем не учитываем незначительную модуляцию амплитуды, так как она не приводит к сколь-нибудь заметным поправкам к решению. Таким образом, имеем

$$y = A \cos \Phi + B \sin \Phi, \quad (10)$$

где  $A$  и  $B$  – новые произвольные постоянные, определяемые из начальных условий.

$\cos \Phi$  и  $\sin \Phi$  представляют собой два линейно независимых решения дифференциального уравнения (4), так как их Вронскиан отличен от нуля; это легко показать, учитывая выражения (6) и (8).

Применяя метод варьирования постоянных, переходя от  $y$  к старому обозначению при помощи (2), можно получить следующее выражение для общего решения дифференциального уравнения сверхрегенератора (1):

$$\begin{aligned} u = & [A \cos \Phi + B \sin \Phi] \cdot e^{-\beta_1 t} e^{\int \tilde{\beta}_2 dt} + \sin \Phi e^{-\beta_1 t} e^{\int \tilde{\beta}_2 dt} \omega_0 \times \\ & \times \int e_{\omega} e^{\beta_1 t} e^{-\int \tilde{\beta}_2 dt} \cos \Phi dt - \cos \Phi e^{-\beta_1 t} e^{\int \tilde{\beta}_2 dt} \omega_0 \times \\ & \times \int e_{\omega} e^{\beta_1 t} e^{-\int \tilde{\beta}_2 dt} \sin \Phi dt \end{aligned} \quad (11)$$

Дальнейшее исследование проведем для конкретной формы э.д.с.  $e_{\omega}$  и  $e_{\Omega}$ .

## ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СВЕРХРЕГЕНЕРАТОРА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ $e_\omega$ и $e_\Omega$ .

Для выявления качественной картины явлений в сверхрегенераторе и решения вопросов усиления и избирательности достаточно рассмотреть случай действия гармонической внешней э. д. с.

$$e_\omega = E \cos(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

и гармонической э. д. с. вспомогательного генератора

$$e_\Omega = E_0 \sin(\Omega t + \varphi_0)$$

Полагая, что характеристика лампы в пределах рабочего участка относительно напряжения  $u_g$  может аппроксимироваться полиномом 2-й степени  $ia = a_1 u_g + b_1 u_g^2$ , имеем

$$s = di_a / du_g = a_1 + 2b_1 [E_g + E_0 \sin(\Omega t + \varphi_0)],$$

$$\bar{S} = a_1 + 2b_1 E_g; \quad \tilde{s} = 2b_1 \cdot E_0 \sin(\Omega t + \varphi_0).$$

В соответствии с введенными обозначениями

$$\beta_1 = \alpha \left[ 1 - \frac{M}{RC} (a_1 + 2b_1 E_g) \right];$$

$$\tilde{\beta}_2 = \frac{\alpha M}{RC} 2b_1 \cdot E_0 \sin(\Omega t + \varphi_0);$$

$$d\tilde{\beta}_2 / dt = \frac{\alpha M}{RC} 2b_1 \cdot E_0 \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t + \varphi_0)$$

$$e^{\int (\beta_1 - \tilde{\beta}_2) dt} = e^{\beta_1 t} e^{\frac{\alpha M 2b_1 E_0}{RC \Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \quad (13)$$

Обозначим

$$\frac{\alpha M 2b_1 E_0}{RC} = \beta_2; \quad (14)$$

$$\frac{\alpha M b_1 E_0}{RC \omega_0} = a; \quad \frac{\alpha^2 M^2 b_1^2 E_0^2}{R^2 C^2 2\Omega} = b.$$

Учитывая условия (5), можно получить для введенных параметров  $a$  и  $b$  следующие оценочные соотношения:

$$a \approx \frac{1}{4Q}, \quad b \approx \frac{\omega_0}{32Q^2 \Omega}.$$

Для реальных значений качества контура  $Q$  и отношения  $\Omega/\omega_0$  в сверхрегенераторе справедливы неравенства

$$a \ll 1, \quad b \ll 1. \quad (15)$$

Учитывая (6), (8) и (15), получаем для функции  $\Phi$

$$\Phi = \omega_0 t + a \sin(\Omega t + \varphi_0) + b \sin 2(\Omega t + \varphi_0).$$

В соответствии с (14), (12) и (13) можно общее решение дифференциального уравнения сверхрегенератора в линейном режиме при гармоническом изменении  $e_\omega$  и  $e_\Omega$  определить выражением

$$u = [A \cos \Phi + B \sin \Phi] \cdot e^{-\beta_1 t} \cdot e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} + \sin \Phi \cdot e^{-\beta_1 t} \times$$

$$\times e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} E \omega_0 \int \cos(\omega t + \varphi) \cdot e^{\beta_1 t} \cdot e^{\frac{\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \cos \Phi \cdot dt -$$

$$- \cos \Phi \cdot e^{-\beta_1 t} e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} E \omega_0 \int \cos(\omega t + \varphi) \cdot e^{\beta_1 t} \times$$

$$\times e^{\frac{\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \cdot \sin \Phi \cdot dt. \quad (16)$$

Воспользовавшись разложением  $\sin(x \sin y)$  и  $\cos(x \sin y)$  в ряды по функциям Бесселя, используя (15), получаем следующие соотношения:

$$\cos \Phi = J_0(a) \cdot J_0(b) \cdot \cos \omega_0 t - \psi(\Omega t + \varphi_0) \cdot \sin \omega_0 t; \quad (17)$$

$$\sin \Phi = J_0(a) \cdot J_0(b) \cdot \sin \omega_0 t - \psi(\Omega t + \varphi_0) \cdot \cos \omega_0 t; \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \psi(\Omega t + \varphi_0) = & 2J_0(b) \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(a) \cdot \sin(2n+1)(\Omega t + \varphi_0) + \\ & + 2J_0(a) \sum_{n=0}^{\infty} J_{4n+2}(b) \cdot \sin(4n+2)(\Omega t + \varphi_0); \end{aligned} \quad (19)$$

Используя разложение  $e^{\frac{\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)}$  по функциям Бесселя от мнимого аргумента с учетом (17) и (18), можно свести вычисление интегралов, входящих в (16), к вычислению суммы интегралов табличного вида.

Учитывая, что  $\beta_1$  близка к нулю и полагая  $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ ;  $\Delta\omega \ll \Omega$  (где  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  – расстройка контура), удерживая после интегрирования лишь составляющие, имеющие основной вес, можно для (16) получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} u = & [A \cos \Phi + B \sin \Phi] \cdot e^{-\beta_1 t} \cdot e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} + \\ & \left\{ \frac{\sin \Phi e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0(a) \cdot J_0(b)}{2(\beta_1^2 + \Delta\omega^2)} \times \right. \\ & \times [\beta_1 \cos(\Delta\omega t + \varphi) + \Delta\omega \sin(\Delta\omega t + \varphi)] + \\ & \left. + \frac{\cos \Phi e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0(a) \cdot J_0(b)}{2(\beta_1^2 + \Delta\omega^2)} \times \right. \\ & \left. [\beta_1 \sin(\Delta\omega t + \varphi) - \Delta\omega \cos(\Delta\omega t + \varphi)] \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Выражение (20) можно рассматривать как сумму двух колебаний, одно из которых возрастает или затухает со временем в зависимости от знака  $\beta_1$  и определяет переходный процесс в системе

$$u_{\text{пер}} = [A \cos \Phi + B \sin \Phi] \cdot e^{-\beta_1 t} \cdot e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \quad (21)$$

Второе колебание определяет стационарный режим в сверхрегенераторе при условии, что  $u_{\text{пер}}$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулю. Очевидно, что  $u_{\text{пер}}$  будет затухать со временем при любых начальных условиях (любых  $A$  и  $B$ ) лишь в том случае, если среднее затухание сверхрегенератора положительно, т. е.  $\beta_1 > 0$ .

При выполнении неравенства  $\beta_1 > 0$  в сверхрегенераторе установится устойчивый стационарный режим, т. к. случайные толчки и отклонения, которые могут возникнуть в системе, вызовут колебания типа (21), затухающие со временем.

Если  $\beta_1 < 0$ , сверхрегенератор может прийти к стационарному режиму лишь при работе на участке ламповой характеристики, нелинейном относительно внешней э. д. с. Эти выводы совпадают с известными [7]

## СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ СВЕРХРЕГЕНЕРАТОРА

### О спектральных соотношениях в сверхрегенераторе

Полагая  $\beta_1 > 0$  и устремляя  $t \rightarrow \infty$ , получим из (20) стационарное решение в виде

$$\begin{aligned} u_{\text{ст}} = & \frac{e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0(a) \cdot J_0(b)}{2(\beta_1^2 + \Delta\omega^2)} \times \\ & \times \left\{ \sin \Phi [\beta_1 \cos(\Delta\omega t + \varphi) + \Delta\omega \sin(\Delta\omega t + \varphi)] + \right. \\ & \left. + \cos \Phi [\beta_1 \sin(\Delta\omega t + \varphi) - \Delta\omega \cos(\Delta\omega t + \varphi)] \right\} \end{aligned}$$

$$+ \cos \Phi \left[ \beta_1 \sin(\Delta\omega t + \varphi) - \Delta\omega \cos(\Delta\omega t + \varphi) \right] \quad (22)$$

Используя соотношения (17), (18) и (19), можно из (22) получить

$$u_{\text{ст}} = \frac{e^{-\frac{\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0(a) \cdot J_0(b)}{2\sqrt{\beta_1^2 + \Delta\omega^2}} \times$$

$$\times \left\{ J_0(a) \cdot J_0(b) \cos \left( \omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\Delta\omega}{\beta_1} \right) + \right.$$

$$+ J_0(b) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(a) \left[ \cos \left\{ \left[ \omega + (2n+1)\Omega \right] t + \varphi + (2n+1)\varphi_0 \right\} - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\Delta\omega}{\beta_1} \right\} - \cos \left\{ \left[ \omega - (2n+1)\Omega \right] t + \varphi - (2n+1)\varphi_0 - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\Delta\omega}{\beta_1} \right\} + J_0(a) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} J_{4n+2}(b) \left[ \cos \left\{ \left[ \omega + (4n+2)\Omega \right] \times \right. \right.$$

$$\left. \times t + \varphi + (4n+2)\varphi_0 - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\Delta\omega}{\beta_1} \right\} - \cos \left\{ \left[ \omega - (4n+2)\Omega \right] \times \right.$$

$$\left. \times t + \varphi - (4n+2)\varphi_0 - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\Delta\omega}{\beta_1} \right\} \left. \right\}. \quad (23)$$

Анализ этого выражения показывает, что  $u_{\text{ст}}$  состоит из множества составляющих, модулированных по амплитуде по одинаковому закону с частотами  $\omega$ ;  $\omega \pm (2n+1)\Omega$ ;  $\omega \pm (4n+2)\Omega$  (где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

Фазовый сдвиг отдельных составляющих относительно э. д. с. на входе зависит от начальной фазы вспомогательной э. д. с.  $\varphi_0$  расстройки контура и порядкового номера составляющей.

Амплитуды отдельных составляющих пропорциональны соответствующим значениям функций Бесселя от аргументов  $a$  или  $b$ .

Заметим, что если качество контура  $Q$  и отношение  $\omega_0/\Omega$  таковы, что один из параметров  $a$  или  $b$  можно считать равным нулю, то в выражении (23) останутся не все частотные составляющие. При  $a=0$  решение будет содержать лишь частоты  $\omega$ ;  $\omega \pm (4n+2)\Omega$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). При  $b=0$  останутся частоты  $\omega$ ;  $\omega \pm (2n+1)\Omega$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

### О фазовых соотношениях в сверхрегенераторе

Исходя из выражения (22), учитывая (17), (18) и (15), можно для  $u_{\text{ст}}$  получить следующее выражение:

$$u_{\text{ст}} = \frac{\omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0^2(a) \cdot J_0^2(b) e^{-\frac{\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)}}{2\sqrt{\beta_1^2 + \Delta\omega^2}} \cdot \cos \left[ \omega t + \varphi + \gamma(t) \right],$$

где

$$\gamma(t) = \operatorname{arctg} \left[ \frac{\beta_1 - J_0(a) \cdot J_0(b) \Delta\omega}{J_0(a) \cdot J_0(b) \beta_1 + \psi(\Omega t + \varphi_0) \Delta\omega} \right] - \frac{\pi}{2}, \quad (25)$$

а функция  $\psi(\Omega t + \varphi_0)$  определяется из соотношения (19). Из (24), (25) видно, что стационарное решение можно рассматривать как колебание с частотой внешней э. д. с, модулированное по амплитуде и фазе.

Если положить  $a = b = 0$  и учесть, что в этом случае  $\psi(\Omega t + \varphi_0) = 0$ , то сдвиг фазы входного колебания будет зависеть лишь от расстройки контура и равен

$$\gamma = -\arctg \frac{\Delta\omega}{\beta_1} - \frac{\pi}{2}.$$

Фазовый сдвиг входного колебания, определяемый выражением (25), характеризуется наличием экстремальных значений.

При помощи (25) и (19) получаем следующее равенство, определяющее условие появления экстремальных сдвигов фазы:

$$J_0(b) \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(a)(2n+1) \cos[(2n+1)(\Omega t_3 + \varphi_0)] + \\ + J_0(a) \sum_{n=0}^{\infty} J_{4n+2}(b)(4n+2) \cos[(4n+2)(\Omega t_3 + \varphi_0)] = 0$$

Следовательно, решение по методу ВВК и учёт параметров  $a$  и  $b$  выявляет наличие совокупности точек экстремальных сдвигов фазы входного колебания, зависящих от частоты и начальной фазы вспомогательной э. д с.

### КОЭФФИЦИЕНТ СВЕРХРЕГЕНЕРАЦИИ

Максимальная амплитуда стационарных колебаний определяется из (24), если положить  $\Omega t + \varphi_0 = (2n+1)\pi$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$  При этом

$$u_{\max} = \frac{\omega_0 E \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0^2(a) \cdot J_0^2(b) e^{\frac{\beta_2}{\Omega}}}{2\sqrt{\beta_1^2 + \Delta\omega^2}}. \quad (24)$$

Учитывая, что  $\frac{\beta_1}{\sqrt{\beta_1^2 + \Delta\omega^2}} \cdot \frac{\omega_0}{2\beta_1} = K(\Delta\omega) Q p$ , где  $Q = \omega_0 L / R$  – качество контура,  $p = \frac{R}{R \frac{M \cdot S}{C}}$

– коэффициент регенерации и  $K(\Delta\omega) = \frac{\beta_1}{\sqrt{\beta_1^2 + \Delta\omega^2}}$  – коэффициент, учитывающий резонансные свойства контура с учётом регенерации, можем (26) записать в виде

$$u_{\max} = E Q p K(\Delta\omega) \cdot J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0^2(a) J_0^2(b) e^{\frac{\beta_2}{\Omega}}. \quad (27)$$

Из (27) видно, что коэффициент, учитывающий усиление только за счёт сверхрегенерации, может быть определен формулой

$$q = J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0^2(a) J_0^2(b) e^{\frac{\beta_2}{\Omega}}. \quad (28)$$

Если сравнить (28) с выражением для коэффициента сверхрегенерации, полученном в (9) методом медленно меняющихся амплитуд [стр.265 формула 77]  $q = J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) e^{\frac{\beta_2}{\Omega}}$  то нетрудно видеть, что метод ВВК здесь внёс поправку на коэффициент  $q_{\text{ВВК}} = J_0^2(a) J_0^2(b)$ .

Этот коэффициент всегда меньше 1 и тем больше отличается от 1, чем меньше качество контура  $Q$  и отношение  $\Omega/\omega_0$ , так как от этих величин зависят параметры  $a$  и  $b$ .

Следует отметить, что метод ВВК не позволил выявить избирательные свойства сверхрегенератора, обусловленные только явлением сверхрегенерации. Это объясняется широкополосностью сверхрегенератора. Как это следует из (27), избирательность сверхрегенератора определяется коэффициентом  $K(\Delta\omega)$ , т.е. зависит лишь от резонансных свойств контура с учётом регенерации.

### СООТНОШЕНИЯ ПРИ РЕЗОНАНСЕ $\Delta\omega = 0$

Для этого случая из (24) получаем

$$u_{\text{ст}} = E Q p J_0 \left( j \frac{\beta_2}{\Omega} \right) J_0^2(a) \cdot J_0^2(b) e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \cos[\omega_0 t + \varphi + \gamma_p(t)].$$

где

$$\gamma_p(t) = \operatorname{arctg} \left[ \frac{\psi(\Omega t + \varphi_0)}{J_0(a) \cdot J_0(b)} \right] - \frac{\pi}{2}.$$

По сравнению с решением, полученным для настроенного контура в [9] методом медленно меняющихся амплитуд, метод ВВК внес поправку по усилению на введенный выше коэффициент  $q_{\text{ВВК}}$  и поправку на дополнительный сдвиг фазы входного колебания

$$\gamma_{\text{ВВК}} = \operatorname{arctg} \frac{\psi(\Omega t + \varphi_0)}{J_0(a) J_0(b)}$$

Как следует из изложенного выше, этот фазовый сдвиг характеризуется наличием экстремальных точек.

## ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС В СВЕРХРЕГЕНЕРАТОРЕ

Для свободных колебаний сверхрегенератора при помощи (21), (17), (18) и (15) получаем

$$u_{\text{пер}} = A e^{-\beta_1 t} e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)} \sin[\omega_0 t + \gamma_{\text{пер}}(t)], \quad (29)$$

где

$$\gamma_{\text{пер}}(t) = \operatorname{arctg} \frac{J_0(a) \cdot J_0(b) + B \psi(\Omega t + \varphi_0)}{B J_0(a) \cdot J_0(b) - \psi(\Omega t + \varphi_0)}, \quad (29)$$

Из (29), (30) видно, что переходный процесс в сверхрегенераторе сопровождается колебанием с частотой  $\omega_0$ , модулированным по амплитуде и фазе. По сравнению с решением, полученным в [9] методом медленно меняющихся амплитуд, метод ВВК здесь внёс поправку на модуляцию фазы, определяемую соотношением (30). Хотя, как было указано выше, при положительном среднем затухании  $\beta_1$  переходный процесс затухает со временем, тем не менее он может протекать с большими всплесками напряжений и токов в системе из-за наличия в (29) множителя  $e^{\frac{-\beta_2}{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi_0)}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Brillouin L., Remarques sur La Mecanique ondulatoire, Le Journal de Physique, 1926, 7, № 12, 353.
2. Wentzel G., Eine Verallgemeinerung der Quantenbedingungen fur die Zwecke der Wellenmechanick, Zeitschrift fur Physik, 1926, 38, 518.
3. Kramers H. A., Welienmechanick und halbzahlige Quantisierung, Zeitschrift fur Physik, 1926, 39, 828.
4. Brillouin L., A practical method for solving Hill's equation, Quarterly of Applied Mathematics, 1948, 6, № 2, 167.
5. Brillouin L., The BWK Approximation and Hills equation, Quarterly of Applied Mathematics, 1950, 7, N° 4, 363.
6. Pipes A., Analysis of Linear Time-Varying Circuits by the Brillouin—Wentzel — Kramers Method, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, P. I., Communication and Electronics, 1954, 73, 93.
7. Горелик Г. С., Линейные резонансные явления в суперрегенеративном при емнике, Электросвязь, 1939, № 6, 29.
8. Гуткин Л. С., Действие помех на суперрегенератор, Радиотехника, 1946, № 9, 40.
9. Крылов Н. Н., Электрические процессы в нелинейных элементах радиоприемников, Связьиздат, 1949.

Рекомендована кафедрой  
теоретической радиотехники  
Ленинградского электротехнического  
института связи им. М. А. Бонч-Бруевича

Поступила в редакцию 1 VI 1958 г.

## К ВОПРОСУ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ЗАМИРАНИЯХ

Рассмотрена помехоустойчивость когерентного и некогерентного «идеального» приемника при передаче дискретного множества сигналов, в присутствии флюктуационной помехи и наличии в приходящем сигнале установившейся и флюктуирующих компонент. Плотность вероятности флюктуирующих компонент предполагается распределенной по закону Релея.

Для систем связи с сигналами ортогональными в усиленном смысле получены формулы для вероятности ошибочного приёма, характеризующей потенциальную помехоустойчивость системы.

1. В работе [Л. 1] получен критерий «идеального» приёма при наличии в принимаемом сигнале флюктуирующих и установившейся компонент и присутствии в канале флюктуационной помехи. При гладких замираниях и распределении плотности вероятности флюктуирующих компонент по закону Релея «идеальный» приемник должен воспроизвести сигнал  $X_i(t)$ , где  $i = 1, 2, \dots, m$  ( $m$  – число дискретных сигналов длительности  $T$ , используемых в системе) при выполнении неравенств:

$$\frac{1}{1+h_i^2} [Z_i^2 + Z_i^{*2} + Z_i a_0 + Z_i^* b_0 - C_i] > \frac{1}{1+h_j^2} [Z_j^2 + Z_j^{*2} + Z_j a_0 + Z_j^* b_0 - C_j], \quad (1)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),$$

где  $Z_i = \int_0^T X' X_i dt$  – скалярное произведение принятого колебания  $X'(t)$  (сумма сигнала и помехи) на  $i$ -ый вариант сигнала  $X_i(t)$ ;

$Z_i^* = \int_0^T X' X_i^* dt$  – скалярное произведение принятого колебания  $X'(t)$  на функцию  $X_i^*(t)$ , сопряжённую по Гильберту с  $X(t)$ , т. е. получаемую из последней путем сдвига фаз всех её частотных компонент на  $\pi/2$ ;

$$a_0 = \frac{\gamma(0) \cdot \cos \psi(0) P_n \cdot 2}{\bar{\gamma}^2}; \quad b_0 = \frac{\gamma(0) \cdot \sin \psi(0) P_n \cdot 2}{\bar{\gamma}^2} \quad (3)$$

$E_i$  – энергия  $i$ -го сигнала;

$\bar{\gamma}^2$  – средний квадрат коэффициента передачи флюктуирующих компонент сигнала;

$P_n$  – удельная мощность флюктуационной помехи;

$h_i^2$  – отношение ожидаемой в месте приема энергии флюктуирующей части  $i$ -го сигнала к удельной мощности флюктуационной помехи;

$\gamma(0)$  – коэффициент передачи канала для установившейся компоненты сигнала;

$\psi(0)$  – фазовый сдвиг этой компоненты, получаемой в канале;

$$C_i = \frac{\gamma(0)^2 \cdot E_i \cdot P_n}{\bar{\gamma}^2} + \ln(1+h_i^2) \frac{P_n^2}{\bar{\gamma}^2} (1+h_i^2) \quad (4)$$

В упомянутой работе рассмотрен вариант приёмника, реализующий критерий приема (1). Этот приёмник можно назвать когерентным, поскольку, как это и следует из критерия приёма (1), для его реализации на приёмном конце требуются знания ожидаемых сигналов  $X_i(t)$ , включая и знание их фазы для правильного вычисления величин  $Z_i$  и  $Z_i^*$ .

На приёмном конце предполагается также знание параметров установившейся компоненты сигнала  $\gamma(0)$ ,  $\psi(0)$ , которые входят в коэффициенты  $a_0$  и  $b_0$ .

Посмотрим теперь каков должен быть приёмник, не использующий знание фазы установившейся компоненты сигнала  $\psi(0)$  или, что то же самое, – если предположить, что эта фаза неопределённа.

В работе [Л. 1] для плотности вероятности приёма колебания  $X'(t)$  при известной фазе  $\psi(0)$  и условии, что был послан сигнал  $X_i(t)$ , получено выражение:

$$\frac{A}{1+h_i^2} \exp \left( \frac{V_i^2 \overline{\gamma^2}}{(1+h_i^2)P_n^2} - \frac{\gamma^2(0)E_i}{(1+h_i^2)P_n} + \frac{2\gamma(0)(Z_i \cos \psi(0) + Z_i^* \sin \psi(0))}{(1+h_i^2)P_n} \right), \quad (5)$$

где  $A$  – коэффициент не зависящей от индекса  $i$  и введено обозначение

$$V_i^2 = Z_i^2 + Z_i^{*2}. \quad (6)$$

Плотность вероятности  $P_{X_i}(X')$  приёма колебания  $X_i(t)$ , при условии, что был послан сигнал  $X_i(t)$  и фаза  $\psi(0)$  неопределённая, может быть найдена путем усреднения выражения (5) по величине  $\psi(0)$ , которую теперь считаем случайной и равномерно распределенной в пределах от 0 до  $2\pi$ .

После выполнения интегрирования и учёте того, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[ \frac{2\gamma(0)}{(1+h_i^2)P_n} (Z_i \cos \psi(0) + Z_i^* \sin \psi(0)) \right] d\psi(0) = I_0 \left[ \frac{2\gamma(0)V_i}{(1+h_i^2)P_n} \right],$$

где  $I_0$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента, будем иметь:

$$P_{X_i}(X') = \frac{A}{1+h_i^2} \exp \left( \frac{V_i^2 \overline{\gamma^2}}{(1+h_i^2)P_n^2} - \frac{\gamma^2(0)E_i}{(1+h_i^2)P_n} \right) I_0 \left[ \frac{2\gamma(0)V_i}{(1+h_i^2)P_n} \right]. \quad (7)$$

«Идеальный» приёмник должен при равной вероятности передачи отдельных сигналов воспроизвести сигнал  $X_i(t)$ , если выполняются неравенства

$$P_{X_j}(X') > P_{X_i}(X'), \quad j=1, 2, 3, \dots, m \quad (j \neq i) \quad (8)$$

Имея в виду соотношения (7) и (8) после некоторых преобразований получаем следующий критерий приёма при неопределённой фазе установившейся компоненты:

$$\frac{1}{1+h_i^2} [V_i^2 + e_i \ln I_0(V_i \cdot d_i) - C_i] > \frac{1}{1+h_j^2} [V_j^2 + e_j \ln I_0(V_j \cdot d_j) - C_j], \quad (9)$$

$$j=1, 2, 3, \dots, m \quad (j \neq i),$$

где введены обозначения

$$e_i = \frac{(1+h_i^2)P_n^2}{\overline{\gamma^2}}; \quad d_i = \frac{2\gamma(0)}{(1+h_i^2)P_n}.$$

Параметры  $C_i$  определяются выражением (4). Приёмник, работающий по критерию (9), является некогерентным, поскольку он должен лишь определять величины  $V_i$ , независимые от фазы ожидаемых сигналов. Это делает его более практичным для реализации, ибо снижаются требования к стабильности фазы местных генераторов, создающих ожидаемые сигналы.

Кроме того на практике часто имеют место условия, когда форма рабочих сигналов известна на приёме лишь с точностью до фазы [Л. 2].

На рис. 1 показан вариант схемы приёмника, реализующего критерий приёма (9). Приёмник содержит по  $m$  генераторов  $G_i$ , воспроизводящих форму ожидаемых сигналов с точностью до фазы высокочастотного заполнения, фазовращателей на  $90^\circ$   $B_i$ , по  $2m$  когерентных детектора  $D_i, D_i'$ , на которые подаётся принятое колебание  $X'(t)$  и напряжения от генераторов  $G_i$  или фазовращателей  $B_i$ .

На выходе интеграторов  $I_i, I_i'$ , включённых после детекторов, в момент  $t=T$  имеются напряжения, пропорциональные величинам  $Z_i$  и  $Z_i^*$ . Эти напряжения возводятся в квадрат в квадратирующих устройствах  $K_i, K_i'$  и затем складываются в сумматорах  $\Sigma_i$ .

С выходов сумматоров напряжения подаются на ограничители по минимуму  $O_i$  с порогом ограничения  $\frac{C_i}{1+h_i^2}$  двумя путями – непосредственно и через нелинейные устройства  $H, Y_i$  с

характеристикой  $u_{\text{вых}} = \frac{P_n^2}{\gamma^2} \ln I_0 \left[ d_i \sqrt{u_{\text{вх}} (1+h_i^2)} \right].$

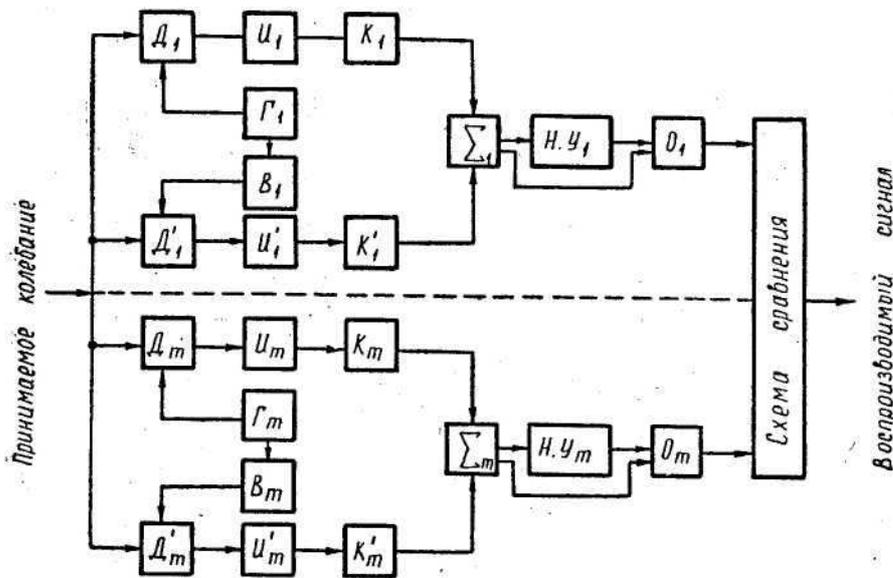


Рис. 1. Вариант некогерентного «идеального» приемника.

$G_i$  – генераторы ожидаемых сигналов с точностью до фазы высокочастотного заполнения,  $B_i$  – фазовращатели на  $90^\circ$ ,  $D_i, D_i'$  – когерентные детекторы,  $U_i, U_i'$  – интеграторы.  $K_i, K_i'$  – квадратирующие устройства,  $\Sigma_i$  – сумматоры,  $H.U_i$  – нелинейные устройства с характеристикой  $u_{\text{вых}} = \frac{P_n^2}{\gamma^2} \ln I_0 \left[ d_i \sqrt{u_{\text{вх}} (1 + h_i^2)} \right]$ ,  $O_i$  – ограничители по минимуму.

Нетрудно видеть, что при соответствующем выборе коэффициентов передачи отдельных каскадов напряжения на выходе ограничителей  $O_i$  в момент  $t = T$  по величине соответствуют левым или правым частям неравенств (9). Эти напряжения в момент  $t = T$  сравниваются между собой и наибольшее из них определяет сигнал, который должен быть воспроизведен приёмником.

Для систем связи с активной паузой ( $E_i = E, h_i^2 = h^2$ ) критерий приема (9) существенно упрощается. Учитывая, что функция  $I_0(x)$  монотонно возрастает при росте аргумента, можно для таких систем этот критерий написать в виде:

$$V_i > V_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (j \neq i), \quad (10)$$

Критерий приема (10) не отличается от критерия «идеального» приема, полученного Л. М. Финкам [Л. 3] для систем связи с активной паузой для случая, когда входящий сигнал не имеет установившейся компоненты и распределен по закону Релея.

Поэтому рассмотренные в работе [Л. 3] схемы приёмников (одна из них непосредственно следует из схемы, показанной на рис. 1, если упразднить блоки  $H.U_i$  и  $O_i$ ) остаются «идеальными» и при наличии в принимаемом колебании установившейся компоненты, если не использовать априорные знания её фазы.

Переходим к определению вероятности ошибочного приёма при использовании приёмника, работающего согласно критерию (1) и (9).

Рассмотрение ограничивается сигналами, ортогональными по Л. М. Финку [Л. 3] в усиленном смысле, т. е. для которых выполняются соотношения:

$$\int_0^T X_i \cdot X_j dt = 0; \quad \int_0^T X_i \cdot X_j^* dt = 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (j \neq i) \quad (11)$$

2. Положим, что  $\psi(0) = 0^*$  и преобразуем критерий приёма к виду

\*Предположение о нулевой фазе установившейся компоненты не снижает общность выкладок при гладких замираниях, ибо это всегда можно обеспечить путем некоторого временного сдвига анализируемого колебания. Заметим, что для достаточно узкополосных дискретных сигналов связи (например телеграфия) сдвиг всего колебания на время  $\Delta t$  равносильно сдвигу всех его частотных компонент примерно на одинаковую фазу  $\psi = \Delta t \cdot 2\pi f_c$ , где  $f_c$  – средняя частота спектра сигнала.

$$\left(Z_i + \frac{a_0}{2}\right)^2 + Z_i^{*2} > F(i, j) \left[ \left(Z_j + \frac{a_0}{2}\right)^2 + Z_j^{*2} \right] + M(i, j), \quad (12)$$

$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),$

где обозначено

$$F(i, j) = \frac{(1 + h_i^2)}{(1 + h_j^2)}, \quad (13)$$

$$M(i, j) = C_i + \frac{a_0^2}{4} - F(i, j) \left( C_j + \frac{a_0^2}{4} \right). \quad (14)$$

При гладких замираниях, наличии в принимаемом сигнале установившейся и флюктуирующей компонент колебание  $X'(t)$  в промежутке  $T$ , если был передан сигнал  $X_i(t)$ , можно записать так: [Л. 1]

$$X'(t) = V(t) + X_i(t) [x + \gamma(0)] + X_i^*(t) y, \quad (15)$$

где  $V(t)$  – флюктуационная помеха,

$x, y$  – взаимнонезависимые случайные величины, распределённые нормально с нулевыми средними значениями и дисперсией  $\overline{x^2} = \overline{y^2} = \frac{\overline{\gamma^2}}{2}$ .

Используя условия (11) и выражения (2), (3), (12) и (15), можно вероятность правильного приёма на «идеальный» приёмник при передаче  $i$ -го варианта сигнала определить вероятностью совместного выполнения системы неравенств.

$$\left[ \lambda_i + xE_i + \frac{\gamma(0)P_n}{\gamma^2} (1 + h_i^2) \right]^2 + [\lambda_i^* + yE_i]^2 > F(i, j) \left[ \left( \lambda_j + \frac{\gamma(0)P_n}{\gamma^2} \right)^2 + \lambda_j^{*2} \right] + M(i, j), \quad (16)$$

$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),$

где введены обозначения:

$$\lambda_i = \int_0^T V \cdot X_i \cdot dt; \quad \lambda_i^* = \int_0^T V \cdot X_i^* \cdot dt; \quad \lambda_j = \int_0^T V \cdot X_j \cdot dt; \quad \lambda_j^* = \int_0^T V \cdot X_j^* \cdot dt.$$

Можно показать, что величины  $\lambda_i, \lambda_i^*, \lambda_j, \lambda_j^*$  являются попарно независимыми случайными величинами с нормальным распределением вероятностей, нулевыми средними значениями и дисперсией  $\frac{E_i P_n}{2}$  – у величин  $\lambda_i, \lambda_i^*$ ,  $\frac{E_j P_n}{2}$  – у величин  $\lambda_j, \lambda_j^*$ .

Далее можно видеть, что случайная величина

$$R_j = \sqrt{\left( \lambda_j + \frac{\gamma(0)P_n}{\gamma^2} \right)^2 + \lambda_j^{*2}}, \quad R_j > 0 \quad (17)$$

распределена по обобщенному закону Релея:

$$w(R_j) = \frac{2R_j}{E_j P_n} \exp \left[ -\frac{R_j^2 + \frac{\gamma^2(0)P_n^2}{\gamma^2}}{E_j P_n} \right] I_0 \left[ \frac{2\gamma(0)R_j}{E_j \gamma^2} \right]. \quad (18)$$

Аналогично распределена случайная величина

$$R_i = \sqrt{\left( \lambda_i + x \cdot E_i + \frac{\gamma(0)P_n}{\gamma^2} (1 + h_i^2) \right)^2 + (\lambda_i^* + y \cdot E_i)^2}, \quad R_i > 0: \quad (19)$$

$$w(R_i) = \frac{2R_j}{E_j P_n (1+h_i^2)} \exp \left[ -\frac{R_i^2 + \frac{\gamma^2(0) P_n^2}{\gamma^2} (1+h_i^2)^2}{E_j P_n (1+h_i^2)} \right] I_0 \left[ \frac{2\gamma(0) R_i}{E_i \gamma^2} \right], \quad (20)$$

причем, случайные величины  $R_i$  и  $R_j$  взаимно независимые.

Плотность вероятности случайных величин

$$Y_i = R_i^2; \bar{Y}_j = R_j^2; Y_i > 0, \bar{Y}_j > 0, \quad (21)$$

будут равны

$$w(Y_i) = \frac{1}{E_i P_n (1+h_i^2)} \exp \left[ -\frac{Y_i + \frac{\gamma^2(0) P_n^2}{\gamma^2} (1+h_i^2)^2}{E_j P_n (1+h_i^2)} \right] I_0 \left[ \frac{2\gamma(0) \sqrt{Y_i}}{E_i \gamma^2} \right], \quad (22)$$

$$w(Y_j) = \frac{1}{E_j P_n} \exp \left[ -\frac{Y_j + \frac{\gamma^2(0) P_n^2}{\gamma^2} (1+h_i^2)^2}{E_j P_n (1+h_i^2)} \right] I_0 \left[ \frac{2\gamma(0) \sqrt{Y_j}}{E_i \gamma^2} \right]. \quad (23)$$

Случайная величина

$$Y_j = F(i, j) \bar{Y}_j + M(i, j), Y_j > M(i, j), \quad (24)$$

связанная линейным соотношением со случайной величиной  $\bar{Y}_j$ , имеет плотность вероятности

$$w(Y_j) = \frac{1}{F(i, j) E_i P_n} \exp \left[ -\frac{Y_i + \frac{\gamma^2(0) P_n^2}{\gamma^2} F(i, j) - M(i, j)}{E_j P_n F(i, j)} \right] I_0 \left[ \frac{2\gamma(0) \sqrt{Y_j - M(i, j)}}{E_i \gamma^2 \sqrt{F(i, j)}} \right], \quad (25)$$

С учётом обозначений (17), (19), (21), (24) неравенство (16) примет вид:

$$Y_i > Y_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i), \quad (26)$$

Случайные величины  $Y_i$  с различными индексами независимы между собой. Поэтому вероятность одновременного выполнения системы неравенств (26), т. е. вероятность правильного приёма сигнала  $X_i$  определится соотношением

$$P(X_{i\text{прав}}) = \int_0^\infty w(Y_i) dY_i \prod_{j=1}^{m(j \neq i)} \int_{M(i, j)}^{Y_i} w(Y_j) dY_j, \quad (27)$$

Вероятность ошибочного приёма сигнала  $X_i$  будет равна

$$P(X_{i\text{ошиб}}) = 1 - \int_0^\infty w(Y_i) dY_i \prod_{j=1}^{m(j \neq i)} \int_{M(i, j)}^{Y_i} w(Y_j) dY_j, \quad (28)$$

Вероятность ошибочного приёма при передаче всех  $m$  сигналов, определяющая собой потенциальную помехоустойчивость системы, определится из соотношения

$$P(\text{ошиб.}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[ 1 - \int_0^\infty w(Y_i) dY_i \prod_{j=1}^{m(j \neq i)} \int_{M(i, j)}^{Y_i} w(Y_j) dY_j \right], \quad (29)$$

где  $1/m$  — вероятность передачи отдельных сигналов.

Поставив в (29) выражения для  $w(Y_i)$  и  $w(Y_j)$  из соотношений (22), (25) будем иметь:

$$P(\text{ошиб.}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left\{ 1 - \frac{\exp\left[-\frac{\gamma^2(0)(1+h_i^2)}{\gamma^2 \cdot h_i^2}\right]}{E_i P_n (1+h_i^2)} \int_0^\infty \exp\left[\frac{-Y_i}{E_j P_n (1+h_i^2)}\right] \cdot I_0\left[\frac{2 \cdot \gamma(0) \sqrt{Y_i}}{E_i \cdot \gamma^2}\right] dx_i \times \right. \\ \left. \times \prod_{j=1}^{m(j \neq i)} \frac{\exp\left[\frac{M(i,j)}{E_j P_n F(i,j)} - \frac{\gamma^2(0)}{\gamma^2 \cdot h_j^2}\right]}{E_i \cdot P_n \cdot F(i,j)} \int_{M(i,j)}^{Y_i} \exp\left[\frac{-Y_i}{E_j P_n F(i,j)}\right] I_0\left[\frac{2 \cdot \gamma(0) \sqrt{Y_j - M(i,j)}}{E_i \cdot \gamma^2 \sqrt{F(i,j)}}\right] dx_j \right\}. \quad (30)$$

Для систем с активной паузой  $F(i,j)=1$ ,  $M(i,j)=0$ ,  $E_i=E$ ,  $h_i^2=h^2$  после преобразования переменной под знаком интегралов по формулам  $\frac{Y_i}{E_i P_n} = x$ ,  $\frac{Y_j}{E_j P_n} = y$  выражение (30) принимает вид:

$$P(\text{ошиб.}) = 1 - \frac{\exp\left[-\frac{a^2}{h^2}(m+h^2)\right]}{1+h^2} \times \\ \times \int_0^\infty \exp\left(\frac{-x}{1+h^2}\right) I_0\left(\frac{2a\sqrt{x}}{h}\right) \left[ \int_0^x \exp(-y) I_0\left(\frac{2a\sqrt{y}}{h}\right) dy \right] dx, \quad (31)$$

где введено обозначение

$$a^2 = \frac{\gamma^2(0)}{\gamma^2}, \quad (32)$$

Соотношение (32) получено ранее в работе [Л. 1].

3. Определим потенциальную помехоустойчивость при некогерентном приёме для систем с активной паузой.

Используя условия (11) и выражения (2), (6), (10) и (15) можно вероятность правильного приёма на «идеальный» приёмник при передаче  $i$ -го варианта сигнала определить вероятностью совместного выполнения системы неравенств:

$$\sqrt{(\lambda_i + x \cdot E + \gamma(0) \cdot E)^2 + (\lambda_i^* + y \cdot E)^2} > \sqrt{\lambda_j^2 + \lambda_j^{*2}}, \quad (33) \\ j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i).$$

Случайная величина

$$R_j = \sqrt{\lambda_j^2 + \lambda_j^{*2}}, \quad R_j > 0 \quad (34)$$

распределена по закону Релея

$$w(R_j) = \frac{2R_j}{EP_n} \exp\left[\frac{-R_j^2}{EP_n}\right], \quad (35)$$

а случайная величина

$$R_i = \sqrt{(\lambda_i + x \cdot E + \gamma(0) \cdot E)^2 + (\lambda_i^* + y \cdot E)^2}, \quad R_i > 0 \quad (36)$$

имеет плотность вероятности

$$w(R_i) = \frac{2R_i}{EP_n(1+h_i^2)} \exp\left[\frac{-R_i^2 + \gamma^2(0)E^2}{EP_n(1+h_i^2)}\right] \cdot I_0\left[\frac{2 \cdot \gamma(0)R_i}{(1+h_i^2)P_n}\right], \quad (37)$$

Случайные величины  $R_i$  с различными индексами независимы между собой. Поэтому вероятность выполнения неравенства (33), т. е. вероятность правильного приёма  $i$ -го, как и (в силу симметрии) любого другого сигнала определится соотношением

$$P(\text{прав.}) = \int_0^{\infty} w(R_i) \left[ \int_0^{R_i} w(R_j) dR_j \right]^{m-1} \cdot dR_i. \quad (38)$$

Поставив в (38) выражения для  $w(R_i)$  и  $w(R_j)$ , после выполнения интегрирования во внутреннем интеграле получим:

$$P(\text{прав.}) = \frac{2 \exp \left[ \frac{-\gamma^2(0) \cdot E}{P_n (1+h^2)} \right]}{P_n \cdot E (1+h^2)} \int_0^{\infty} x \cdot \exp \left[ \frac{-x^2}{P_n \cdot E (1+h^2)} \right] I_0 \left[ \frac{2 \cdot \gamma(0) \cdot x}{P_n (1+h^2)} \right] \cdot \left[ 1 - \exp \left( -\frac{x^2}{P_n \cdot E} \right) \right] dx.$$

Разложив выражение в квадратных скобках по формуле Ньютона и используя соотношение [Л. 4]

$$\int_0^{\infty} x \cdot \exp(-\beta^2 \cdot x^2) I_0(\alpha x) dx = \frac{\exp \left( \frac{\alpha^2}{4 \cdot \beta^2} \right)}{2 \cdot \beta^2}, \quad (39)$$

после вычислений получим:

$$P(\text{прав.}) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k (m-1)!}{k!(m-1-k)! [1+k(1+h^2)]} \exp \left[ \frac{-\gamma^2(0) \cdot k \cdot E}{P_n [1+k(1+h^2)]} \right], \quad (40)$$

Вероятность ошибочного приёма, характеризующая потенциальную помехоустойчивость при некогерентном приеме, равна

$$P(\text{ошиб.}) = 1 - P(\text{прав.}) = \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(-1)^{k+1} (m-1)!}{k!(m-1-k)! [1+k(1+h^2)]} \exp \left[ \frac{-\gamma^2(0) \cdot k \cdot E}{P_n [1+k(1+h^2)]} \right], \quad (41)$$

Для случая, когда принимаемый сигнал не содержит замирающих компонент ( $h^2 = 0$ ) из (41) следует формула, ранее полученная в работе [Л. 2].

Для случая, когда принимаемый сигнал не содержит установившуюся компоненту ( $\gamma(0) = 0$ ) для вероятности правильного приёма из (40) будем иметь:

$$P(\text{прав.}) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k (m-1)!}{k!(m-1-k)! [1+k(1+h^2)]}. \quad (42)$$

Формула (42) может быть приведена к выражению, ранее полученному в работе [Л. 3]:

$$P(\text{прав.}) = \frac{\Gamma(m) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1+h^2} \right)}{\Gamma \left( m + \frac{1}{1+h^2} \right)}, \quad (43)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма функция.

Эквивалентность выражений (42) и (43) докажем методом индукции, т. е. покажем, что если равенство

$$\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k (m-1)!}{k!(m-1-k)! [1+k(1+h^2)]} = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k C_{m-1}^k}{1+k(1+h^2)} = \frac{\Gamma(m) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1+h^2} \right)}{\Gamma \left( m + \frac{1}{1+h^2} \right)}. \quad (44)$$

выполняется при некотором  $m > 2$  (число вариантов сигналов  $m$  меньше 2 быть не может), то оно также выполняется для случая, когда  $m$  получает приращение на 1, т. е. справедливо соотношение

$$\sum_{k=0}^m \frac{(-1)^k C_m^k}{1+k(1+h^2)} = \frac{\Gamma(m+1) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1+h^2} \right)}{\Gamma \left( m+1 + \frac{1}{1+h^2} \right)} = \frac{m \cdot \Gamma(m) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1+h^2} \right)}{\left( m + \frac{1}{1+h^2} \right) \cdot \Gamma \left( m + \frac{1}{1+h^2} \right)}. \quad (45)$$

Здесь использовано свойство  $\Gamma$ -функции:

$$\Gamma(1+x) = x \cdot \Gamma(x). \quad (46)$$

Показать справедливость равенства (44) для случая, когда  $m = 2$ , не вызывает затруднений. Воспользуемся соотношением

$$C_m^k = C_{m-1}^k + C_{m-1}^{k-1}, \quad 1 \leq k \leq m-1. \quad (47)$$

Тогда для левой части равенства (45) можно написать:

$$\sum_{k=0}^m \frac{(-1)^k C_m^k}{1+k(1+h^2)} = \left[ 1 + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(-1)^k C_{m-1}^k}{1+k(1+h^2)} \right] + \left[ \frac{(-1)^m}{1+m(1+h^2)} + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(-1)^k C_{m-1}^{k-1}}{1+k(1+h^2)} \right]. \quad (48)$$

Вводя под знаком сумм в 1-й квадратной скобке новую переменную по формуле  $r = k$ , а во 2-й квадратной скобке новую переменную  $r = (k - 1)$ , после элементарных преобразований, получим

$$\sum_{k=0}^m \frac{(-1)^k C_m^k}{1+k(1+h^2)} = \sum_{r=0}^{m-1} \frac{(-1)^r C_{m-1}^r}{1+r(1+h^2)} - \frac{1}{2+h^2} \sum_{r=0}^{m-1} \frac{(-1)^r C_{m-1}^r}{1+r \left(1 + \frac{-1}{2+h^2}\right)}. \quad (49)$$

Учтя равенство (44), в котором под  $h^2$  можно подразумевать любое число, и используя соотношение (46), после элементарных преобразований, будем иметь:

$$\sum_{k=0}^m \frac{(-1)^k C_m^k}{1+k(1+h^2)} = \frac{\Gamma(m) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{1+h^2}\right)}{\Gamma\left(m + \frac{1}{1+h^2}\right)} - \frac{\Gamma(m) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2+h^2}}\right)}{(2+h^2) \cdot \Gamma\left(m + \frac{1}{1 - \frac{1}{2+h^2}}\right)} = \frac{m \cdot \Gamma(m) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{1+h^2}\right)}{\left(m + \frac{1}{1+h^2}\right) \cdot \Gamma\left(m + \frac{1}{1+h^2}\right)}.$$

Это и требовалось доказать.

4. Определим потенциальную помехоустойчивость при некогерентном приёме для двухпозиционной системы с пассивной паузой.

Будем считать, что нулевое значение имеет сигнал, соответствующий второй позиции.

Учтя (4), (9), (32), можно вероятность ошибочного приема первой позиции сигнала определить вероятностью выполнения неравенства

$$R_1^2 + \frac{(1+h_1^2)P_n^2}{\gamma^2} \cdot \ln I_0 \left[ \frac{2 \cdot \gamma(0)R_1}{P_n(1+h_1^2)} \right] < \frac{P_n^2}{\gamma^2} \left[ a^2 h_1^2 + (1+h_1^2) \ln(1+h_1^2) \right] \quad (50)$$

где случайная величина  $R_1$  и её плотность вероятности определяются, соответственно, выражениями (36) и (37), если там заменить  $E$  на  $E_1$  и  $h^2$  на  $h_1^2$ .

Введём нормированную величину

$$x_1 = \frac{R_1 \sqrt{2}}{\sqrt{E_1 P_n (1+h_1^2)}}, \quad x_1 > 0. \quad (51)$$

плотность вероятности которой с учетом (37) будет равна

$$w(x_1) = x_1 \exp \left[ -\frac{x_1^2 + \frac{2a^2 h_1^2}{1+h_1^2}}{2} \right] \cdot I_0 \left[ \frac{a \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot x_1}{\sqrt{1+h_1^2}} \right]. \quad (52)$$

С учётом (51) неравенство (50) примет вид

$$x_1^2 + \frac{2}{h_1^2} \cdot \ln I_0 \left[ \frac{a \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot x_1}{\sqrt{1+h_1^2}} \right] < \frac{2a^2}{1+h_1^2} + \frac{2 \ln(1+h_1^2)}{h_1^2} \quad (53)$$

Величины  $x_1$  и  $y_1 = x_1^2 + \frac{2}{h_1^2} \cdot \ln I_0 \left[ \frac{a \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot x_1}{\sqrt{1+h_1^2}} \right]$  связаны однозначной зависимостью и поэтому

вероятность выполнения неравенства (53), т.е. вероятность ошибочного приёма первой позиции сигнала  $p_1$ , можно определить так

$$p_1 = \int_0^A w(x_1) dx_1, \quad (54)$$

где  $A$  определяется из уравнения

$$A^2 + \frac{2}{h_1^2} \cdot \ln I_0 \left[ \frac{a \cdot h_1 \sqrt{2} \cdot A}{\sqrt{1+h_1^2}} \right] = \frac{2a^2}{1+h_1^2} + \frac{2 \ln(1+h_1^2)}{h_1^2} \quad (55)$$

Уравнение (55) определяет оптимальный порог ограничения (в безразмерных единицах) в зависимости от параметров  $h_1^2$  и  $a^2$ .

После интегрирования (54) получим

$$p_1 = F \left( \sqrt{\frac{2a^2 h_1^2}{1+h_1^2}}, A \right), \quad (56)$$

где  $F(\alpha, \beta) = \int_0^\beta t \cdot e^{-\frac{t^2+\alpha^2}{2}} I_0(\alpha t) dt$  – интегральная обобщённая функция распределения Релея. Для вероятности ошибочного приёма второй позиции сигнала получим

$$p_2 = \exp \left[ -\frac{A^2(1+h_1^2)}{2} \right].$$

Вероятность ошибки при передаче первой и второй позиций сигнала равна

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) = \frac{1}{2} \left\{ F \left( \sqrt{\frac{2a^2 h_1^2}{1+h_1^2}}, A \right) + \exp \left[ -\frac{A^2(1+h_1^2)}{2} \right] \right\}, \quad (56)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д.Д.Кловский, Построение «идеальных приёмников» сигналов с замираниями на основе использования электронно-вычислительных устройств, Труды ЛЭИС, вып. VI (43), 1959.
2. Л.М.Финк, О потенциальной помехоустойчивости при неопределённой фазе сигнала, «Радиотехника» № 1, 1959.
3. Л.М.Финк, О потенциальной помехоустойчивости при замираниях сигнала, «Радиотехника» № 9, 1958.
4. Б.Р.Левин, Теория случайных процессов и её применение в радиотехнике, «Советское Радио», 1957.

Июль 1959 г.

## МЕТОД ПРИЁМА ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Излагается метод приёма импульсных сигналов, модулированных по амплитуде (АИМ), основанный на использовании цифровой электронно-вычислительной машины (ЦЭВМ). Этот метод позволяет свести до минимума искажения, обусловленные как отклонением частотных характеристик канала от идеальных, так и наличием паразитных каналов связи.

Рассмотрен вариант блок-схемы, пригодной для осуществления метода приёма с ЦЭВМ.

Искажения передаваемых по линейным каналам\* связи сигналов обусловлены как несовершенством канала, так и воздействием всякого рода помех. Под несовершенством канала понимается отклонение его частотных характеристик от идеальных, а также и возникновение паразитных каналов связи, обусловленных, например, многолучевым распространением радиоволн.

Мы покажем принципиальную возможность осуществления такого метода приёма сигналов с АИМ, при котором удастся свести до минимума искажения, обусловленные несовершенством канала. При этом будем предполагать, что помехи в канале отсутствуют или они не являются основным источником искажений.

Применительно к каналам, в которых искажениями, вызванными помехами, пренебречь нельзя, возможность практического использования этого метода может быть выяснена лишь при оценке его помехоустойчивости. Эта задача в настоящей работе не решается.

Следует заметить, что из искажений, обусловленных несовершенством канала, для существующих систем связи наиболее опасны те, которые вызваны образованием паразитных каналов, ибо от них нельзя избавиться ни повышением мощности сигнала, ни расширением полосы пропускания канала. Существование паразитных каналов связи, возникающих, например, при многолучевом распространении радиоволн, кладет предел возможной скорости передачи импульсных сигналов. Излагаемый метод приёма импульсных сигналов позволяет в каналах связи, где имеет место многолучевое распространение радиоволн и отклонение частотных характеристик от идеальных, существенно повысить скорость передачи информации или же, при неизменной скорости – соответственно сузить полосу пропускания канала. Метод приёма основан на использовании на приёмном конце быстродействующей цифровой электронно-вычислительной машины (ЦЭВМ), обрабатывающей по определенной программе принятое колебание с целью воспроизведения переданного сигнала. При этом используются заложенные в памяти машины сведения о свойствах канала (параметрах канала).

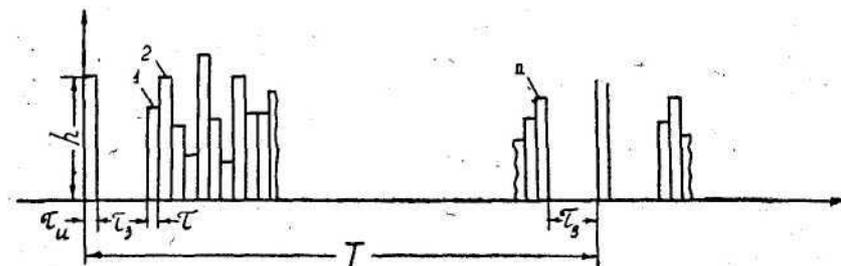


Рис. 1. Модулирующий сигнал в системе приёма с ЦЭВМ.

Параметры канала могут испытывать как медленные (из-за старения деталей, изменения температурных и метеорологических условий и т. п.), так и довольно быстрые

\*Искажения, обусловленные нелинейностью канала, здесь не рассматриваются.

изменения. Так, параметры многих каналов с многолучевым распространением радиоволн (например, воздушные каналы связи на КВ и УКВ) испытывают беспорядочные и довольно быстрые изменения во времени из-за колебаний разности хода отдельных лучей. Однако, как показывают экспериментальные данные [Л. 1, 2] и для таких каналов всегда можно указать такой отрезок времени  $T$ , в течение которого параметры канала с большой достоверностью остаются почти неизменными.

На приёмном конце изменения свойств канала могут быть учтены по его реакции на испытательные импульсы, посылаемые в канал с периодом  $T$ .

Переходим к рассмотрению существа метода.

2. Рассмотрим передачу радиосигналов, модулированных по амплитуде напряжением, показанным на рис. 1.

Здесь введены следующие обозначения:

$T$ ,  $h$ ,  $\tau_n$  – соответственно период следования, высота и длительность испытательного импульса.

По реакции канала на приёмном конце на этот испытательный импульс учитывают изменения его параметров,  $\tau$  – длительность рабочих импульсов, собранных в пределах промежутка  $T$  в пакет, несущий полезную информацию.

Полагаем  $\tau_n = \tau$ .

$\tau_3$  – длительность защитного промежутка между рабочими пакетами и испытательным импульсом,

$n$  – количество рабочих импульсов в пакете.

Промежуток времени  $\tau_3$  полагается таким, чтобы растягивающиеся во времени из-за многолучёвости и переходного процесса в системе сигналы, соответствующие испытательным импульсам и рабочим пакетам, практически не налагались друг на друга.

Параметры  $T$ ,  $\tau$ ,  $\tau_3$ ,  $n$  связаны соотношением

$$T = (1 + n)\tau + 2 \cdot \tau_3. \quad (1)$$

Напряжение на выходе входного избирательного блока приемника  $u_2(t)$  связано с напряжением на входе канала (выходе передатчика)  $u_1(t)$  соотношением

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(t-x)k(x)dx. \quad (2)$$

где  $k(t)$  – импульсная переходная функция канала. Предположено, что сигнал был приложен в момент  $t=0$  ко входу системы, находившейся при нулевых начальных условиях. Функция  $k(t)$ , зависящая от свойств канала, вообще говоря, различна в различных промежутках  $T$ .

При выполнении обычного неравенства

$$\tau \gg \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad (3)$$

где  $\omega_0$  – круговая частота несущей, радиосигнал на выходе передатчика может быть представлен в виде

$$u_1(t) = V_1(t)\cos \omega_0 t + V_1'(t)\sin \omega_0 t. \quad (4)$$

где  $V_1(t)$ ,  $V_1'(t)$  – медленно-меняющиеся функции времени.

Полагая, что фаза несущей остаётся стабильной в пределах длительности рабочего импульса  $\tau$ , можно видеть, что при прямоугольной форме модулирующих импульсов (см. рис. 1) функции  $V_1(t)$ ,  $V_1'(t)$  остаются неизменными в пределах промежутка  $\tau$ .

Напряжение на выходе входного избирательного блока приёмника может быть записано так:

$$u_2(t) = V_2(t)\cos \omega_0 t + V_2'(t)\sin \omega_0 t. \quad (5)$$

где  $V_2(t)$ ,  $V_2'(t)$  – также медленно-меняющиеся функции времени.

Напряжения  $V_2(t)$ ,  $V_2'(t)$  могут быть получены на приёмном конце после

низкочастотных фильтров, подключенных к двум когерентным детекторам. К детекторам подводится напряжение  $u_2(t)$  и со сдвигом на  $90^\circ$  — вспомогательные напряжения частоты  $\omega_0/2\pi$ .

Условимся брать отсчёты напряжений  $V_2(t)$ ,  $V_2'(t)$  в промежутке  $T$  в моменты времени, кратные длительности  $\tau$ .

Отсчёты, соответствующие импульсам рабочего пакета, обозначим через  $V_p(v\tau)$ ,  $V_p'(v\tau)$ , где  $v=1, 2, 3, \dots, n$ , а отсчёты, соответствующие испытательному импульсу —  $V_n(v\tau)$ ,  $V_n'(v\tau)$ , где

$$i=1, 2, 3, \dots, m \approx \tau_p/\tau. \quad (6)$$

$\tau_p = \tau_n + \tau_{з.л.} + \tau$  — практическая длительность реакции канала на испытательный импульс,

$\tau_n$  — длительность переходного процесса в канале,

$\tau_{з.л.}$  — максимальное запаздывание отдельных лучей.

В дальнейшем будем считать, что защитный промежуток между испытательными импульсами и рабочими пакетами удовлетворяет соотношению  $\tau_3 = \tau_p - \tau = \tau_n + \tau_{з.л.}$ . Поэтому

$$m \approx 1 + \frac{\tau_n}{\tau} + \frac{\tau_{з.л.}}{\tau} = 1 + \frac{\tau_3}{\tau}. \quad (7)$$

Учтя соотношения (2), (4), (5), можно после несложных выкладок получить следующую систему уравнений\*

$$\begin{aligned} V_1(v\tau) &= \varepsilon(\tau) \left\{ V_p(v\tau) - \sum_{i=2}^{i=v} [V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau) - V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V_n'(i\tau)] \right\} + \\ &+ \varepsilon'(\tau) \left\{ V_p'(v\tau) - \sum_{i=2}^{i=v} [V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V_n'(i\tau) + V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau)] \right\}, \\ V_1'(v\tau) &= \varepsilon(\tau) \left\{ V_p'(v\tau) - \sum_{i=2}^{i=v} [V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V_n'(i\tau) + V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau)] \right\} - \\ &- \varepsilon'(\tau) \left\{ V_p(v\tau) - \sum_{i=2}^{i=v} [V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau) - V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V_n'(i\tau)] \right\}, \\ v &= 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

где обозначено

$$\varepsilon(\tau) = \frac{V_n(\tau)}{V_n^2(\tau) + V_n'^2(\tau)}, \quad \varepsilon'(\tau) = \frac{V_n'(\tau)}{V_n^2(\tau) + V_n'^2(\tau)}.$$

Таким образом, фиксируя в месте приёма в промежутке  $T$   $2m$  отсчёта  $V_n(i\tau)$ ,  $V_n'(i\tau)$ , соответствующие испытательному импульсу, и  $2n$  отсчёта  $V_p(i\tau)$ ,  $V_p'(i\tau)$ , соответствующие импульсам рабочего пакета, выполняя при помощи цифровой электронно-вычислительной машины операции, определяемые системой уравнений (8), последовательно вычисляются числа  $V_1(v\tau)$ ,  $V_1'(v\tau)$ , определяющие амплитуды всех передаваемых в течение промежутка  $T$  импульсов пакета.

Сами амплитуды передаваемых импульсов определяются так:

$$V(i\tau) = \sqrt{V_1^2(v\tau) + V_1'^2(v\tau)}, \quad v=1, 2, 3, \dots, n. \quad (9)$$

Заметим, что при разумном использовании канала число рабочих импульсов в пакете  $n$  всегда больше числа  $m$ , вследствие чего, правые части системы уравнений (8) при  $v \geq m$  имеют одинаковое число слагаемых, равное  $(4m - 2)$ .

\* Для простоты предположено, что испытательный импульс имеет единичную амплитуду и нулевую начальную фазу, что, однако, не ограничивает общность дальнейших выкладок.

3. На рис. 2 приведена блок-схема приемного устройства, пригодного для осуществления изложенного метода приема с ЦЭВМ.

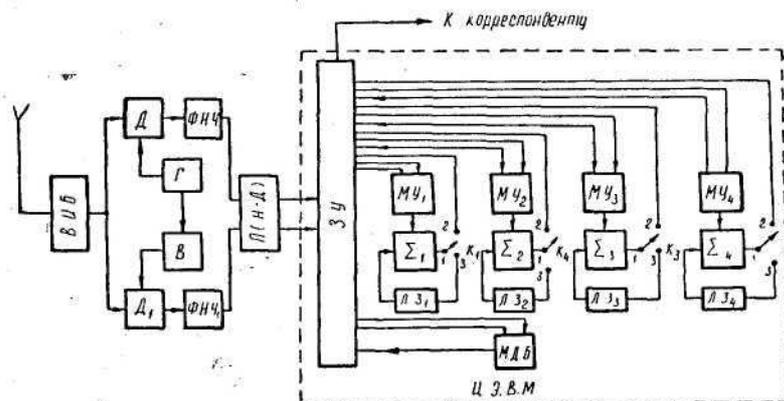


Рис. 2. Блок-схема приёмного устройства с ЦЭВМ.

В. И. Б. – входной избирательный блок приёмника. Г – генератор вспомогательного напряжения частоты  $\omega_0/2\pi$ . В – фазовращатель на  $90^\circ$ . Д, Д<sub>1</sub> – когерентные детекторы; Ф. Н. Ч., Ф. Н. Ч<sub>1</sub> – фильтры нижних частот. П (Н–Д) – преобразователь непрерывных данных в дискретные, З. У — запоминающее устройство, М. У<sub>1</sub>, М. У<sub>2</sub>, М. У<sub>3</sub>, М. У<sub>4</sub> – множительные устройства, Σ<sub>1</sub>, Σ<sub>2</sub>, Σ<sub>3</sub>, Σ<sub>4</sub> – сумматоры, Л. З<sub>1</sub>, Л. З<sub>2</sub>, Л. З<sub>3</sub>, Л. З<sub>4</sub> – линии задержки, М. Д. Б – множително-делительный блок

Принимаемый сигнал с выхода входного избирательного блока ВИБ подаётся к двум когерентным детекторам Д и Д<sub>1</sub>, питаемым со сдвигом фазы на  $90^\circ$  вспомогательным напряжением частоты  $\omega_0/2\pi$ . После низкочастотных фильтров ФНЧ, ФНЧ<sub>1</sub>, подключённых к когерентным детекторам, напряжения  $V_n(t)$ ,  $V'_n(t)$ ,  $V_p(t)$ ,  $V'_p(t)$  поступают к преобразователю П(Н–Д) непрерывных данных в дискретные отсчёты. Последние фиксируются в запоминающем устройстве ЗУ.

После получения первых отсчётов реакции канала на испытательный импульс  $V_n(\tau)$  и  $V'_n(\tau)$  в течение промежутка времени  $m\tau$  в множително-делительном блоке МДБ определяются числа  $\varepsilon(\tau)$  и  $\varepsilon'(\tau)$ , которые для дальнейших вычислений фиксируются в запоминающем устройстве.

При помощи четырех множительных устройств МУ<sub>1</sub>, МУ<sub>2</sub>, МУ<sub>3</sub>, МУ<sub>4</sub> и четырех сумматоров Σ<sub>1</sub>, Σ<sub>2</sub>, Σ<sub>3</sub>, Σ<sub>4</sub>, в соответствии с алгоритмом работы электронно-вычислительной машины, определяемым системой уравнений (8), последовательно определяются величины  $V_1(v\tau)$ ,  $V'_1(v\tau)$ , а затем и квадраты амплитуд передаваемых радиоимпульсов:

$$V^2(v\tau) = V_1^2(v\tau) + V_1'^2(v\tau).$$

Отдельные сумматоры и множительные устройства используются для параллельного вычисления сумм  $\sum_{i=2}^{i=v} V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau)$ ;  $\sum_{i=2}^{i=v} V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V'_n(i\tau)$ ;  $\sum_{i=2}^{i=v} V_1[(v-i+1)\tau] \cdot V'_n(i\tau)$ ;

$$\sum_{i=2}^{i=v} V_1'[(v-i+1)\tau] \cdot V_n(i\tau).$$

Линии задержки ЛЗ<sub>1</sub>, ЛЗ<sub>2</sub>, ЛЗ<sub>3</sub>, ЛЗ<sub>4</sub> служат для накопления промежуточных результатов вычисления, которые вводятся в них через ключи К<sub>1</sub>, К<sub>2</sub>, К<sub>3</sub>, К<sub>4</sub> (контакт 1–3).

Вычисленные значения квадратов амплитуд  $V^2(v\tau)$ , а также нужные для промежуточных расчётов числа поступают из сумматоров через ключи К<sub>1</sub>, К<sub>2</sub>, К<sub>3</sub>, К<sub>4</sub> (контакт 1–2) для фиксации в запоминающее устройство.

При однополярности модулирующих импульсов (рис. 1) между значениями амплитуд  $V(v\tau)$  и их квадратов существует однозначное соответствие и переход от дискретного множества чисел  $V^2(v\tau)$  к числам  $V(v\tau)$  может быть выполнен при помощи матрицы переходов, заложенной в памяти машины. Из памяти машины числа  $V(v\tau)$  подаются к приёмной

аппаратуре нужного корреспондента, где сигналы переводятся в соответствующие сообщения.

На схеме не показаны блоки синхронизации работы передающего и приёмного устройства. Заметим только, что для целей синхронизации могут быть использованы испытательные им-пульсы, подаваемые в канал с периодом  $T$ .

Рассмотрим требования к скорости работы цифровой электронно-вычислительной машины при непрерывной передаче информации по каналу связи.

Необходимая скорость в основном определится требованием обеспечить выполнение за время  $T$  всех операций умножения, которые необходимо совершить при вычислении  $n$  чисел  $V^2(v\tau)$ . Это число умножений в соответствии с выражениями (8), (9) и учёте соотношений (1), (7) определится так:

$$2 \left[ 4 \sum_{i=1}^{m-1} i + 2m + (n-m)(4m-2) \right] + 2n \approx 4 \left[ 2m \left( \frac{T}{\tau} - 2m + 1 \right) - m^2 + 3m \right].$$

Имея в виду, что в рассматриваемой нами схеме приема используются четыре множительных устройства, получаем, что цифровая электронно-вычислительная машина должна обеспечить выполнение\*

$$\frac{\left[ 2m \left( \frac{T}{\tau} - 2m + 1 \right) - m^2 + 3m \right]}{T} \text{ операций умнож. сек.} \quad (10)$$

Возможная скорость передачи информации в рассматриваемой нами системе определится с учетом соотношений (1) и (7) формулой

$$I = \frac{n}{T} \lg_2 N \approx \frac{\left[ T - \tau(2m-1) \right]}{T \cdot \tau} \lg_2 N \frac{\text{дв. ед.}}{\text{сек}}, \quad (11)$$

где  $N$  – число различных уровней рабочих импульсов.

Предполагается, что различные уровни могут передаваться с равной вероятностью, независимо от значений уровней предшествующих импульсов.

Запоминающее устройство должно быть рассчитано на хранение  $2m$  отсчётов реакции канала на испытательный импульс,  $2n$  отсчётов напряжений  $V_1(t)$  и  $V'_p(t)$ ,  $2n$  чисел, определяющих искомые уровни  $V(v\tau)$  и их квадратов, и примерно  $2n$  чисел  $V_1(v\tau)$ ,  $V'_p(v\tau)$ , требуемых для промежуточных расчётов. Полагая, что каждое число, фиксируемое в запоминающем устройстве, определяется 20 двоичными разрядами, учтя соотношения (1) и (7), получаем, что объём памяти должен быть рассчитан на хранение

$$C = 20(2m + 6n) \approx 20 \left\{ 2m + 6 \left[ \frac{T}{\tau} - (2m-1) \right] \right\} \text{ дв. ед.} \quad (12)$$

4. Приведём пример, иллюстрирующий возможность значительного увеличения скорости передачи информации при использовании метода приёма с ЦЭВМ.

Рассмотрим систему связи, в которой имеет место многолучевое распространение радиоволн.

Пусть длительность рабочих импульсов равна (0,5–2) мсек, а максимальное время запаздывания отдельных лучей соизмеримо или превосходит длительность рабочего импульса.

При помощи импульсов такой длительности можно осуществить сверхбыструю передачу телеграфных, телеметрических и тому подобных сигналов связи.'

В дальнейшем нам понадобится численное значение определяемого формулой (7) параметра  $m$ . Для этого воспользуемся приближённой формулой [Л. 3]:

$$\tau_n \approx \frac{4}{\Delta f}, \quad (13)$$

\* Можно построить схему приема, содержащую лишь одно множительное устройство, один сумматор и одну линию задержки. Однако ЦЭВМ должна при этом работать в 4 раза быстрее.

где  $\Delta f$  – полоса пропускания канала.

С учетом соотношений (7) и (13) имеем

$$m = 1 + \frac{4}{\Delta f \cdot \tau} + \frac{\tau_{з.л.}}{\tau} \quad (14)$$

Примем, что  $\tau_{з.л.} = 2$  мсек, что соответствует максимальному запаздыванию отдельных лучей для К. В. линии связи протяжённостью до 4000 км, обусловленному ближним эхо [Л. 4].

Положим, что  $\Delta f = 500$  гц и что параметры многолучевого канала в течение промежутка длительностью  $T = 50$  мсек могут считаться неизменными.

Сравнительные данные, характеризующие рассматриваемую систему связи при осуществлении приёма с ЦЭВМ сведены в таблицу 1.

Таблица 1

$\tau$ мсек	$m$	$I$ дв. ед. сек.		$V$ умнож. сек.	С дв. ед.	Примеч.
		$N = 2$	$N = 32$			
0,5	21	1180	5900	42 000	7920	$T = 50$ мсек $\Delta f = 500$ гц
1	11	580	2900	14 500	3920	
2	6	280	1400	3 000	1920	

Число  $m$  определялось по формуле (14). Возможная скорость передачи информации для случая, когда используется двухзначный ( $N = 2$ ) и тридцатидвухзначный ( $N = 32$ ) коды определялась по формуле (11), а требуемая скорость работы и объём памяти ЦЭВМ—соответственно по формулам (10) и (12).

Системы обычной коротковолновой радиотелеграфии с частотной модуляцией позволяют в полосе 500 гц обеспечить передачу около 200 дв. ед. информации /сек. Из-за многолучевого распространения радиоволн такая скорость практически является предельной для существующих систем.

Таким образом, как видно из таблицы 1, реализация системы приема с ЦЭВМ позволяет в той же полосе обеспечить передачу информации во много раз быстрее, в особенности при использовании многозначных кодов,

В системах связи, работающих в режиме прерывистой передачи информации, возможно применение метода приёма с ЦЭВМ при относительно небольших скоростях работы последней, так как в этих системах для обработки принимаемой информации имеется значительно больше времени.

Если, например, средняя доля времени, в течение которого по каналу передается информация, равна 0,1, то, как видно из таблицы 1, использование рабочих импульсов длительностью 1 мсек позволяет в полосе 500 гц, при обеспечении ЦЭВМ около 1500 операций умнож./сек., передавать в среднем около 60 дв. ед. инфор./сек при двоичном коде и около 300 дв. ед. информации/сек при тридцатидвухзначном коде. Заметим, что в практически действующих системах этого типа (т. н. системы «метеорной» связи) средняя скорость передачи информации составляет 15 дв. ед./сек.

5. Как об этом уже указывалось в начале статьи возможность и целесообразность практического использования изложенного метода приема с ЦЭВМ в системах связи, в которых искажениями, обусловленными воздействием помех, пренебречь нельзя, может быть выяснено лишь при оценке его помехоустойчивости.

Каналы с помехами в настоящей работе не рассматриваются. Выскажем, однако, некоторые соображения о возможном пути создания систем связи, обеспечивающих высокие скорости передачи импульсных сигналов по каналам с многолучевым распространением радиоволн, не свободных от помех. Несомненно, что в таких системах целесообразно использовать метод учёта на приёмном конце изменения параметров канала по реакции на испытательные импульсы, периодически посылаемые в канал. Что же касается методов приёма импульсных сигналов при наличии в канале помех и многолучевого распространения

радиоволн, то оптимальные, или близкие к ним, методы приёма можно искать, исходя из принципа максимальной апостериорной вероятности.

Согласно этому принципу, следует после приёма анализируемого колебания определить апостериорную вероятность передачи отдельных позиций сигнала, максимально используя априорные сведения о свойствах канала и рабочих сигналов, и регистрировать ту из них, которая имеет максимальную апостериорную вероятность. Сказанное может быть выражено математически некоторым неравенством (или системой неравенств), определяющим критерий приема. Зная критерий приема, можно свести операции, которые должны быть выполнены приёмником, к некоторому алгоритму. По этому алгоритму можно построить электрическую схему, которая будет его выполнять с большей или меньшей точностью.

Схема может быть построена как на моделирующей, так и на цифровой основе.

Рассмотрение затронутых вопросов выходит за пределы настоящей статьи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. L. Grisdale, I. G. Morris, D. S. Palmer "Fading of Long-Distance Radio Signals and a Comparison of Space- and Polarization-Diversity Reception in the 6–18 Mc/s Range", PIRE, part B, v. 104, № 13, 1957, стр. 39.
2. А. Г. Аренберг, Распространение дециметровых и сантиметровых волн, изд. «Советское радио», 1957.
3. Л. А. Меерович, Л. Г. Зеличенко, Импульсная техника, изд. «Советское радио», 1954.
4. М. П. Долуханов, Распространение радиоволн, Госиздат по вопросам связи и радио, 1951.

*Статья поступила в редакцию в июле 1959 г.*

*Л.М.Гольденберг, Д.Д.Кловский*

## СИСТЕМА СВЯЗИ ПРИ НАЛИЧИИ ЭХО-СИГНАЛОВ

Рассматриваются блок-схема и предпосылки для построения бинарной синхронной системы радиосвязи, обеспечивающей надёжный прием информации при наличии эхо-сигналов даже при полном перекрытии двух соседних элементов сигнала. В предлагаемой системе по радиоканалу периодически передаются испытательные импульсы для изучения его «состояния», а приём информации осуществляется по критерию, близкому к оптимальному.

Современные одноканальные коротковолновые системы радиосвязи характеризуются крайне ограниченной пропускной способностью. Это объясняется многолучевым распространением радиоволн и относительно большими запаздываниями отдельных лучей относительно друг друга. При малых длительностях элемента сигнала наблюдается заметное перекрытие соседних элементов сигнала (проявляются эхо-сигналы в канале) и в этих условиях при существующих методах приёма надёжная связь становится невозможной, так как ни повышение мощности передатчика, ни расширение полосы пропускания канала не могут улучшить положение. За последнее время разработана весьма сложная система радиосвязи «Рейк» [Л. 1], специально предназначенная для борьбы с многолучевостью. Однако эта система обеспечивает надёжную работу, если

$$T \cdot \Delta f \geq 50, \quad (1)$$

где  $T$  – длительность посылки,

$\Delta f$  – полоса частот, занимаемая сигналом.

В коротковолновом диапазоне полосу  $\Delta f$  нельзя выбирать слишком большой. Если даже считать, что  $\Delta f = 10$  кГц, то в системе «Рейк» можно работать с посылками длиной  $T = 5$  мсек, т. е. пере давать лишь 200 эл. посылок/сек.

Как логическое развитие прежней работы авторов [Л. 2] нами предлагается простая, одноканальная двухпозиционная система радиосвязи, которая в условиях эхо-сигналов и флуктуационной помехи в канале обеспечивает при достаточной мощности передатчика надёжный приём даже при полном перекрытии двух соседних элементов сигнала.

Степень перекрытия соседних элементов сигнала определяется как временем

запаздывания лучей в канале  $\Delta T$ , так и длительностью переходного процесса  $\tau_n$ , обусловленного конечной полосой пропускания канала  $\Delta f$ . Можно считать, что  $\tau_n \approx \frac{2}{\Delta f}$ .

Если длительность элемента сигнала  $T$  не меньше величины

$$T = \Delta T_{\max} + \frac{2}{\Delta f},$$

где  $\Delta T_{\max}$  – максимально возможное запаздывание лучей в канале, то в месте приёма перекрывается не более чем два соседних элемента сигнала. Именно на такие условия рассчитана предлагаемая система связи.

Заметим, что в принципе описываемый ниже метод может быть развит для построения системы связи, которая обеспечивает надёжную радиосвязь при перекрытии более чем двух соседних элементов сигнала.

В предлагаемой системе связи, которую в дальнейшем в соответствии с принципом ее работы будем называть «бинарной системой с испытательным импульсом», возможно обеспечить передачу

$$I = \frac{1}{\Delta T_{\max} + \frac{2}{\Delta f}} = \frac{1}{T} \frac{\text{эл. посылка}}{\text{сек}}, \quad (2)$$

Как показывает расчёт [Л. 3], для коротковолновой линии связи протяженностью до 4000 км время запаздывания эхо-сигнала (имеется ввиду ближнее эхо, играющее для таких связей основную роль) не превышает 1,7 мсек. Это подтверждается и экспериментом [Л. 4], причем оказывается, что наиболее часто встречающиеся значения времени запаздывания лежат в пределах (0,4÷1,4) мсек.

Таблица 1 иллюстрирует возможности бинарной системы с испытательным импульсом в коротковолновых каналах связи с различной полосой пропускания. Для сопоставления там же приведены аналогичные данные для системы связи «Рейк».

Таблица 1

Полоса пропускания канала $\Delta f$ , кГц	Бинарная система с испытательным импульсом		Система «Рейк»	
	Возможная длительность посылки, мсек	Скорость передачи информации $I$ , эл. посылка/сек	Возможная длительность, мсек	Скорость передачи информации $I$ , эл. посылка/сек
1	3,7	270	50	20
2	2,7	370	25	40
5	2,1	475	10	100
10	1,9	525	5	200

Возможная длительность  $T$  для бинарной системы с испытательным импульсом определялась в таблице по формуле (2) при  $\Delta T_{\max} = 1,7$  мсек, а для системы «Рейк» — исходя из соотношения (1).

Из таблицы видно, что с расширением полосы пропускания канала эффективность обеих систем возрастает. Однако в пределах разумной в коротковолновом канале полосы ( $\Delta f \leq 10$  кГц), бинарная система с испытательным импульсом оказывается значительно более эффективной.

Как для коротких волн при ионосферном распространении, так и для ультракоротких волн при ионосферном и тропосферном рассеянии время корреляции для амплитуды и фазы принимаемого сигнала при замираниях обычно измеряется единицами и даже десятками секунд и в редких случаях составляет десятые доли секунды.

Ниже рассмотрение ограничивается двухпозиционной системой с пассивной паузой (например, амплитудная телеграфия).

Позицию сигнала, имеющую нулевое значение, будем называть нулевой посылкой. Другую позицию сигнала – положительной посылкой.

В отличие от обычных методов формирования сигнала в рассматриваемой системе связи дополнительно осуществляется периодическая передача с периодом  $\tau_{\text{ц}}$  по каналу от специального генератора испытательных импульсов (положительных посылок), разделенных защитным промежутком  $\tau_3$  от информационных посылок и предназначенных для изучения «состояния» канала [Л. 2].

Будем считать, что длительность испытательной и информационных посылок одинакова и равна  $T$ , что равны их амплитуды и что в промежутке  $\tau_{\text{ц}}$  может быть передано  $n$  информационных посылок, составляющих вместе так называемый «рабочий пакет» [Л. 2]. Промежуток времени  $\tau_3$  выбирается таким, чтобы на приёмном конце растягивающиеся во времени из-за многолучевости и переходного процесса сигналы, соответствующие испытательным посылкам и рабочим пакетам, практически не налагались друг на друга, т. е. выбирается

$$\tau_3 = \Delta T_{\text{max}} + \tau_{\text{п}}.$$

На приёмном конце в пределах промежутка  $\tau_{\text{ц}}$  сначала в течение времени  $\tau_{\text{п}} + T + \Delta T_{\text{max}}$  анализируется реакция канала на испытательную посылку, а затем – реакция канала на информационные элементы сигнала. Выборка отдельных позиций сигнала производится на основании последовательного поэлементного приёма.

Полагаем, что длительность рабочих посылок удовлетворяет соотношению

$$T = \Delta T_{\text{max}} + \tau_{\text{п}}$$

В этом случае выбирается  $\tau_3 = T$  и длительность реакции канала на положительную посылку не превышает  $2T$ .

Обозначим первый элемент длительности  $T$  реакции канала на испытательную посылку в анализируемой полосе частот (сигнал плюс помеха) через  $g_1'(t)$ , а второй элемент этой реакции – через  $g_2'(t)$ .

Элемент принимаемого колебания длительностью  $T$ , занимающий место  $i$ -го информационного элемента рабочего пакета (сигнал плюс помеха), обозначим через  $Y_i'(t)$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Полагаем также, что в канале имеется аддитивная флуктуационная помеха с нормальным распределением вероятностей мгновенных значений и одинаковой спектральной плотностью  $\sigma^2$  в пределах всей анализируемой полосы частот  $\Delta f$ , занимаемой сигналом. Определим критерий приёма информационных элементов, исходя из принципа максимальной апостериорной вероятности, причем априорные вероятности передачи отдельных позиций сигнала будем считать одинаковыми.

если  $(i-1)$ -м элементом приёмником была выбрана положительная посылка;

Можно показать [Л. 4], что критерий приёма  $i$ -го информационного элемента определяется неравенством

$$\int_0^T Y'_{i \text{ разн}}(t) g_1'(t) dt + \frac{k}{2} \int_0^T Y'^2_{i \text{ разн}}(t) dt - \left( \frac{1}{2} \int_0^T g_1'^2(t) dt + 0,7 E_{\text{п}} \right) > 0, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} Y'_{i \text{ разн}}(t) &= Y_i'(t) - g_2'(t) \\ k &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\},$$

если  $(i-1)$ -м элементом приёмником была выбрана нулевая посылка;

$$\left. \begin{aligned} Y'_{i \text{ разн}}(t) &= Y_i'(t) \\ k &= 1 \end{aligned} \right\},$$

если  $(i-1)$ -м элементом приёмником была выбрана нулевая посылка;

$E_{\text{п}}$  – средняя энергия элемента помехи в анализируемой полосе частот.

При выполнении неравенства (3) приёмник должен  $i$ -м элементом регистрировать положительную посылку, в противном случае – нулевую посылку.

На рис. 1 показана схема, реализующая критерий приёма (3). Рассмотрим, как работает схема в течение отдельного цикла длительностью  $\tau_{\text{ц}}$ .

До приёма импульсов рабочего пакета ключ  $K_{л1}$  на время  $2T$  коммутирует входной избирательный блок приёмника  $ВИБ^*$  с линией задержки  $ЛЗ$ , в которой запоминается реакция канала на испытательную посылку. Суммарное время задержки линии равно  $2T$ . Она имеет два отвода, между которыми создается задержка сигнала на время  $T$ .

Будем вести отсчёт времени с момента коммутации входа приёмника и линии задержки. Тогда с момента времени  $t=T$  с первого отвода линии задержки к квадратирующему устройству  $K'_1$  в течение времени  $T$  подается колебание  $g'_1(t)$ , соответствующее первому элементу реакции канала на испытательную посылку. При соответствующем выборе коэффициентов передачи отдельных блоков к концу промежутка  $t=2T$  на выходе интегратора  $I'_1$ , подключенного к квадратирующему устройству  $K'_1$ , имеется напряжение, равное  $\frac{1}{2} \int_0^T g_1'^2(t) dt$ . Это напряжение не снимается до окончания анализа всех  $n$  элементов рабочего пакета.

В момент  $t=2T$  вход приёмника на время  $(n+1)$  коммутируется с вычитающим устройством  $ВУ$ . Вместе с тем, на это время коммутируется вход и выход линии задержки  $ЛЗ$  для обеспечения циркуляции по ней сигналов, соответствующих элементам реакции канала на испытательную посылку  $g'_1(t)$  и  $g'_2(t)$ .

На вычитающее устройство  $ВУ$ , помимо принимаемого колебания при замкнутом положении ключа  $K_{л3}$ , подается также колебание  $g'_2(t)$ , соответствующее второму элементу реакции канала на испытательную посылку. Ключ  $K_{л3}$  замыкается на время в том случае, если при анализе предшествовавшего информационного элемента приёмником была выбрана положительная посылка.

С выхода вычитающего устройства сигнал поступает на когерентный детектор  $Д$  (перемножитель) и квадратирующее устройство  $K'$ , а оттуда на интеграторы  $I$  и  $I'$ . Последние для правильной работы схемы должны в моменты времени, кратные  $T$ , освободиться от накопленной при анализе предыдущего элемента сигнала энергии. К когерентному детектору подается также колебание, соответствующее первому элементу реакции канала на испытательную посылку  $g'_1(t)$ .

Для последовательного анализа отдельных элементов принимаемого колебания сигналы  $g'_1(t)$ ,  $g'_2(t)$  снимаются с двух отводов линии задержки, которые поочередно, через время  $T$ , соединяются с различными ламелями ключа  $K_{л2}$ .

При соответствующем выборе коэффициентов передачи отдельных каскадов в моменты времени, кратные  $T$ , напряжения на выходе интеграторов  $I$  и  $I'$  равны соответственно

$$\int_0^T Y'_{i \text{ разн}}(t) g'_1(t) dt \text{ и } \frac{1}{2} \int_0^T Y_{i \text{ разн}}'^2(t) dt,$$

где  $i$  — порядковый номер анализируемого элемента.

С выхода интегратора  $I'$  сигнал поступает на делитель напряжения  $ДН$ , коэффициент деления которого выбирается равным  $1/2$  или  $1$ , в зависимости от того, какая позиция сигнала была зафиксирована при анализе предыдущего элемента.

С выхода интегратора  $I$  и делителя напряжения  $ДН$  сигналы поступают на ограничитель по минимуму  $O$  с порогом ограничения  $\frac{1}{2} \int_0^T g_1'^2(t) dt + 0,7 E_n$  и в моменты времени, кратные  $T$ , приёмник выбирает отдельные позиции сигнала по знаку напряжения на выходе ограничителя. При положительном знаке этого напряжения выбирается положительная посылка, в противном случае — пулевая посылка. Изменение коэффициента деления делителя напряжения  $ДН$  и переключение ключа  $K_{л3}$  производится схемой управления  $СУ$  при изменении в моменты времени, кратные  $T$ , знака выходного напряжения ограничителя  $O$ .

\* Для простоты можно считать, что  $ВИБ$  имеет частотные характеристики, близкие к идеальным.

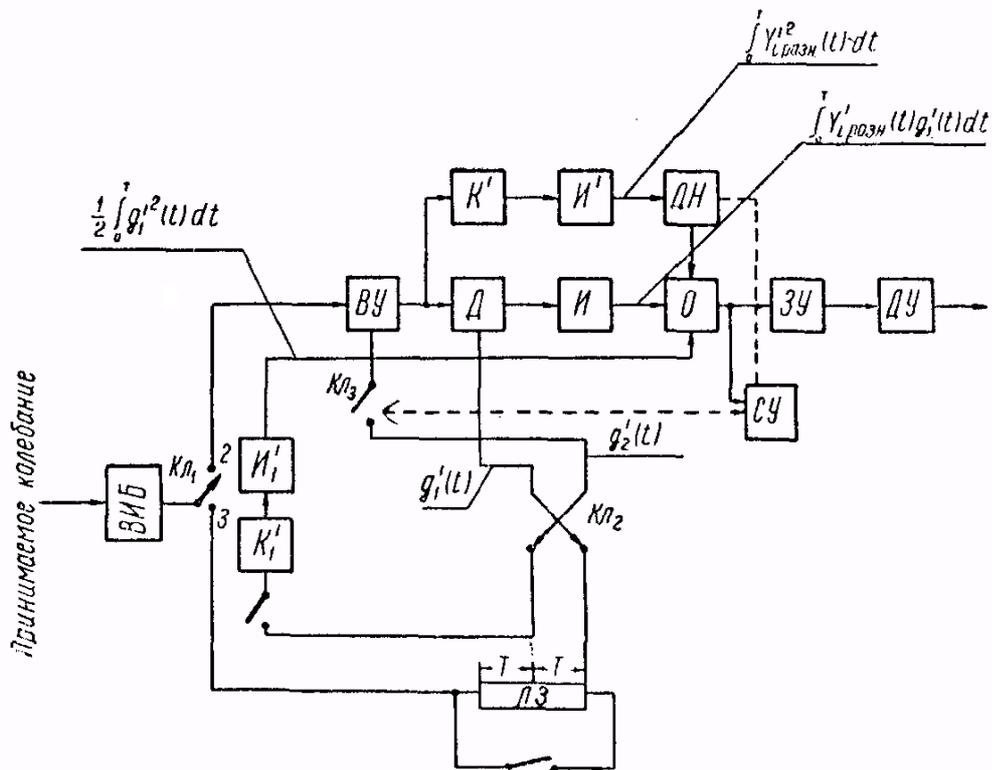


Рис. 1. Блок-схема приемной части бинарной системы связи с испытательным импульсом

Выбранные приемником позиции сигнала фиксируются в запоминающем устройстве ЗУ, откуда они подаются на декодирующее устройство ДУ, восстанавливающее по ряду элементов, образующих кодовую группу, соответствующий знак сообщения.

В момент времени  $t = (3+n)T$  оканчивается реакция канала на последний импульс рабочего пакета, после чего начинается следующий цикл работы схемы.

3. Приведем приближённую формулу для вероятности ошибочного приёма информационного элемента рабочего пакета при приёме в соответствии с критерием (3) и наличии в канале аддитивной флуктуационной помехи.

Вероятность ошибки при приёме отдельных элементов рабочего пакета в соответствии с критерием (3) будет, вообще говоря, зависеть от правильности регистрации предшествующих элементов сигнала. Однако, если считать, что вероятность правильного приёма элементов рабочего пакета, начиная с первого, близка к 1, то при анализе отдельного элемента принимаемого колебания можно считать, что зарегистрированная до него позиция сигнала при приёме в соответствии с критерием (3) соответствует фактически переданной. В этих условиях средняя вероятность ошибочной регистрации отдельных информационных элементов в первом приближении может считаться некоррелированной и в среднем одинаковой при приёме всех элементов пакета.

Можно показать, что в условиях достаточно надёжной связи, когда выполняется неравенство

$$\frac{E_1}{1,4E_n} \gg 1,$$

вероятность ошибки определяется формулой

$$p = \frac{1}{2} \left[ 1 - 0,5\Phi \left( \sqrt{\frac{E_1}{2\sigma^2}} \right) - 0,25\Phi \left( \sqrt{\frac{E_1}{4\sigma^2}} \right) - 0,25\Phi \left( \sqrt{\frac{E_1}{6\sigma^2}} \right) \right], \quad (4)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt - \text{интеграл вероятности;}$$

$E_1 = \int_0^T g_1^2(t) dt$  – энергия первого элемента принимаемого сигнала длительностью  $T$  при передаче положительной посылки.

Заметим, что  $g_1'(t)$  с точностью до флуктуационной помехи определяется через первый элемент реакции канала на испытательную посылку  $g_1'(t)$ .

Для выяснения зависимости вероятности ошибки от основных параметров системы связи и радиоканала предположим, что при передаче положительной посылки к месту приёма приходят только два луча\*, которые запишем в виде

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \gamma_1 U_c \cos(\omega t + \varphi_1), \quad 0 \leq t \leq T \\ y_2(t) &= \gamma_2 U_c \cos(\omega t + \varphi_2), \quad \Delta T \leq t \leq T + \Delta T \end{aligned} \quad (5)$$

где  $U_c$  – амплитуда переданного сигнала,

$\gamma_1, \gamma_2$  – коэффициенты передачи канала для отдельных лучей,

$\varphi_1, \varphi_2$  – фазовые сдвиги для отдельных лучей (считаем, что  $\tau_n \ll T$ ).

Будем полагать, что частота  $\omega/2\pi$  кратна как величине  $1/T$ , так и  $1/\Delta T$ , что имеет место, если время запаздывания  $\Delta T$  второго луча относительно первого может принимать дискретный ряд значений с минимальным интервалом  $2\pi/\omega$ .

Рассмотрим случай, когда можно ожидать наиболее низкую помехоустойчивость системы, а именно, когда  $\varphi_1 = \varphi_2 + 180^\circ$ . Тогда

$$E_1 = \int_0^{\Delta T} y_1^2(t) dt + \int_{\Delta T}^T [y_1(t) + y_2(t)]^2 dt = \frac{E_c}{1+\beta^2} [\alpha + (1-\alpha)(1-\beta)^2], \quad (6)$$

где  $E_c = \frac{U_c^2}{2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) T$

энергия сигнала в месте приёма при передаче положительной посылки;

$$\alpha = \frac{\Delta T}{T}; \quad \beta = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}.$$

Поскольку мы выше предполагали, что максимальное запаздывание  $\Delta T_{\max}$  лучей в канале не превышает  $T$ , то

$$0 < \alpha \leq 1. \quad (7)$$

Заметим, однако, что случаи, когда  $\alpha$  близко к нулю (например,  $\alpha < 0,1$ ) для выполняемого анализа интереса не представляют, ибо в этих случаях могут применяться методы приёма, являющиеся оптимальными для каналов, свободных от эхо-сигналов.

Что касается параметра  $\beta$ , характеризующего сравнительную интенсивность лучей, то рассмотрим помехоустойчивость системы при его изменении в довольно широких пределах, определяемых неравенством

$$0,1 \leq \beta \leq 2.$$

С учетом (6) формула (4) принимает вид

$$p = \frac{1}{2} \left[ 1 - 0,5\Phi \left( h_1 \sqrt{\frac{\alpha + (1-\alpha)(1-\beta)^2}{2(1+\beta^2)}} \right) - 0,25\Phi \left( h_1 \sqrt{\frac{\alpha + (1-\alpha)(1-\beta)^2}{4(1+\beta^2)}} \right) - 0,25\Phi \left( h_1 \sqrt{\frac{\alpha + (1-\alpha)(1-\beta)^2}{6(1+\beta^2)}} \right) \right], \quad (8)$$

где  $h_1^2 = \frac{E_c}{\sigma^2}$

отношение энергии положительной посылки сигнала в месте приёма к удельной мощности помехи.

На рис. 2 показана зависимость  $p$  от  $h_1^2$ , выражаемая формулой (8) при значениях параметров  $\alpha = 0,1; 1; \beta = 0,1; 1; 2$ .

При значениях  $h_1^2 \geq 2000$  (или при условии, что пиковая мощность передатчика

\* Каждый луч содержит большое количество «подлучей», которые, суммируясь, обуславливают случайный характер величин  $\gamma$  и  $\varphi$ .

$P \geq 2000 \frac{\sigma^2}{T(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}$ ) обеспечивается надёжная связь (вероятность ошибочного приёма элемента сигнала  $p \leq 10^{-4}$ ) во всей области изменения параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , определяемой неравенствами (7).

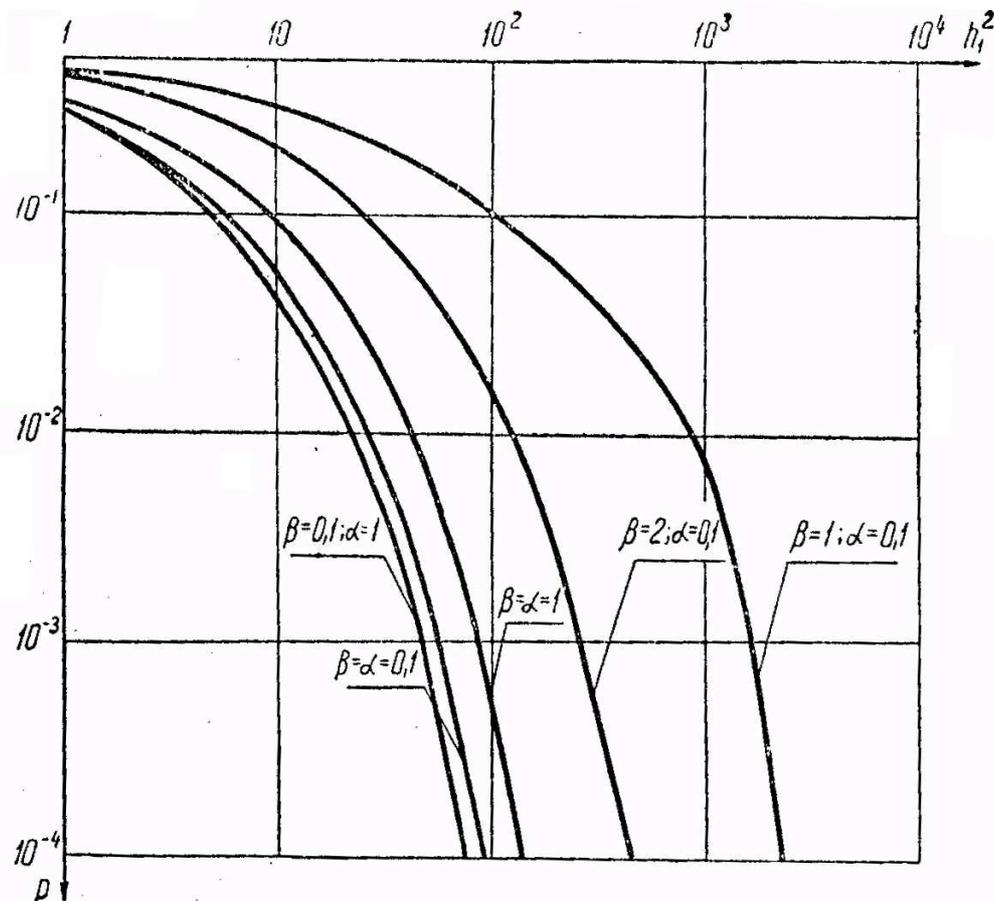


Рис. 2. Зависимость вероятности ошибочного приёма элемента сигнала от параметра  $h_1^2$  в бинарной системе с испытательным импульсом

Заметим, что более полно помехоустойчивость системы может быть определена при учёте статистики для амплитуд и фаз отдельных лучей принимаемого сигнала и времени запаздывания между ними.

### Выводы

1. Имеется возможность существенно повысить скорость передачи информации по радиоканалам с эхо-сигналами и флуктуационной помехой при использовании одноканальной простой бинарной синхронной системы связи с пассивной паузой, в которой при приёме отдельных информационных элементов учитывается остаток реакции канала на предшествующие элементы сигнала и априорные знания свойств канала.

В соответствии с принципом работы предлагаемая система связи, реализующая вышеуказанную возможность, может быть названа «бинарной системой с испытательным импульсом».

Приёмная аппаратура в бинарной системе с испытательным импульсом достаточно проста. Что касается передающей аппаратуры, то существенным здесь является периодическая передача по каналу с периодом  $\tau_{\text{ц}}$  испытательных импульсов для изучения его «состояния».

Конкретное значение периода повторения  $\tau_{\text{ц}}$  зависит от скорости изменения параметров радиоканала. В предварительном плане можно считать, что для довольно широкой группы радиоканалов как в диапазоне коротких, так и ультракоротких волн, время повторения  $\tau_{\text{ц}}$  может быть выбрано не меньше, чем 50 мсек.

2. При достаточной мощности передатчика ( $h_1^2 \geq 2000$ ) одноканальная бинарная система с испытательным импульсом позволяет, например, в коротковолновом канале протяженностью до 4000 км надёжно передавать 370 эл. посылок/сек (в полосе 2 кгц) и 475 эл. посылок/сек (в полосе 5 кгц).

3. Путём усложнения приёмной части бинарной системы с испытательным импульсом возможно обеспечить надёжную передачу в коротковолновом канале вышеуказанного количества информации при перекрытии более чем двух соседних элементов сигнала; стало быть, при большом запаздывании лучей (т. е. на более далёких трассах) или в более узкополосном канале.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. Price, P. E. Green. A communication technique for multipath channels. PIRE, № 3, 1958.

2. Л. М. Гольденберг, Д. Д. Кловский. Метод приёма импульсных сигналов, основанный на использовании вычислительных машин. Труды ЛЭИС, вып. VII (44), 1959.

3. М. П. Долуханов. Распространение радиоволн. Связьиздат, 1951.

4. Д. Д. Кловский. Помехоустойчивость приема дискретной информации в каналах с переменными параметрами. Диссертация 1960, ЛЭИС.

*Ленинградский  
электротехнический институт связи им.  
проф. М. А. Бонч-Бруевича  
Куйбышевский  
электротехнический институт связи*

*Статья поступила в редакцию в марте  
1962 г.*

## СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЁМА В КАНАЛАХ С ЭХО-СИГНАЛАМИ

Анализируются критерии оптимального когерентного приёма в каналах с эхо-сигналами и флюктуационной помехой и рассмотрены их схемные реализации, в частности, при помощи системы связи СИИП-1 (система с испытательным импульсом и предсказанием). Выполнено сравнение качества различных бинарных систем связи в каналах с эхо-сигналами.

1. До последнего времени теория оптимальных методов радиоприёма при передаче дискретных сообщений при флюктуационной помехе развивалась главным образом для однолучевых каналов. Такой подход правомерен при максимальных запаздываниях между лучами

$$\Delta t_{\max} \ll T, \quad (1)$$

когда соседние посылки сигналов в месте приёма практически не перекрываются. Однако в практике радиоприёма встречается и многолучевое распространение, при котором в точку приёма приходят сигналы (лучи), несущие одинаковую информацию, но со сдвигами во времени, сравнимом или даже превышающем длительность элементарной посылки (явление эхо). При отсутствии защитных интервалов  $\tau_3$  между информационными посылками, удовлетворяющих условию

$$\tau_3 \geq \Delta t_{\max}, \quad (2)$$

последние перекрываются. В канале с эхо-сигналами налицо две противоречивые тенденции: повторяемость одного и того же сигнала, которая в принципе может повышать помехоустойчивость и частичное или полное наложение разных элементов сигнала, что при обычных схемах приёма ведет к потере помехоустойчивости. Настоящая работа посвящена вопросам оптимального приёма в каналах с эхо-сигналами при флюктуационной помехе.

2. Пусть на промежутке времени от 0 до  $T$  передатчик излучает один из  $m$  возможных позиций сигнала  $X_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), а информационные, посылки непосредственно следуют друг за другом. Если параметры канала меняются достаточно медленно (по сравнению с  $T$ ), канал может считаться кусочно-идеальным. В этом случае по результатам приёма предыдущих посылок ожидаемый в месте приёма сигнал можно предсказать достаточно точно и может быть реализован когерентный приём. При равновероятных сигналах оптимальный когерентный приёмник, анализирующий принимаемое колебание  $z(t)$  на интервале от 0 до  $T$ , должен регистрировать позицию  $i$  при выполнении системы неравенств

$$\int_0^T z(t) X'_{i,0}(t) dt - O_i > \int_0^T z(t) X'_{j,0}(t) dt - O_j, \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, m \quad (j \neq i),$$

где

$$X'_{i,0}(t) = \sum_{r=1}^N X'_{i,r}(t - \Delta t_{i,r}) h(t - \Delta t_{i,r}) \quad (4)$$

ожидаемый многолучевой сигнал, обусловленный передачей информационной посылки  $i$  позиции:

$\Delta t_{i,r}$  – относительное запаздывание  $r$  луча,

$N$  – число лучей в канале,

$X'_{i,r}(t - \Delta t_{i,r}) h(t - \Delta t_{i,r})$  – сигнал в месте приёма, обусловленный  $r$  лучом, причём функция

$$h(t - \Delta t_{i,r}) = \begin{cases} 1 & 0 < t - \Delta t_{i,r} < T, \\ 0 & T \leq t - \Delta t_{i,r} \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Пороговый уровень

$$O_i = \frac{1}{2} \int_0^T X'_{i,0}{}^2(t) dt + \int_0^T g_B(t) X'_{i,0}(t) dt \quad (6)$$

$g_B(t)$  – сигнал в месте приёма, обусловленный посылками, переданными до анализируемой. Число посылок  $B$ , определяющих этот сигнал, не превышает величины

$$B = \frac{\Delta t_{\max}}{T} \quad (7)$$

(округлить до ближайшего большего целого).

На рис. 1 показан один из вариантов блок-схемы приёмника, реализующего критерий приёма (3). Здесь *БИ* – блок измерения параметров лучей, *БФ* – блок формирования опорных сигналов  $X'_{i,0}(t)$  и пороговых уровней  $O_i$ ,  $\Pi_i$  – множители,  $I_i$  – синхронные интеграторы на время  $T$ ,  $ВУ$  – вычитающее устройство,  $СС$  – схема сравнения и выбора;  $ЗУ$  – запоминающее устройство. Величины  $O_i$  [формула (6)] регулируются в зависимости от выбранных приёмником позиций сигнала при анализе посылок, предшествовавших анализируемой\*. Для этого введена цепь обратной связи между блоками  $СС$  и  $БФ$ .

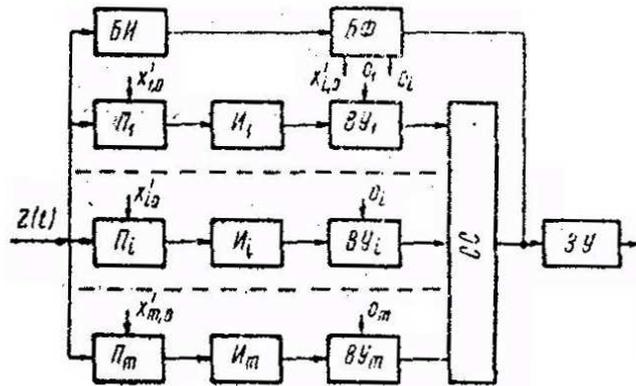


рис.1 Блок-схема оптимального когерентного приемника в канале с эхо-сигналами

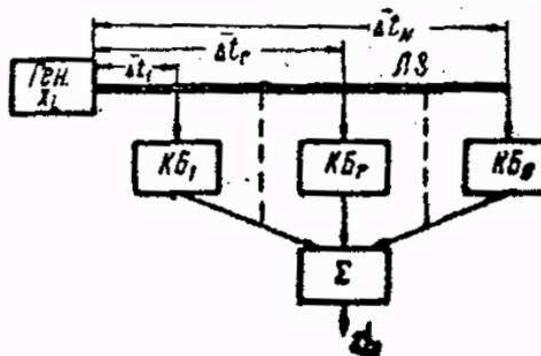


рис.2 Блок-схема генератора ожидаемого сигнала

Будем считать, что для каждого из лучей (независимо от передаваемой позиции сигнала) замирания в канале являются гладкими. Тогда опорный сигнал  $X'_{i,0}(t)$  можно представить так:

$$X'_{i,0}(t) = \sum_{r=1}^N \gamma_r X'_i(t - \Delta t_r) h(t - \Delta t_r), \quad (8)$$

где  $\gamma_r$ ,  $\Delta t_r$  – соответственно коэффициент передачи канала и запаздывание для  $r$  луча.

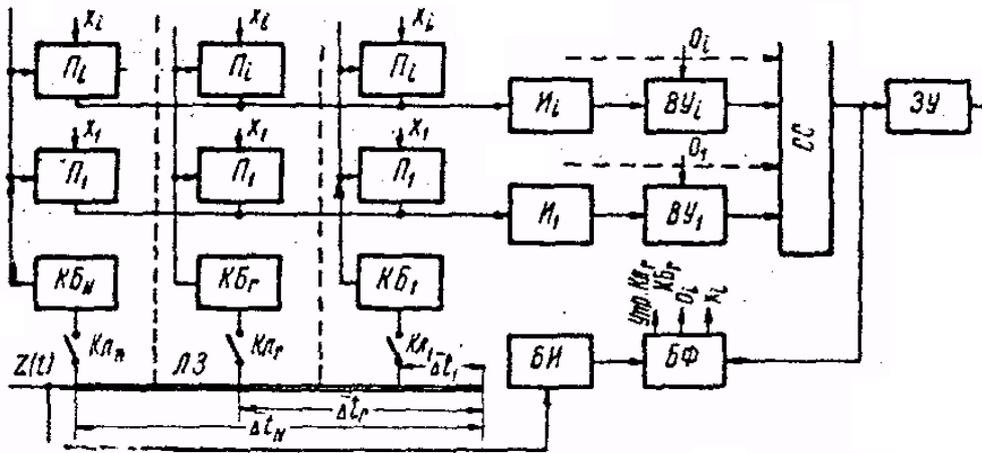
Для детализации блока *БФ* на рис. 2 показана возможная блок-схема генератора сигнала (8), построенного на основе использования линии задержки *ЛЗ*. Последняя содержит не более  $N$  отводов, создающих нужные задержки отдельных лучей. Так как трудно практически создать задержку  $\Delta t_r$  с точностью до долей периода высокочастотного заполнения, считается, что отвод создаёт лишь необходимую задержку огибающей сигнала  $\Delta t_r$  (с точностью до периода высокой

\* Считается, что при передаче любой посылки зарегистрированная позиция сигнала с вероятностью, близкой к 1, соответствует действительно переданной, что может быть обеспечено достаточным превышением сигнал/помеха.

частоты), а фаза высокочастотного заполнения  $\varphi_r$ , как и интенсивность луча  $\gamma_r$ , регулируются в корректирующем блоке  $КБ_r$ . Так как время запаздывания лучей меняется со временем, то в оптимальном приёмнике места подключения отводов линии также должны меняться, что существенно затрудняет практическую реализацию схемы. Интересный по решению выход был найден в широкополосной коротковолновой системе «Рейк», рассчитанной для работы в каналах с эхо-сигналами [Л. 1]. Там опорный сигнал постоянно снимается со всех отводов линии, задержка между которыми составляет  $1/F$  ( $F$  – условная полоса частот сигнала\*). Однако вводятся такие взвешивающие функции, получаемые в блоке измерения  $БИ$ , которые подчеркивают сигнал лишь на отводах, соответствующих действительным запаздываниям лучей в канале. Критерий приема (3) можно представить в следующем эквивалентном виде:

$$\sum_{r=1}^N \int_0^{T-\Delta t_r} z(t+\Delta t_r) X'_{i,r}(t) dt - O_i > \sum_{r=1}^N \int_0^{T-\Delta t_r} z(t+\Delta t_r) X'_{j,r}(t) dt - O_j. \quad (9)$$

На рис. 3 показан вариант блок-схемы, реализующей критерий (9).



**Рис. 3.** Блок-схема оптимального когерентного приемника в канале с эхо-сигналами с задержкой принимаемого колебания

Теперь задержке подвергается принимаемое колебание. Ключ  $К_{л_r}$  замыкается на время от 0 до  $T - \Delta t_r$ . Для достаточно широкополосных взаимокоррелированных сигналов одинаковой энергии с базой  $b \gg 1$  и приблизительно равномерной спектральной плотностью в полосе частот  $F$  при условии, что  $\Delta t_{\max}$  существенно меньше  $T$ , оптимальный критерий приема (9) можно приближенно записать так:

$$\sum_{r=1}^N \int_0^T z(t+\Delta t_r) X'_{i,r}(t) dt > \sum_{r=1}^N \int_0^T z(t+\Delta t_r) X'_{j,r}(t) dt, \quad (10)$$

т. е. в этих условиях примерно можно считать, что  $O_i$  не зависит от  $i$ . Для реализации критерия (10) в схеме рис. 3 отпадает необходимость в ключах  $К_{л_r}$ , блоках  $ВУ$  и обратной связи  $СС - БФ$ . Именно примерно по такой схеме и построено приёмное устройство широкополосной системы «Рейк». При шумоподобных широкополосных сигналах критерий приема (10) выгодно отличается от (4), так как при запаздываниях, соизмеримых с  $T$ , он обеспечивает лучшие энергетические соотношения за счёт более полного использования энергии лучей. Реализация вышеприведенных блок-схем оптимального когерентного приёма предполагает знание в месте приёма параметров отдельных лучей, т. е. возможность их разделения. Решение этой задачи облегчается при использовании корреляционной техники и широкополосных шумоподобных сигналов с достаточно большой базой. Именно поэтому такие системы связи являются весьма перспективными. Однако, помимо аппаратной сложности, их применение во многих случаях исключено, например, при ограничении частотной полосы канала.

\* Такое понятие введено Л.М.Финком:  $F = \frac{b}{T}$ , где  $b$  – число частотных компонент при представлении сигнала на передаче на интервале посылки рядом Фурье.  $b = FT$  называют базой сигнала.

Существует, однако, возможность реализации оптимального критерия (4) и для сигналов обычной телеграфии. Такая возможность может быть реализована, например, в системе связи с испытательным импульсом и предсказанием, которую мы назовем сокращенно *СИИП-1*.

Идея системы *СИИП-1* с испытательным импульсом применительно к каналам без шумов впервые изложена в [Л. 2]. Затем [Л. 3] она была развита применительно к бинарным каналам *АТ* при флуктуационной помехе в канале и перекрытии не более двух соседних посылок. Здесь мы изложим идею системы *СИИП-1* в более общем плане.

В синхронной системе *СИИП-1* по радиоканалу периодически с периодом  $\tau_{\text{и}} = MT$  ( $M$  – целое число) передается испытательный импульс той же длительности, что и информационные посылки. По реакции канала на испытательную посылку учитывается изменение параметров канала во времени и, кроме того, формируются (предсказываются) ожидаемые в месте приёма сигналы связи. Для возможности выделения «чистой» реакции канала на испытательную посылку последняя в месте формирования канального сигнала на передающей стороне отделяется от информационных посылок (рабочий пакет импульсов) защитным интервалом  $\tau_3 = BT$  ( $B = \frac{\Delta t_{\text{max}} + \tau_{\text{пер}}}{T}$  округлить до большего целого\*). Время  $\tau_{\text{и}}$  выбирается так, чтобы на этом промежутке параметры радиоканала могли считаться практически неизменными, т. е. на этом промежутке канал считается кусочно-идеальным. Предположительно [Л. 4] во многих коротковолновых каналах величину  $\tau_{\text{и}}$  можно считать не меньшей (50–100) мсек. Сигнал испытательного импульса соответствует какой-либо одной из позиций сигнала, пусть для определенности позиции с номером один. Реакцию канала на испытательную посылку этой позиции запишем так:

$$X'_{i,0}(t) = \sum_{k=1}^{B+1} g_{1,k}(t-kT)h(t-kT), \quad (11)$$

где  $g_{1,k}(t-kT)$  – отдельные элементы этой реакции длительностью  $T$ , отличные от нуля в промежутке  $0 < t-kT < T$ . Так как испытательный импульс повторяется периодически, а параметры канала почти не меняются от одного испытательного импульса к другому, функция  $X'_{1,0}(t)$  почти периодическая, что позволяет путём накопления, вопреки флуктуационной помехе в канале, выделить её точно. Будем считать, как это принято в обычных системах радиотелеграфии, что сигналы  $X_i(t)$  являются простыми, т. е. представляют на интервале  $T$  отрезок одного гармонического колебания. Тогда, поскольку канал линеен, по элементам  $g_{1,k}$  (по сигналу  $X'_{1,0}$ ) можно определить элементы  $g_{i,k}$  (сигналы  $X'_{i,0}$ ), соответствующие всем остальным позициям сигнала  $i = 2, 3, \dots, m$ , так как при квантовании амплитуды (*АТ*) они отличаются только масштабным множителем, при квантовании фазы (*ФТ*) – только начальной фазой, при квантовании частоты (*ЧТ*) – только частотой высокочастотного заполнения.

Аналогично (3) критерий оптимального когерентного приема при известных элементах  $g_{i,k}$  можно записать так:

$$\int_0^T z(t)g_{i,1}(t)dt - O_i > \int_0^T z(t)X'_{j,1}(t)dt - O_j, \quad (12)$$

где пороговый уровень

$$O_i = \frac{1}{2} \int_0^T g_{i,1}^2(t)dt + \int_0^T g_B(t)g_{i,1}(t)dt. \quad (13)$$

Критерий приема (12) в отличие от (3) предполагает знание лишь суммарных элементов реакций канала на испытательную посылку, а не параметров отдельных лучей. Блок-схема приемника системы *СИИП-1*, реализующая критерий (12), отличается от схемы рис. 1 периодической коммутацией принимаемого сигнала: на время  $T + \tau_3 = (B+1)T$  – со входом *БИ*, в котором измеряется реакция канала на испытательную посылку; на время  $\tau_{\text{и}} = (B+1)T$  – со входом перемножителей. В блоке формирования *БФ* по элементам реакции канала на испытательную посылку формируются все элементы  $g_{i,1}$  и пороговые уровни.

Конкретизируем схему приёмника для частного случая бинарной системы ( $m = 2$ ) и условия,

\*  $\tau_{\text{пер}}$  – длительность переходного процесса в системе. Во многих случаях можно считать  $\tau_{\text{пер}} \ll \Delta t_{\text{max}}$ .

что  $\frac{\Delta t_{\max} + \tau_{\text{пер}}}{T} \leq 1$ , т. е.  $B=1$ . Алгоритм приема (12) теперь принимает вид

$$\int_0^T z(t) [g_{1,1}(t) - g_{2,1}(t)] dt > 0, \quad (14)$$

где

$$z'(t) = z(t) - g_{1,2}(t) - \frac{1}{2} [g_{1,1}(t) + g_{2,1}(t)], \quad (15a)$$

если при анализе предыдущей посылки выбрана первая позиция, и

$$z'(t) = z(t) - g_{2,2}(t) - \frac{1}{2} [g_{1,1}(t) + g_{2,1}(t)], \quad (15б)$$

если была выбрана вторая позиция сигнала.

Блок-схема, реализующая критерий (14), показана на рис.4. В вычитающем устройстве ВУ образуется колебание  $z'(t)$ . Положение ключа Кл определяется номером позиции, выбранной до анализируемой посылки. Остальные узлы схемы в пояснениях не нуждаются. Особо простой вид принимают соотношения (14) и (15) для бинарных систем АТ и ФТ с испытательным импульсом. Учитывая оптимальный характер ФТ в кусочно-идеальном канале, последнюю систему следует считать наиболее перспективной для таких каналов.

Недостатками рассмотренной системы СИИП-1 является неполное использование энергии дополнительных лучей, а также некоторое расширение по сравнению с  $\frac{1}{T}$  (для систем АТ и ФТ) требуемой полосы частот в канале. Путем некоторого усложнения система может быть усовершенствована. Однако эти вопросы здесь обсуждаться не будут.

3. При фиксированной средней скорости передачи информации  $I \frac{\text{дв. ед.}}{\text{сек}}$  сравним помехоустойчивость пяти типов бинарных систем связи при оптимальном когерентном приеме в двухлучевом канале с флуктуационной помехой при релейских замираниях амплитуд.

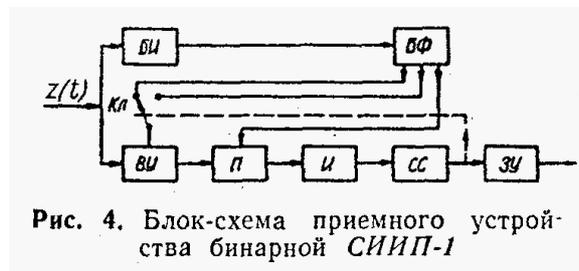


Рис. 4. Блок-схема приемного устройства бинарной СИИП-1

А. Прием по одному лучу (например, система «обращенная ионосфера» [Л. 4], где при помощи длинной линии с отводами производится взаимная компенсация всех лучей, кроме основного, или система связи, использующая приемную антенну с узкой и автоматической регулируемой диаграммой направленности в вертикальной плоскости).

Б. Бинарная система АМЕ [Л. 5] со скачкообразным изменением от посылки к посылке частоты сигнала, которое может принимать (при манипуляции по частоте) одно из  $2B$  возможных значений, причем  $B \geq \frac{\Delta t_{\max}}{T}$ . Минимальная полоса частот, занимаемая системой,  $F = \frac{2B}{T} \geq \frac{2\Delta t_{\max}}{T^2}$  \*. При оптимальном приемнике система АМЕ обеспечивает такую же помехоустойчивость, как система СИИП-1.

В. Система СИИП-1.

Г. Информационные посылки разделены на передаче защитным интервалом  $\tau_3 = \Delta t_{\max}$ , исключаяющим их перекрытие на приеме. При анализе принимаемого колебания на интервале  $T + \Delta t_{\max}$  критерий оптимального приема в этом случае также определяется соотношением (3), если верхний предел интегрирования считать равным  $T + \Delta t_{\max}$ , а

\* В принципе можно построить систему АМЕ и с манипуляцией амплитуды или фазы, тогда  $F \geq \frac{\Delta t_{\max}}{T^2}$ .

$$O_i = \frac{1}{2} \int_0^{T+\Delta t_{\max}} X_{1,0}'^2(t) dt$$

Д. Система укороченного интегрирования на приёме, когда обрезаются начала каждой посылки, искаженные эхо-сигналом предыдущей посылки (например, система «Кинеплекс» [Л. 6]).

Будем считать, что системы *A, B, V, Г* работают при одинаковой длительности посылки *T*. Первые три являются простыми одноканальными (по частоте) и обеспечивают скорость передачи информации  $I = \frac{1}{T} \frac{\text{дв. ед.}}{\text{сек}}$ .<sup>\*</sup> Для обеспечения такой же скорости в системе типа *Г* следует прибегнуть к многоканальному уплотнению по частоте, причём число каналов равно  $n = 1 + \frac{\Delta t_{\max}}{T}$ .

В системе типа *Д* будем считать, что интегрирование на приёме выполняется в течение отрезка времени  $T_1 = \lambda \cdot \Delta t_{\max}$ , в то время как длительность посылки на передаче равна  $T_1 + \Delta t_{\max} = (1 + \lambda) \Delta t_{\max}$ . При этих условиях для обеспечения скорости передачи информации *I* необходимо прибегнуть к  $n_1$ -канальному уплотнению по частоте, где  $n_1 = \frac{\Delta t_{\max}}{T} (1 + \lambda)$ .

Система связи типа *Д* является частотноуплотненной, в то время как системы типа *A, B, V* могут считаться системами временного уплотнения канала связи. С этой точки зрения система типа *Г* является системой со смешанным видом уплотнения.

Если обозначить  $\overline{h_0^2} = \frac{2\sigma_1^2 PT}{\sigma^2}$  (*P* – пиковая мощность передатчика,  $2\sigma_1^2$  – средний квадрат коэффициента передачи канала для первого луча,  $\sigma^2$  – удельная (на 1 *Гц* полосы) мощность помехи), то для систем типа *A, B, V* среднестатистическое значение отношения энергии сигнала первого (основного) луча к удельной мощности помехи в одночастотном канале  $\overline{h^2} = \overline{h_0^2}$ .<sup>\*</sup>

Для системы типа *Г* параметр

$$\overline{h^2} = \frac{\overline{h_0^2}}{n} = \frac{\overline{h_0^2}}{\left(1 + \frac{\Delta t_{\max}}{T}\right)^2},$$

а для системы типа *Д* он равен

$$\overline{h^2} = \frac{\overline{h_0^2} \lambda}{\frac{\Delta t_{\max}}{T} (1 + \lambda)^2}.$$

Заметим, что последнее выражение имеет максимум при  $\lambda = 1$ . Можно показать, что средняя вероятность ошибки при однолучевом приёме определяется соотношением  $p_A = \frac{1}{2k\overline{h^2}}$ , где  $k = 1/2$  для

*AT*,  $k = 1$  для *CT*,  $k = 2$  для *ФТ*.<sup>\*</sup>

В табл. 1 приведены найденные соотношения между  $p_A$  и вероятностью ошибки в системах типа *B, V, Г, Д*. При анализе замирания отдельных лучей считались некоррелированными и введены обозначения  $\beta = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$  ( $2\sigma_2^2$  – средний квадрат коэффициента передачи канала для второго луча),  $\alpha = \frac{\tau}{T}$  ( $\tau$  – запаздывание второго луча относительно первого).

Таблица 1

<sup>\*</sup> В системе с испытательным импульсом, строго говоря, средняя скорость передачи информации  $I = \frac{1}{T} \left(1 - \frac{2\tau_3 + T}{\tau_n}\right)$ . Однако в таких системах в рабочих условиях выполняется неравенство  $\frac{2\tau_3 + T}{\tau_n} \ll 1$ .

<sup>\*</sup> В отличие от систем *ФТ* и *ЧТ* для системы *AT* с равновероятными сигналами этот же смысл имеет величина  $\frac{\overline{h^2}}{2}$

<sup>\*</sup> Ниже для вероятности ошибки приводятся соотношения, справедливые в области малых ошибок.

$P_B = P_V$				$P_\Gamma$				$P_D$	Примечание
$\alpha$				$\alpha$				$\lambda = 1$	
0	0,25	0,5	$\geq 1$	0	0,25	0,5	$\geq 1$		$P = \text{const}$ $I = \text{const}$ $\beta = 1$ $\epsilon = I\Delta t_{\text{max}}$
$0,5P_A$	$15P_A^2$	$12P_A^2$	$P_A$	$0,5P_A(1+\epsilon)^2$	$6,8P_A^2(1+\epsilon)^4$	$4P_A^2(1+\epsilon)^4$	$3P_A^2(1+\epsilon)^4$	$2\epsilon P_A$	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	

Из табл. 1 очевидны энергетические преимущества систем временного уплотнения  $B, V, \Gamma$  перед системой частотного уплотнения  $D$  в каналах с эхо-сигналами, видна относительная неэффективность однолучевого приёма.

Так как помимо помехоустойчивости и скорости передачи информации важной характеристикой систем является требуемая полоса частот в канале, воспользуемся обобщённым показателем качества

$$K = \frac{\lg \frac{1}{P} \cdot I}{F}$$

, т. е. требуемую полосу частот будем характеризовать через условную полосу  $F$ . В табл. 2 приведены формулы для расчёта качества пяти сравниваемых систем, причём для определённости все они полагаются системами  $\Phi T$  или  $AT^*$ .

Таблица 2

$K_A$	$K_B$			$K_\Gamma$			$K_D$	Примечание
	$\alpha$			$\alpha$			$\lambda = 1$	
	0,25	0,5	$\geq 1$	0,25	0,5	$\geq 1$		$P = \text{const},$ $I = \text{const},$ $\beta = 1,$ $\epsilon = I\Delta t_{\text{max}},$ $K_B = \frac{1}{\epsilon} K_B.$
$\frac{1}{\lg P_A}$	$\frac{1}{\lg 15P_A^2}$	$\frac{1}{\lg 12P_A^2}$	$\frac{1}{\lg P_A}$	$\frac{1}{1+\epsilon} \lg \frac{1}{6,8P_A^2(1+\epsilon)^4}$	$\frac{1}{1+\epsilon} \lg \frac{1}{4P_A^2(1+\epsilon)^4}$	$\frac{1}{1+\epsilon} \lg \frac{1}{3P_A^2(1+\epsilon)^4}$	$\frac{1}{\lg 24,2\epsilon P_A}$	
4	6,8	6,9	4	1,2	1,3	1,4	3,2	

Например, при  $P_A = 10^{-4}$   
 $I = 1000 \frac{\text{дв. ед}}{\text{сек}}$ ,  
 $\Delta t_{\text{max}} = 3 \text{ мсек}$   
 $\epsilon = 3, K_B = \frac{1}{3} K_B$

\* Для случая ЧТ значения  $K$  в таблице следует уменьшить в 2 раза.

## Выводы

1. для обеспечения больших скоростей передачи информации по радиоканалам с эхо-сигналами энергетически более выгодными являются бинарные системы связи, где эта скорость обеспечивается сокращением длительности посылки, а не увеличением числа уплотненных по частоте каналов, т. е. более эффективным является путь временного, а не частотного уплотнения канала связи. Системы временного уплотнения должны при этом естественно обеспечить надёжный прием вопреки перекрытию посылок (СИИП-1, «Рейк», АМЕ, обращённая ионосфера) или исключить такое перекрытие (система с защитными промежутками между посылками).

2. Обобщенный показатель качества для системы связи с защитными промежутками между посылками заметно ниже, чем для других сопоставленных систем, поэтому такая система не может считаться перспективной.

3. Из сопоставленных система СИИП-1 является наиболее эффективной.

4. В кусочно-идеальном канале с эхо-сигналами наиболее перспективным является манипуляция фазы сигнала при одновременном устранении вредных эффектов многолучёвости. Тенденция к сокращению длительности посылки является при этом желательной как с точки зрения повышения скорости передачи информации, так и приближения канала к кусочно-идеальному.

В заключение автор выражает благодарность И. Г. Кляцкину за внимание к работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. Price, P. Green. A communication technique for multipath channels. PIRE. v. 46, № 3, 1958.
2. Л. М. Гольденберг, Д. Д. Кловский. Метод приема импульсных сигналов, основанный на использовании вычислительных машин. Труды ЛЭИС, вып. VII (44), 1959.
3. Л. М. Гольденберг, Д. Д. Кловский. Система связи при наличии эхо-сигналов. Труды учебных институтов связи, вып. 12, 1962.
4. G. Hulst. Inverse ionosphere. IRE National Conv. Record, p. 8, № 3, 1959.
5. I. Hollis . Frequency shifts improve pulse communications. Electronics, June, № 6, 1959.
6. R. Mosier, R. Claubaugh. Kineplex, a bandwidth-efficient binary transmission system. Communication and Electronics, January, № 34, 1958.

*Куйбышевский электротехнический  
институт связи*

*Статья поступила в редакцию в феврале 1963*

*г.*

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ РАЗНЕСЁННОМ ПРИЁМЕ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Получены критерии оптимального когерентного и некогерентного разнесённого приёма при флуктуационной помехе, распределении амплитуд принимаемых в отдельных ветвях разнесения сигналов по обобщённому закону Рэлея и отсутствию корреляции между ними. Определена потенциальная помехоустойчивость для широкого класса систем связи с активной паузой, ортогональных в усиленном смысле.

1. В работе [1] получены критерии оптимального когерентного и некогерентного одиночного приёма при флуктуационной помехе, быстрых замираниях и распределении коэффициента передачи канала для отдельной ( $r$ -ой) частотной составляющей сигнала  $\gamma_r$ ,

$$\text{по обобщённому закону Рэлея: } w(\gamma_r) = \frac{\gamma_r}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{\gamma_r + \gamma_r^2(0)}{2\sigma_0^2}\right) I_0\left(\frac{\gamma_r \gamma_r(0)}{\sigma_0^2}\right), \quad \gamma_r > 0 \quad (1)$$

Такое распределение имеет место для многих радиоканалов в диапазоне средних, коротких и ультракоротких волн и его можно объяснить приходом к месту приёма, кроме множества флуктуирующих, также и составляющей сигнала, амплитуда которой не подвержена флуктуации (установившаяся составляющая). Параметр  $2\sigma_0^2$  равен при этом среднему квадрату коэффициента передачи канала для флуктуирующей части сигнала (считается одинаковым при всех  $r$ ), а  $\gamma_r(0)$  – коэффициенту передачи канала для установившейся составляющей. Распределение (1) является достаточно общим. При стремлении параметра

$$a_r^2 = \frac{\gamma_r^2(0)}{2\sigma_0^2} \quad (2)$$

к нулю (отсутствие установившихся составляющих) оно аппроксимируется распределением Рэлея. Если же  $a_r^2$  стремится к бесконечности (наличие только установившихся составляющих), оно аппроксимируется дельта-функцией  $\delta(\gamma_r - \gamma_r(0))$ .

В работе [1] рассмотрена также схемная реализация найденных критериев и определена потенциальная помехоустойчивость для широкого класса систем связи. В настоящей работе при аналогичных предположениях и при помощи того же математического аппарата решаются задачи разнесённого приёма.

Разнесённый приём является средством повышения надёжности связи, главным образом, при наличии замираний сигналов. Различают, по крайней мере, четыре вида разнесённого приёма: разнесение во времени, по частоте, в пространстве и поляризационный разнос. Последние два вида разнесения будем обозначать одним термином – приём на разнесённые антенны.

Временной разнос обычно сводится к повторению несколько раз одного и того же сигнала. При частотном разнесении сигнал излучается на разных частотах или отдельными передатчиками или одним передатчиком. В первом случае можно более выгодно использовать мощность передатчика, в то время как второй проще реализуется и сводится по существу к многоканальной радиотелеграфии с частотным разделением каналов.

Возможны и смешанные виды разнесения.

2. Получаемые ниже соотношения справедливы для всех указанных выше видов разнесения. Будем считать, что передатчик может на промежутке  $T$  ( $T$  – длительность элемента сигнала) с равной вероятностью передавать одну из  $m$  возможных позиций сигнала  $X_i(t)$

$i=1, 2, 3, \dots, m$  и что в каждой ветви разнесения последние при их разложении на этом промежутке в ряд Фурье характеризуются неравными нулю коэффициентами ряда лишь на одной частоте. Принимаемые в отдельных ветвях разнесения сигналы будем считать некоррелированными, т. е. имеются в виду быстрые, селективные (при частотном разнесении) замирания и отсутствие корреляции сигналов в отдельных антеннах.

Анализируемые в отдельных ветвях разнесения на промежутке  $T$  колебания (сигнал плюс помеха) обозначим через  $X'_1(t), X'_2(t), \dots, X'_r(t), X'_B(t)$ , ( $B$ —число ветвей разнесения), причём будем считать, что анализируемая полоса частот достаточна для того, чтобы охватить все существенные составляющие сигналов.

Обозначим через  $P_{X_i}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B)$  условную плотность вероятности того, что при передаче  $i$ -ой позиции сигнала  $X_i(t)$  в месте приёма в  $B$  ветвях разнесения образуются колебания  $X'_1(t), X'_2(t), \dots, X'_r(t), X'_B(t)$ .

Идеальный приёмник при разнесённом приёме должен регистрировать  $i$ -ую позицию сигнала, если

$$P_{X_i}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B) > P_{X_j}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B), \quad (3)$$

$$j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i)$$

После соответствующих вычислений [2] система неравенств (3) принимает вид

$$\sum_{r=1}^B \frac{1+a_r^2}{1+a_r^2+h_{i,r}^2} \left[ Z_{i,r}^2 + Z_{i,r}^{*2} + Z_{i,r} a_r(0) + Z_{i,r}^* b_r(0) - c_{i,r} \right] >$$

$$> \sum_{r=1}^B \frac{1+a_r^2}{1+a_r^2+h_{j,r}^2} \left[ Z_{j,r}^2 + Z_{j,r}^{*2} + Z_{j,r} a_r(0) + Z_{j,r}^* b_r(0) - c_{j,r} \right] \quad (4)$$

Введены обозначения

$$Z_{i,r} = \int_0^T X'_r(t) X_{i,r}(t) dt; \quad Z_{i,r}^* = \int_0^T X'_r(t) X_{i,r}^*(t) dt \quad (5)$$

где  $X_{i,r}(t)$  –  $i$ -ая позиция сигнала в  $r$ -ой ветви разнесения.

При временном разносе и приёме на разнесённые антенны  $X_{i,r}(t) = X_i(t)$ . При частотном разнесении  $X_{i,r}(t)$  – это  $r$ -ая частотная составляющая  $i$ -го сигнала.  $X_{i,r}^*(t)$  — функция, сопряжённая по Гильберту с  $X_{i,r}(t)$ .

$$\overline{h_{i,r}^2} = \frac{E_{i,r} (2\sigma_0^2 + \gamma_r^2(0))}{\sigma^2} \quad (6)$$

– среднестатистическое значение отношения энергии  $i$ -ой позиции сигнала в месте приёма в  $r$ -ой ветви разнесения к удельной мощности помехи;

$$E_{i,r} = \int_0^T X_{i,r}^2(t) dt; \quad (7)$$

$\sigma^2$  – удельная мощность аддитивной флуктуационной помехи в канале, которая считается одинаковой во всей полосе частот, занимаемой сигналом.

$$a_r(0) = \frac{\gamma_r(0) \cos \psi_r(0) \sigma^2}{\sigma_0^2}, \quad b_r(0) = \frac{\gamma_r(0) \sin \psi_r(0) \sigma^2}{\sigma_0^2}, \quad (8)$$

где  $\gamma_r(0)$ ,  $\psi_r(0)$  – коэффициент передачи и сдвиг фазы в канале для установившейся составляющей, попадающей в  $r$ -ой ветви разнесения;

$$c_{i,r} = a_r^2 E_{i,r} \sigma^2 + \frac{\sigma^4 a_r^2}{\gamma_r^2(0)} \left( \frac{1+a_r^2+h_{i,r}^2}{1+a_r^2} \right) \ln \left( \frac{1+a_r^2+h_{i,r}^2}{1+a_r^2} \right). \quad (9)$$

Реализация критерия приёма (4) [2] сводится к суммированию результатов, получаемых в отдельных ветвях разнесения, и их последующему сравнению. В каждой ветви схема

приёмника такая же, как при оптимальном одиночном когерентном приёме [1]. Для реализации критерия приёма (4) приёмник должен располагать информацией о фазовых соотношениях сигналов  $X_{i,r}(t)$  и фазах, вносимых каналом для установившихся составляющих (фазовые соотношения для канала).

Критерий идеального приёма и соответственно его реализация существенно упрощаются для систем связи, в которых ожидаемые в отдельных ветвях разнесения энергии всех позиций сигналов одинаковы ( $E_{i,r} = E$ ;  $\gamma_r(0) = \gamma(0)$ ;  $a_r^2 = a^2$ ;  $\overline{h_{i,r}^2} = \overline{h^2}$ ). Такие системы в дальнейшем называются системами с активной паузой.

Для систем с активной паузой критерий приёма (4) приводится к виду

$$\sum_{r=1}^B Z_{i,r}^2 + Z_{i,r}^{*2} + Z_{i,r} a_r(0) + Z_{i,r}^* b_r(0) > \sum_{r=1}^B Z_{j,r}^2 + Z_{j,r}^{*2} + Z_{j,r} a_r(0) + Z_{j,r}^* b_r(0), \quad (10)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i)$$

где

$$a_r(0) = \frac{\gamma_0 \cos \psi_r(0) \sigma^2}{\sigma_0^2}, \quad b_r(0) = \frac{\gamma_0 \sin \psi_r(0) \sigma^2}{\sigma_0^2} \quad (11)$$

Если флуктуации сигнала отсутствуют ( $a_r^2 = \infty$ ), критерий приёма (4) принимает вид

$$\sum_{r=1}^B \left( \int_0^T X_r'(t) X_{i,r}^0(t) dt \right) - \frac{E_i^0}{2} > \sum_{r=1}^B \left( \int_0^T X_r'(t) X_{j,r}^0(t) dt \right) - \frac{E_j^0}{2}, \quad (12)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),$$

где  $X_{i,r}^0(t)$  – ожидаемая в  $r$ -ой ветви разнесения  $i$ -ая позиция сигнала,

$$E_i^0 = \sum_{r=1}^B \left( \int_0^T X_{i,r}^{02}(t) dt \right).$$

Реализация критерия (12) сводится к линейному сложению для всех позиций сигнала по всем ветвям разнесения скалярных произведений принимаемого и ожидаемого сигналов и их взаимному сравнению с учётом энергетических соотношений.

3. В условиях, когда фазы используемых сигналов неопределённые, что часто имеет место на практике, или флуктуирует фаза, вносимая каналом для установившихся составляющих, когерентный приём по критерию (4) нельзя реализовать. Но если даже приёмник располагает информацией о фазовых соотношениях для сигналов и канала, реализация когерентного приёма, всегда связанная с дополнительными трудностями, не всегда себя оправдывает.

Оптимальный критерий некогерентного приёма при многоканальном разнесении можно, аналогично (3), записать в виде

$$\overline{P}_{X_i}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B) > \overline{P}_{X_j}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B), \quad (13)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),$$

где  $\overline{P}_{X_i}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B)$  – условная плотность вероятности того, что при передаче  $i$ -ой позиции сигнала  $X_i(t)$  и флуктуации фаз всех составляющих принимаемого сигнала в месте приёма в  $B$  ветвях разнесения образуются колебания  $X'_1(t), X'_2(t), \dots, X'_r(t), X'_B(t)$ . Эту вероятность можно определить путём усреднения  $P_{X_i}(X'_1, X'_2, \dots, X'_r, X'_B)$  по величинам  $\psi_r(0)$  ( $r = 1, 2, 3, \dots, B$ ), которые теперь следует считать случайными. Если считать, что эти величины равномерно распределены на интервале от 0 до  $2\pi$  и взаимно-некоррелированы после соответствующих вычислений [2], критерий (13) сводится к системе неравенств:

$$\sum_{r=1}^B \frac{1 + a_r^2}{1 + a_r^2 + \overline{h_{i,r}^2}} \left[ V_{i,r}^2 + \frac{\sigma^4 (1 + a_r^2 + \overline{h_{i,r}^2})}{2\sigma_0^2 (2 + a_r^2)} \ln I_0 \left( \frac{2\gamma_r(0) V_{i,r} (1 + a_r^2)}{\sigma^2 (1 + a_r^2 + \overline{h_{i,r}^2})} \right) - c_{i,r} \right] >$$

$$\begin{aligned}
&> \sum_{r=1}^B \frac{1+a_r^2}{1+a_r^2+h_{j,r}^2} \left[ V_{j,r}^2 + \frac{\sigma^4(1+a_r^2+h_{j,r}^2)}{2\sigma_0^2(2+a_r^2)} \ln I_0 \left( \frac{2\gamma_r(0)V_{i,r}(1+a_r^2)}{\sigma^2(1+a_r^2+h_{j,r}^2)} \right) \right] - c_{j,r}, \quad (14) \\
&j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),
\end{aligned}$$

где обозначено

$$V_{i,r} = \sqrt{Z_{i,r}^2 + Z_{i,r}^{*2}} \quad (15)$$

Критерий (14) также предполагает суммирование результатов, получаемых в отдельных ветвях разнесения, и их последующее сравнение [2]. В каждой ветви схема приёмника такая же, как при оптимальном одиночном некогерентном приёме [1]. Для реализации критерия (14) на приёмном конце информация о фазовых соотношениях для сигналов и канала не требуется

Для систем с активной паузой критерий (14) упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned}
&\sum_{r=1}^B V_{i,r}^2 + \frac{\sigma^4(1+a^2+h^2)}{2\sigma_0^2(2+a^2)} \ln I_0 \left( \frac{2\gamma(0)V_{i,r}(1+a_r^2)}{\sigma^2(1+a^2+h^2)} \right) > \\
&> \sum_{r=1}^B V_{j,r}^2 + \frac{\sigma^4(1+a^2+h^2)}{2\sigma_0^2(2+a^2)} \ln I_0 \left( \frac{2\gamma(0)V_{j,r}(1+a_r^2)}{\sigma^2(1+a^2+h^2)} \right), \quad (16) \\
&j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i),
\end{aligned}$$

Можно показать, что при принятых нами предположениях о статистике принимаемого сигнала и помехи в канале приём по более простому критерию

$$\sum_{r=1}^B V_{i,r}^2 > \sum_{r=1}^B V_{j,r}^2, \quad j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i), \quad (17)$$

который реализуется схемой квадратичного сложения, обеспечивает при любом  $a^2$  примерно такую же вероятность ошибки, что и приём по критерию (16) [при  $\gamma(0) = a^2 = 0$  соотношение (17) непосредственно следует из критерия (16)]. Это значит, что для систем с активной паузой схема квадратичного сложения [приём по критерию (17)] близка к оптимальной при любом значении параметра  $a^2$ .

4. Определим потенциальную помехоустойчивость при многоканальном разнесении, ограничиваясь системами с активной паузой, ортогональными в усиленном смысле, удовлетворяющими условиям

$$\begin{aligned}
&\int_0^T X_{i,r}(t) X_{j,k}(t) dt = \int_0^T X_{i,r}(t) X_{j,k}^*(t) dt = 0, \quad (18) \\
&i, j=1, 2, 3, \dots, m \\
&r, k=1, 2, 3, \dots, B \quad (\text{при } j=i, r \neq k).
\end{aligned}$$

Сначала рассмотрим когерентный приём. Запишем критерий (10) в виде

$$\begin{aligned}
&\sum_{r=1}^B \left( Z_{i,r} + \frac{a_r(0)}{2} \right)^2 + \left( Z_{i,r}^* + \frac{b_r(0)}{2} \right)^2 > \sum_{r=1}^B \left( Z_{j,r} + \frac{a_r(0)}{2} \right)^2 + \left( Z_{j,r}^* + \frac{b_r(0)}{2} \right)^2 \quad (19) \\
&j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i)
\end{aligned}$$

Если передаётся  $i$ -ая позиция сигнала  $X_i(t)$ , то анализируемое в  $r$ -ой ветви разнесения на промежутке  $T$  колебание  $X_r'(t)$  можно записать в виде

$$X_r'(t) = U_r(t) + X_{i,r}(t)(x_r + \gamma(0)\cos\psi_r(0)) + X_{i,r}^*(t)(y_r + \gamma(0)\sin\psi_r(0)) \quad (20)$$

где  $U_r(t)$  – флуктуационная помеха в  $r$ -ой ветви разнесения;  $\gamma(0)$ ,  $\psi_r(0)$  – коэффициент передачи и фазовый сдвиг канала для установившейся составляющей;  $x_r$ ,  $y_r$  – случайные величины, связанные с коэффициентом передачи  $\gamma_r(\phi)$  и фазовым сдвигом  $\psi_r(\phi)$  канала для

флуктуирующей части сигнала соотношениями  $x_r = \gamma_r(\phi) \cos \psi_r(\phi)$ ,  $y_r = \gamma_r(\phi) \sin \psi_r(\phi)$ . Когда случайные величины  $\gamma_r(\phi)$  и  $\psi_r(\phi)$  взаимно-независимы и распределены соответственно по Рэлею<sup>1</sup> и равномерно на интервале от 0 до  $2\pi$ ,  $x_r$  и  $y_r$  не коррелированы между собой, распределены нормально с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_0^2$  [ $2\sigma_0^2$  – средний квадрат случайной величины  $\gamma_r(\phi)$ ].

Вероятность правильного приёма  $i$ -ой, как и любой другой (в силу симметрии), позиции сигнала определится вероятностью совместного выполнения системы неравенств (19) при условии, что анализируемое в  $r$ -ой ветви разнесения колебание даётся выражением (20). Используя условия (18), выражения (5), (6), (7), (11), (20), можно вероятность правильного приёма элемента сигнала  $p_{\text{прав}}$  определить вероятностью совместного выполнения системы неравенств

$$\sum_{r=1}^B \left[ \lambda_{i,r} + x_r E + \frac{\sigma^2 \gamma(0) \cos \psi_2(0) (1 + a^2 + \overline{h^2})}{2\sigma_0^2 (1 + a^2)} \right]^2 + \left[ \lambda_{i,r}^* + y_r E + \frac{\sigma^2 \gamma(0) \sin \psi_2(0) (1 + a^2 + \overline{h^2})}{2\sigma_0^2 (1 + a^2)} \right]^2 > \quad (21)$$

$$> \sum_{r=1}^B \left[ \lambda_{j,r} + \frac{\sigma^2 \gamma(0) \cos \psi_r(0)}{2\sigma_0^2} \right]^2 + \left[ \lambda_{j,r}^* + \frac{\sigma^2 \gamma(0) \sin \psi_r(0)}{2\sigma_0^2} \right]^2, \quad j=1, 2, 3, \dots, m (j \neq i)$$

где

$$\lambda_{i,r} = \int_0^T U_r(t) X_{i,r}(t) dt, \quad \lambda_{i,r}^* = \int_0^T U_r(t) X_{i,r}^*(t) dt, \quad (22)$$

$$i=1, 2, 3, \dots, m,$$

нормально распределённые случайные величины с нулевыми средними значениями и дисперсией  $\frac{E\sigma^2}{2}$ .

Используя аппарат характеристических функций и проведя необходимые вычисления [2], получим для вероятности ошибочного приёма элемента сигнала

$$p = 1 - p_{\text{прав}} = 1 - \frac{\exp \left[ -\frac{Ba^2}{h^2} (m + ma^2 + \overline{h^2}) \right]}{2^{\frac{m}{2}(B+1)} \left[ \frac{Ba^2 (1 + a^2)}{h^2} \right]^{\frac{(B-1)m}{2}} \left( \frac{1 + a^2 + \overline{h^2}}{1 + a^2} \right)^{\frac{B-1}{2}}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} x^{\frac{B-1}{2}} \exp \left( -\frac{x}{2} \right) I_{B-1} \left( \sqrt{\frac{2Ba^2 (1 + a^2 + \overline{h^2})}{h^2}} x \right) \times \quad (23)$$

$$\times \left[ \int_0^{x \left( \frac{1 + a^2 + \overline{h^2}}{1 + a^2} \right)} y^{\frac{B-1}{2}} \exp \left( -\frac{y}{2} \right) I_{B-1} \left( \sqrt{\frac{2Ba^2 (1 + a^2)}{h^2}} y \right) dy \right]^{m-1} dx$$

где  $I_{B-1}(x)$  — модифицированная функция Бесселя  $(B-1)$ -го порядка.

При  $B=1$  из (23) можно получить формулу для вероятности ошибки при одиночном оптимальном когерентном приёме, приведённую в [1].

Для случая, когда отсутствуют флуктуации сигнала ( $a^2 = \infty$ ), для вероятности ошибки из (23) предельным переходом можно получить

<sup>1</sup> Суммарная амплитуда принимаемого сигнала или общий коэффициент передачи канала распределены при этом по обобщённому закону Рэлея.

$$p = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x+\sqrt{2Bh^2}}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \right]^{m-1} dx \quad (24)$$

5. Определим вероятность ошибки для систем с активной паузой, ортогональных в усиленном смысле, при некогерентном разнесённом приёме и квадратичной схеме сложения.

Используя условия (18), выражения (5), (6), (7), (14), (20) и (22) можно вероятность правильного приёма элемента  $i$ -ой, как и любой другой (в силу симметрии) позиции сигнала  $p_{\text{прав}}$ , определить вероятностью совместного выполнения системы неравенств

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^B (\lambda_{i,r} + x_r E + \gamma(0) \cos \psi_r(0) E)^2 + (\lambda_{i,r}^* + y_r E + \gamma(0) \sin \psi_r(0) E)^2 > \\ & > \sum_{r=1}^B \lambda_{j,r}^2 + \lambda_{j,r}^{*2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m (j \neq i). \end{aligned} \quad (25)$$

После соответствующих выкладок [2] получаем для вероятности ошибки

$$\begin{aligned} p = 1 - p_{\text{прав}} = 1 - \frac{\exp\left[-\frac{Ba^2 \overline{h^2}}{1+a^2+h^2}\right]}{2^{\frac{B+1}{2}} \left[\frac{Ba^2 \overline{h^2}}{1+a^2+h^2}\right]^{\frac{B-1}{2}}} \int_0^{\infty} x^{\frac{B-1}{2}} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) I_{B-1}\left(\sqrt{\frac{2Ba^2 \overline{h^2} x}{1+a^2+h^2}}\right) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{x(1+a^2+\overline{h^2})}{2(1+a^2)}\right] \sum_{r=0}^{B-1} \left[\frac{x(1+a^2+\overline{h^2})}{2(1+a^2)}\right]^r \frac{1}{r!} \right\}^{m-1} dx \end{aligned} \quad (26)$$

При  $B=1$  из (26) следует формула для вероятности ошибки при одиночном оптимальном некогерентном приёме, приведённая в [1].

Анализ ф-л (23) и (26) показывает, что при одинаковом числе ветвей разнесения  $B$  и одинаковых значениях параметров  $a^2$  и  $h^2$  вероятности ошибки для систем с активной паузой, ортогональных в усиленном смысле, при когерентном и некогерентном приёме несущественно отличаются друг от друга. Отсюда следует нецелесообразность реализации когерентного приёма для таких систем.

Рассмотрим более подробно соотношения для двухпозиционной системы ( $m=2$ ). Для этого случая после интегрирования в (26) получим

$$\begin{aligned} p = \left(\frac{1+a^2}{2+2a^2+\overline{h^2}}\right)^B \exp\left(-\frac{Ba^2 \overline{h^2}}{2+2a^2+\overline{h^2}}\right) \sum_{r=0}^{B-1} C_{B+r-1}^r \left(\frac{1+a^2+\overline{h^2}}{2+2a^2+\overline{h^2}}\right)^r \times \\ \times {}_1F_1\left(1-B+r, B, -\frac{Ba^2 \overline{h^2}(1+a^2)}{(1+a^2+\overline{h^2})(2+2a^2+\overline{h^2})}\right), \end{aligned} \quad (27)$$

где  $C_{B+r-1}^r$  – число сочетаний из  $B+r-1$  по  $r$ ,

${}_1F_1(\alpha, \beta, x)$  — вырожденная гипергеометрическая функция.

Проведём сравнение помехоустойчивости различных видов разнесения и одиночного приёма при одинаковой скорости передачи информации и средней мощности передатчика. При сравнении следует учесть, что только приём на разнесённые антенны не влечёт за собой потери в отдельной ветви (канале) разнесения в энергии сигнала или скорости передачи информации по сравнению с одиночным приёмом. Потеря скорости передачи информации (например, при временном разнесении) эквивалентна потере в энергии, ибо при той же скорости передачи информации можно было бы при одиночном приёме увеличить длительность элемента и соответственно повысить среднюю энергию сигнала в месте приёма. Учтём отмеченную выше потерю в энергии сигнала. Обозначим через  $\overline{h_0^2}$

среднестатистическое значение отношения энергии элемента сигнала в месте приёма к удельной мощности помехи, которое имело бы место, если при том же передающем устройстве использовался бы одиночный приём. Следуя Л. М. Финку, действительное отношение средней энергии сигнала к удельной мощности помехи в отдельной ветви разнесения можно выразить в виде

$$\overline{h^2} = \frac{\overline{h_0^2}}{B^\lambda} \quad (28)$$

где  $B$  – число ветвей разнесения и  $\lambda$  – показатель, характеризующий данный тип разнесения, а также запас линейности передатчика (при частотном разнесении и использовании одного передатчика для всех каналов).

При приёме на разнесённые антенны  $\lambda = 0$ . При временном разнесении  $\lambda = 1$ , ибо здесь при неизменной скорости передачи информации длительность элемента уменьшается в  $B$  раз<sup>2</sup> и при одинаковой мощности передатчика  $\overline{h^2} = \frac{\overline{h_0^2}}{B}$ . Такое же значение этого отношения

получаем и для частотного разнесения, если в каждой ветви используется свой передатчик (т. е.  $\lambda = 1$ ). Если же все частоты излучаются одним передатчиком, то его мощность используется значительно хуже. Обычно формирование многоканального телеграфного сигнала на передатчике осуществляется методом тональной однополосной модуляции. Во избежание больших переходных помех между отдельными станциями необходимо обеспечить достаточно линейный режим в передатчике. При строго линейном режиме амплитуда в каждой из  $B$ -ветвей частотного разнесения должна быть в  $B$  раз меньше максимально допустимой амплитуды для телеграфного режима передатчика. При этом мощность, приходящаяся на одну ветвь, будет в  $B^2$  раз меньше пиковой мощности передатчика, т. е.  $\lambda = 2$ . Если можно отказаться от строгой линейности режима передатчика либо иметь некоторый запас пиковой мощности, то  $\lambda$  лежит в пределах от 1 до 2.

С учётом (27) и (28) расчётная формула для вероятности ошибки при двухканальном разнесении и квадратичной схеме сложения имеет вид

$$p = \left( \frac{1+a^2}{2+2a^2+\overline{h_0^2}} \right)^2 \exp \left[ - \frac{a^2 \overline{h_0^2}}{2^{\lambda-1} \left( 2+2a^2+\frac{\overline{h_0^2}}{2^\lambda} \right)} \right] \times \left\{ 1 + \frac{a^2 (1+a^2) \overline{h_0^2}}{2^\lambda \left( 1+a^2+\frac{\overline{h_0^2}}{2^\lambda} \right) \left( 2+2a^2+\frac{\overline{h_0^2}}{2^\lambda} \right)} + \frac{2 \left( 1+a^2+\frac{\overline{h_0^2}}{2^\lambda} \right)}{2+2a^2+\frac{\overline{h_0^2}}{2^\lambda}} \right\} \quad (29)$$

На рисунке показана зависимость вероятности ошибочного приёма элемента сигнала от  $\overline{h_0^2}$  при четырёх значениях параметра  $a^2 = 0, 2, 10, \infty$  и сдвоенном приёме на разнесённые антенны ( $\lambda = 0$ ). Там же для сравнения показана аналогичная зависимость (пунктирная кривая) при оптимальном некогерентном одиночном приёме, построенная по формуле

$$p = \frac{1+a^2}{2+2a^2+\overline{h_0^2}} \exp \left[ - \frac{a^2 \overline{h_0^2}}{2+2a^2+\overline{h_0^2}} \right] \quad (30)$$

Как видно из графиков, при приёме на разнесённые антенны при любом значении параметра  $a^2$  надёжность связи повышается по сравнению с одиночным приёмом, причём эффективность разнесения тем больше, чем меньше  $a^2$ . При  $a^2 = \infty; 10; 2; 0$  и одинаковой

<sup>2</sup> Считается, что отдельные элементы сигнала повторяются непосредственно друг за другом.

вероятности ошибочного приёма элемента сигнала  $10^{-4}$  энергетический выигрыш равен соответственно 2,6; 5,4; 17 и 19 дб.

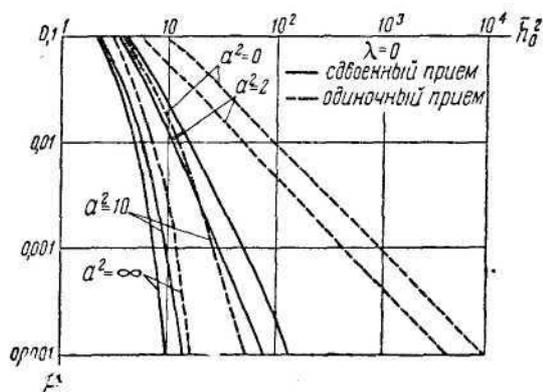


Рис. 1

При  $\lambda=1$  (временной разнос или частотное разнесение с использованием отдельных передатчиков) энергетический выигрыш по отношению к одиночному приёму уменьшается на 3 дб. Если же  $\lambda = 2$  (частотное разнесение с общим передатчиком в строго линейном режиме), энергетический выигрыш уменьшается ещё на 3 дб, и он ощутим лишь в каналах, где  $a^2 < 10$ . Так, при  $a^2 = 2$ ; 0 он в этом случае равен соответственно 11 и 13 дб.

Статья поступила в редакцию 5 июля 1960 г.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Д. К л о в с к и й. «Радиотехника», т. 15, № 5, 1960.
2. Д. Д. К л о в с к и й. Помехоустойчивость приёма дискретной информации в каналах с переменными параметрами. Кандидатская диссертация, ЛЭИС, 1960.

ОПТИМАЛЬНЫЙ ВЫБОР РАБОЧИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ ОФТ ПРИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАНАЛАХ РАДИОСВЯЗИ

В настоящей работе даны рекомендации по выбору оптимальных параметров бинарной системы ОФТ и двукратной системы ДОФТ при их использовании в каналах радиосвязи в условиях, когда перекрытием посылок из-за многолучевого распространения радиоволн можно пренебречь.

Анализируемый канал считается квазирелеевским (Л.1), и в нём также учитывается аддитивная помеха (флуктуационная). Для каналов, в которых  $a^2 \leq 5$ , допустимая вероятность ошибки ( $p \leq 10^{-4}$ ) обеспечивается при выполнении неравенства

$$\overline{h^2} \gg 1 + a^2, \tag{1}$$

где  $\frac{a^2}{\overline{h^2}}$  – отношение средних мощностей регулярной и флуктуирующей частей сигнала (Л.2);  
 $\frac{a^2}{\overline{h^2}} = \alpha^2 T$  – отношение усреднённой энергии посылки сигнала в месте приёма к спектральной плотности мощности флуктуационной помехи;

$\alpha^2$  – отношение усреднённой мощности сигнала в месте приёма к спектральной плотности мощности помехи.

С учетом неравенства (1) вероятность ошибки в системах ОФТ и ДОФТ при оптимальном приёме по методу сравнения фаз равна соответственно (Л.3):

$$P_{\text{ОФТ}} = \frac{1 + a^2 + \overline{h^2}(1 - R)}{2\overline{h^2}} e^{-a^2}, \tag{2}$$

$$P_{\text{ДОФТ}} = \frac{1 + a^2 + \overline{h^2}(1 - R)}{\overline{h^2}(2 - R)} e^{-\frac{a^2}{2 - R}}, \tag{3}$$

где  $R$  – коэффициент автокорреляции квадратурных составляющих сигнала, разнесённых во времени на длительность элементарной посылки  $T$ . Из (2) и (3) следует, что при выполнении неравенства

$$\overline{h^2}(1 - R) \gg 1 + a^2 \tag{4}$$

вероятность ошибки систем ОФТ и ДОФТ

$$P_{\text{ОФТ}} = \frac{1 - R}{2} e^{-a^2}, \quad P_{\text{ДОФТ}} = \frac{1 - R}{2 - R} e^{-\frac{a^2}{2 - R}} \tag{5}$$

не зависит от мощности сигнала и определяется только свойствами канала.

В табл.1 приведены значения коэффициентов корреляции  $R_{\text{ОФТ}}$  и  $R_{\text{ДОФТ}}$ , которые в заданном канале (параметр  $a^2$ ) обеспечивают вероятность ошибки  $p \leq 10^{-4}$ .

Таблица 1

$\alpha^2$	0	1	2	3	4	5	Примечание
$R_{\text{ОФТ}}$	0,9998	0,9996	0,9985	0,9960	0,9891	0,9403	$p \leq 10^{-4}$
$R_{\text{ДОФТ}}$	0,9999	0,9997	0,9993	0,9980	0,9940	0,9800	$\overline{h^2}(1 - R) \gg 1 + a^2$

Поставим себе задачу найти оптимальную длительность посылки сигнала  $T$ , которая обеспечивает минимально необходимую мощность сигнала (параметр  $\alpha^2$ ) при заданной допустимой вероятности ошибки  $P_{\text{ОФТ}}$ ,  $P_{\text{ДОФТ}}$  в квазирелеевском канале, полагая, что коэффициент корреляции  $R(T)$  удовлетворительно аппроксимируется зависимостью

$$R(T) = e^{-\frac{T^2}{2\beta^2}}, \tag{6}$$

где  $\beta$  – средний период замираний, меняется при ионосферной коротковолновой связи в

пределах от 0,1 сек. до 2 сек.

В условиях достаточно надёжной связи  $R(T)$  близок к единице и вместо (6) можно написать

$$R(T) \approx 1 - \frac{T^2}{2\beta^2}, \quad \frac{T}{\beta} \ll 1. \quad (7)$$

Исходя из (2), (3), (6) и (7), можно получить соотношения

$$\alpha_{\text{ОФТ}}^2 \approx \frac{(1+a^2)e^{-a^2}}{T \left( 2p_{\text{ОФТ}} - \frac{T^2}{2\beta^2} e^{-a^2} \right)}, \quad (8)$$

$$\alpha_{\text{ДОФТ}}^2 \approx \frac{(1+a^2)e^{-a^2}}{T \left( p_{\text{ДОФТ}} - \frac{T^2}{2\beta^2} e^{-a^2} \right)}. \quad (9)$$

Приравняв нулю производную по  $T$  от правой части (8) и (9), получаем следующие уравнения, определяющие оптимальные длительности посылок:

$$T_{\text{опт1}} \approx 2\beta \sqrt{\frac{p_{\text{ОФТ}}}{3}} e^{a^2}, \quad (10)$$

$$T_{\text{опт2}} \approx 2\beta \sqrt{\frac{p_{\text{ДОФТ}}}{6}} e^{a^2}. \quad (11)$$

Заметим, что справедливо равенство

$$T_{\text{опт1}} = \sqrt{2} T_{\text{опт2}} \text{ при } p_{\text{ДОФТ}} = p_{\text{ОФТ}}. \quad (12)$$

В табл.2 приведены значения  $T_{\text{опт1}}$  в миллисекундах при различных параметрах канала  $a^2$  и  $\beta$  и вероятности ошибки  $p_{\text{ОФТ}} = 10^{-4}$ .

Таблица 2

$a^2$		0	1	2	3	4	5	Примечание
$\beta$ сек	0,1	1,156	1,91	3,14	5,17	8,5	14,1	
	0,5	5,775	9,55	15,7	25,8	42,5	70,5	
	1	11,55	19,05	31,4	51,7	85	141	
	2	23,1	38,1	62,7	103,2	170	282	

В табл. 3 приведены значения  $T_{\text{опт2}}$  в миллисекундах при тех же параметрах канала и  $p_{\text{ДОФТ}} = 10^{-4}$ .

Таблица 3

$a^2$		0	1	2	3	4	5	Примечание
$\beta$ сек	0,1	0,815	1,35	2,22	3,67	6,03	10	
	0,5	4,10	6,76	11,28	18,3	30,2	50	
	1	8,15	13,5	22,2	36,7	60,3	100	
	2	16,4	27	44,5	73,3	121	200	

Как видно из табл. 2 и 3, при вероятности ошибки  $10^{-4}$  и параметре канала  $\beta = 0,5$  сек оптимальное значение длительности посылки для систем ОФТ и ДОФТ лежит в пределах 4–20 мсек. (при  $a^2 < 3$ ), что хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными на коротковолновых трассах.

Можно отметить монотонный рост оптимальной длительности посылки по мере увеличения параметра  $a^2$  (улучшения свойств канала).

Минимально необходимое превышение сигнал/помеха (параметр  $\overline{\alpha^2}$ ), обеспечивающее нужное качество связи при оптимальной длительности посылки, определяется согласно (8), (9), (10) и (11) формулами

$$\overline{\alpha_{\text{ОФТ}}^2} \approx \frac{3(1+a^2)e^{-a^2}}{4T_{\text{опт1}} \cdot P_{\text{ОФТ}}} \quad (13)$$

$$\overline{\alpha_{\text{ДОФТ}}^2} \approx \frac{3(1+a^2)e^{-a^2}}{2T_{\text{опт2}} \cdot P_{\text{ДОФТ}}} \quad (14)$$

Заметим, что если  $P_{\text{ДОФТ}} = P_{\text{ОФТ}}$ , то

$$\overline{\alpha_{\text{ДОФТ}}^2} = 2,82 \overline{\alpha_{\text{ОФТ}}^2} \quad (15)$$

Вычисленные согласно формулам (13) и (14) величины  $\overline{\alpha^2}$  в *гц* сведены в табл. 4 и 5.

Таблица 4

$\alpha^2$	0	1	2	3	4	5	Примечание
$\beta_{\text{сек}}$	0,1	6500·10 <sup>3</sup>	2670·10 <sup>3</sup>	1000·10 <sup>3</sup>	288·10 <sup>3</sup>	88,3·10 <sup>3</sup>	22,3·10 <sup>3</sup>
	0,5	1295·10 <sup>3</sup>	535·10 <sup>3</sup>	200·10 <sup>3</sup>	57,7·10 <sup>3</sup>	17,71·10 <sup>3</sup>	4,47·10 <sup>3</sup>
	1	650·10 <sup>3</sup>	268·10 <sup>3</sup>	100·10 <sup>3</sup>	28,8·10 <sup>3</sup>	8,83·10 <sup>3</sup>	2,23·10 <sup>3</sup>
	2	325·10 <sup>3</sup>	134·10 <sup>3</sup>	50·10 <sup>3</sup>	14,45·10 <sup>3</sup>	4,4·10 <sup>3</sup>	1,03·10 <sup>3</sup>

$P_{\text{ОФТ}}=10^{-4}$

Таблица 5

$\alpha^2$	0	1	2	3	4	5	Примечание
$\beta_{\text{сек}}$	0,1	18320	7530	2820	813	249	63
	0,5	3650	1510	564	162,5	49,8	12,6
	1	1830	755	282	81,3	24,9	6,3
	2	916	378	141	40,7	12,4	3,05

$P_{\text{ДОФТ}}=10^{-4}$

Приведенные таблицы могут быть использованы для инженерного расчёта параметров систем ОФТ и ДОФТ при их использовании в коротковолновом канале, в котором взаимным перекрытием посылок из-за многолучёвости на приёме можно пренебречь.

Выводы

1. При условии  $\overline{h^2(1-R)} \gg 1+a^2$  помехоустойчивость систем ОФТ не зависит от мощности передатчика и определяется исключительно свойствами канала (параметром  $a^2$  и коэффициентом корреляции  $R(T)$ ). И в этих условиях в квазирелеевских каналах можно обеспечить необходимое качество.

2. При заданной вероятности ошибки  $p$ , среднем периоде замираний  $\beta$  и параметре  $a^2$  в системах ОФТ и ДОФТ можно подобрать оптимальную длительность посылки, при которой минимизируется необходимое превышение сигнал/помеха.

Оптимальная длительность посылки монотонно возрастает с ростом параметра  $a^2$ .

#### Литература

- Л.1. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. Советское Радио, 1963.
- Л.2. Кловский Д.Л. Вопросы потенциальной помехоустойчивости при замираниях сигнала. Радиотехника, т.15, 1960, № 5.
- Л.3. Георгиев В.К. О сравнительных характеристиках систем частотной и относительной фазовой телеграфии в канале с замираниями. Электросвязь, 1962, № 12.

К ВЫБОРУ РАБОЧИХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ ОФТ ПРИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАНАЛАХ РАДИОСВЯЗИ

I. Успехи в практической реализации систем относительной фазовой телеграфии, разработанных первоначально для каналов проводной связи (Л.1), и наметившаяся перспектива их использования в некоторых каналах коротковолновой связи (Л.2, 3) ставят в повестку дня вопросы об инженерном выборе параметров этих систем, обеспечивающих их наилучшую работу. В частности, существенным является вопрос о выборе оптимальной длительности рабочих посылок и времени укороченного интегрирования на приёме (защитный промежуток, обусловленный эхо-сигналами в канале). Настоящую работу следует рассматривать как обобщение работы (Л.4)

Прежде всего заметим, что системы ОФТ могут удовлетворительно работать лишь в таких радиоканалах, в которых перекрытие посылок на приёме из-за многолучевого распространения радиоволн выражено очень слабо, что имеет место при выполнении неравенства

$$\Delta t_{\max} \ll T, \quad (1)$$

$\Delta t_{\max}$  – максимальное запаздывание между лучами,

$T$  – длительность элементарной посылки.

Таким образом, неравенство (1) ограничивает длительность рабочих посылок снизу. На практике встречаются каналы УКВ и КВ связи, в которых величина  $\Delta t_{\max}$  оказывается значительно меньше 1 мсек, и неравенство (1) может удовлетворяться даже при значительных скоростях телеграфирования.

С другой стороны, для систем ОФТ, предназначенных для работы в радиоканале, величина  $T$  ограничена и сверху, так как при очень больших длительностях посылки корреляция фаз в соседних посылках (из-за флуктуации параметров канала во времени) выражена очень слабо и нет возможности обеспечить необходимую достоверность приёма. Достоверность приёма определяется также флуктуационной помехой в канале и повышается с повышением энергии посылки<sup>3</sup>, т.е. при фиксированной мощности передатчика, с увеличением длительности посылки.

Определим оптимальную длительность посылки, при которой вероятность ошибки минимизируется. Будем считать, что в рассматриваемых нами радиоканалах огибающая принимаемого сигнала  $E$  распределена по обобщенному закону Релея.

$$w(E) = \frac{E}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{E^2 + U_0^2}{2\sigma_0^2}\right) I_0\left(\frac{EU_0}{\sigma_0^2}\right) \quad (2)$$

Моделью канала, приводящего к такому распределению, может служить канал, в котором помимо флуктуирующих компонент сигнала со средним квадратом  $2\sigma_0^2$  имеется и регулярная компонента с амплитудой  $U_0$ . Соотношение (2) очень хорошо аппроксимирует действительные условия в весьма широком классе каналов УКВ и КВ связи.

Распределение (2) существенно зависит от параметра  $a^2 = \frac{U_0^2}{2\sigma_0^2}$ , определяющего отношение

средних мощностей регулярной и флуктуирующей компонент сигнала. При  $a^2 \geq 10$  свойства рассматриваемых каналов (Л.5) весьма близки к свойствам идеального канала с постоянными параметрами ( $a^2 = \infty$ ), т.е. в таких каналах коэффициент корреляции может считаться равным 1. Для каналов, в которых  $a^2 \leq 5$ , допустимая вероятность ошибки ( $p \leq 10^{-4}$ ) обеспечивается при выполнении неравенства

<sup>3</sup> В настоящей работе будем считать, что приёмное устройство является идеальным при флуктуационной помехе в канале.

$$\frac{\overline{h^2}}{n^2} \gg 1 + a^2, \quad (3)$$

$\frac{\overline{h^2}}{n^2} = \frac{2PT \cdot 2\sigma_0^2}{n^2 \sigma^2} (1 + a^2)$  – отношение усреднённой энергии посылки сигнала в месте приёма в отдельном частотном канале<sup>4</sup> к удельной (на 1 гц полосы) мощности флуктуационной помехи  $\sigma^2$ ,  $P$  – суммарная мощность передатчика.

При выполнении неравенства (3) приближённое выражение для вероятности ошибки системы ОФТ при медленных замираниях амплитуды по закону (2) и когерентном оптимальном приёме даёт (Л.3):

$$p_{\text{ОФТ}} = \frac{1 + a^2 + \frac{\overline{h^2}}{n^2} (1 - R)}{2 \frac{\overline{h^2}}{n^2}} e^{-a^2} \quad (4)$$

Здесь  $R$  – коэффициент автокорреляция квадратурных составляющих сигнала, разнесённых во времени на длительность элементарной посылки  $T$ .

Для сопоставления приведём формулу для вероятности ошибки бинарной ЧТ при замираниях по закону (2), некогерентном оптимальном приёме и выполнении неравенства (3) [Л.5]:

$$P_{\text{ЧТ}} = \frac{1 + a^2}{\overline{h^2}/n^2} \exp(-a^2). \quad (5)$$

Из сопоставления (4) и (5) видно, что при  $R=1$  (идеальный канал) энергетический выигрыш перехода от системы ЧТ к ФТ (ОФТ) равен 2. С уменьшением  $R$  эффективность системы ФТ (ОФТ) уменьшается.

Если 
$$\frac{\overline{h^2} (1 - R)}{n^2} \gg (1 + a^2), \quad (6)$$

то 
$$p_{\text{ОФТ}} = \frac{(1 - R)}{2} \exp(-a^2); \quad (7)$$

вероятность ошибки не зависит ни от длительности посылки, ни от превышения сигнал/помеха. В этих условиях заданная вероятность ошибки  $p_{\text{ОФТ}}$  обеспечивается, если

$$R \geq 1 - 2p_{\text{ОФТ}} \exp(+a^2) \quad (8)$$

В табл. 1 приведены значения коэффициентов корреляции  $R$ , обеспечивающие в анализируемых условиях вероятность ошибки в каналах с различными параметрами  $a^2$ .

Таблица 1

$a^2$	0	2	4	Примечание
$R \geq$	0,9998	0,9986	0,989	$\frac{P_{\text{ОФТ}} = 10^{-4}}{\frac{\overline{h^2} (1 - R)}{n^2} \gg (1 + a^2)}$

Примем для коэффициента  $R(\tau)$  в интересующей нас области изменения  $T$  аппроксимацию в виде кривой Гаусса:

$$R(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{\tau_0^2}\right), \quad (9)$$

что согласуется с экспериментальными данными во многих радиоканалах.

Интервал корреляции  $\tau_0$  для различных радиоканалов меняется в широких пределах от 0,1 до 10 сек.

Рассмотрим надежность систем ОФТ в условиях, когда  $R(T)$  близок к единице, что имеет место при

<sup>4</sup> Считается, что число частотных каналов в системе равно  $n$ .

$$\frac{T}{\tau_0} \ll 1, \quad (10)$$

но в этих условиях

$$R(T) = \exp\left(-\frac{T^2}{\tau_0^2}\right) \approx 1 - \left(\frac{T^2}{\tau_0^2}\right). \quad (11)$$

Подставив (11) в (4). будем иметь

$$p_{\text{ОФТ}} = \frac{1 + a^2 + \overline{\alpha_1^2} \frac{T^2}{\tau_0^2}}{2\overline{\alpha_1^2} T} \exp(-a^2), \quad (12)$$

$$\overline{\alpha_1^2} = \frac{\overline{\alpha^2}}{n^2} = \frac{\overline{h^2}}{n^2 T} = \frac{2P2\sigma_0^2}{n^2 \sigma^2} (1 + a^2).$$

На рис. 1 показана зависимость  $p_{\text{ОФТ}}$  от  $T$  при различных параметрах  $a^2$  и  $\overline{\alpha_1^2}$ . Из рис. 1 видно, что действительно имеется оптимальное значение  $T$ , минимизирующее вероятность ошибки, и при заданном  $a^2$  минимум тем более резко выражен, чем больше  $\overline{\alpha_1^2}$ .

Из условия  $\frac{dp_{\text{ОФТ}}}{dt} = 0$  следует выражение для оптимальной длительности посылки

$$T_{\text{опт}} = \frac{n}{I} = \sqrt[3]{\frac{(1 + a^2) \tau_0^2}{2\overline{\alpha_1^2}}}, \quad (13)$$

$I = \frac{n}{T}$  – скорость телеграфирования в элементарных посылках в сек.

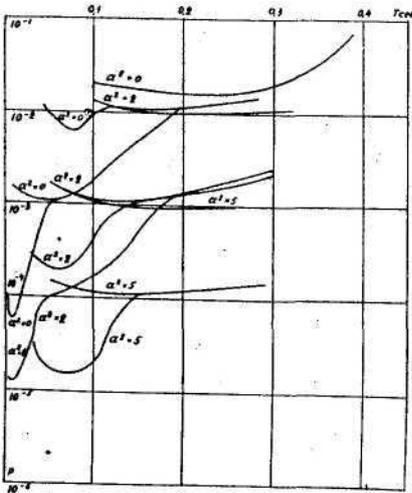


Рис. 1

Из (13) следует, что оптимальная длительность посылки может быть уменьшена (или при заданном числе каналов  $n$  можно увеличить оптимальную скорость телеграфирования), если среднее значение сигнал/помеха  $\overline{\alpha_1^2}$  увеличивается или если уменьшается интервал корреляции (величина  $\tau_0$ ). По мере уменьшения интенсивности флуктуирующих компонент сигнала по сравнению с интенсивностью регулярной части сигнала (увеличение параметра  $a^2$ ) оптимальная длительность посылки возрастает, т.к. по мере приближения канала к идеальному помехоустойчивость всё в большей степени определяется лишь флуктуационной помехой в канале, а в этом случае увеличение длительности посылки ведет к росту помехоустойчивости.

На рис. 2 показана зависимость  $T_{\text{опт}}$  от  $\frac{2\overline{\alpha_1^2}}{1 + a^2}$  при различных значениях  $\tau_0$ .

Подставив (13) в (12),имеем для минимальной вероятности ошибки

$$p_{\text{ОФТ}} = \frac{1 + a^2}{1,33\overline{\alpha_1^2} T_{\text{опт}}} \exp(-a^2). \quad (14)$$

Для получения заданной вероятности ошибки необходимо превышение сигнал/помеха

$$\overline{\alpha_1^2} = \frac{1 + a^2}{1,33p T_{\text{опт}}} \exp(-a^2) = \sqrt[3]{\frac{(1 + a^2) \exp(-a^2)}{p}}^3 \cdot \frac{0,85}{(1 + a^2) \tau_0^2}. \quad (15)$$

Согласно графику рис.3, можно выбрать необходимые значения  $\overline{\alpha_1^2} = \frac{\alpha^2}{n^2}$ , обеспечивающие для заданного канала (заданных параметров  $a^2$  и  $\tau_0$ ) вероятность ошибки  $p=10^{-4}$ . Затем по графику рис.2 можно, зная  $a^2$ ,  $\tau_0$  и  $\overline{\alpha_1^2}$ , найти  $T_{\text{опт}} = \frac{n}{I}$ . Необходимое число каналов, обеспечивающих требуемую скорость телеграфирования,  $n = T_{\text{опт}} \cdot I$ . Зная  $n$ , можно определить и параметры  $\overline{\alpha^2} = \overline{\alpha_1^2} \cdot n^2$ .

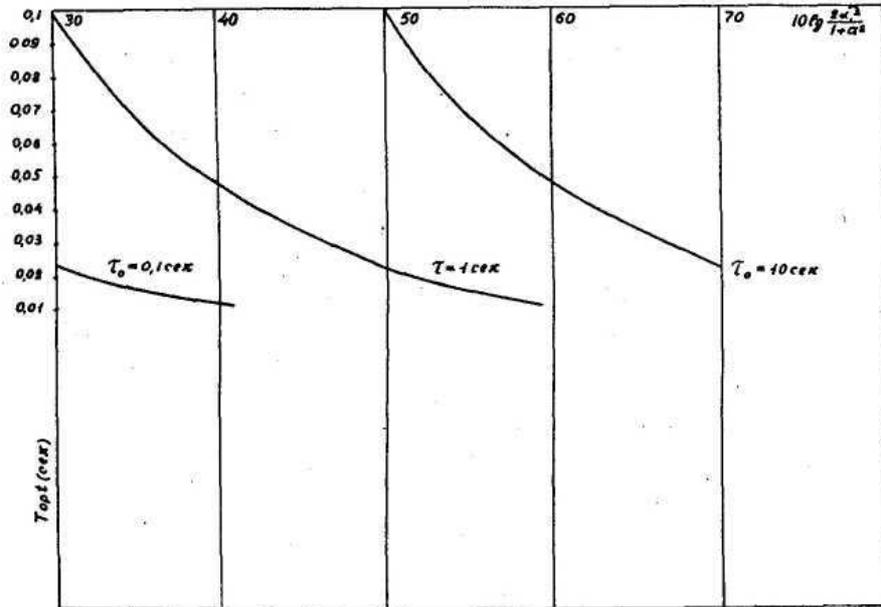


Рис. 2.

В табл. 2 сведены вычисленные значения указанных параметров при  $a^2 = 0, 2, 4$ .

Таблица 2

$a^2$	0	2	4	Примечание
$10 \lg \overline{\alpha_1^2} \cdot q_0^2$	59,6	51,4	40,6	$P = 10^{-4}$
$T_{\text{опт}} = \frac{n}{I} \text{ сек}$	0,038	0,047	0,065	$\tau_0 = 1 \text{ сек}$
$n \geq I \cdot T_{\text{опт}}$	4	5	7	$I = 100 \frac{\text{вл. пос.}}{\text{сек}}$
$10 \lg \overline{\alpha^2} = 10 \lg \overline{\alpha_1^2} \cdot n^2 \cdot q_0^2$	71,6	65,4	57,4	

Из табл.2 видно, как при неизменной скорости телеграфирования по мере роста параметра  $a^2$  растет энергетический выигрыш.

Сопоставляя (5) и (14), можно видеть, что при одинаковой скорости телеграфирования, оптимальной для системы ОФТ, вероятностью ошибки в системе ОФТ меньше вероятности ошибки в системе ЧТ в 1,33 раза.

2. В канале радиосвязи, где многолучёвость выражена более резко, удовлетворить условие (I) затруднительно. Однако и при некотором перекрытии на приёме соседних элементов сигнала в системе ОФТ можно обеспечить удовлетворительное качество, если исключить из обработки перекрытые участки сигнала (система с укороченным интегрированием) протяжённостью  $\Delta t_{\text{макс}}$ . Пусть активная длительность посылки (время интегрирования на приёме)  $T_{\text{п}} = \lambda \Delta t_{\text{макс}}$ , тогда длительность посылки на передаче  $T = (1 + \lambda) \Delta t_{\text{макс}}$ . Для обеспечения требуемой скорости передачи информации необходимое число каналов  $n = I \cdot T = I \cdot \Delta t_{\text{макс}} (1 + \lambda)$ . С учётом сказанного для рассматриваемого случая формула (12) принимает вид:

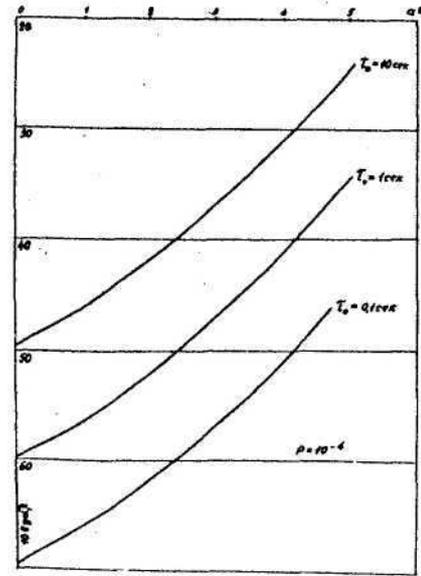


Рис. 3.

$$P_{\text{ОФТ}} = \frac{I^2 (1 + \lambda)^2 \Delta t_{\text{макс}} \exp(-a^2)}{2\alpha^2 \lambda} \left[ 1 + a^2 + \frac{\alpha^2 \lambda \Delta t_{\text{макс}}}{I^2 \tau_0^2} \right] \quad (16)$$

Для системы ЧТ и с защитным интервалом на приёме вероятность ошибки

$$P_{\text{ЧТ}} = \frac{I^2 (1 + \lambda)^2 \Delta t_{\text{макс}} \exp(-a^2) (1 + a^2)}{\alpha^2 \lambda} \quad (17)$$

Величина параметра  $\lambda$ , минимизирующего (17), равна 1. Для минимизации же (16) параметр  $\lambda$  должен определиться из условия

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{(1 + a^2) I^2 \tau_0^2}{4\alpha^2 \Delta t_{\text{макс}}} \left[ \sqrt{1 + \frac{\alpha^2 \Delta t_{\text{макс}}}{(1 + a^2) I^2 \tau_0^2}} - 1 \right] \quad (18)$$

Если

$$\frac{8\alpha^2 \Delta t_{\text{макс}}}{(1 + a^2) I^2 \tau_0^2} \ll 1 \quad (19)$$

то  $\lambda_{\text{опт}} = 1$ .

В этом случае

$$P_{\text{ОФТ}} = \frac{P_{\text{ЧТ}}}{2} = \frac{(1 + a^2) I^2 4\Delta t_{\text{макс}} \exp(-a^2)}{\alpha^2} \quad (20)$$

В другом крайнем случае, если

$$\frac{8\alpha^2 \Delta t_{\text{макс}}}{(1 + a^2) I^2 \tau_0^2} \gg 1, \quad (21)$$

$\lambda_{\text{опт}}$  близко к нулю и

$$P_{\text{ОФТ}} = \frac{\Delta t_{\text{макс}}}{2\tau_0^2} \exp(-a^2). \quad (22)$$

Соотношения (21) и (22) подобны соотношениям (6) и (7). В табл.3 приведены значения времени запаздывания между лучами, при котором в рассматриваемых условиях обеспечивается вероятность ошибки в системе ОФТ  $p = 10^{-4}$  в каналах с заданными параметрами  $a^2$  и  $\tau_0$ .

Таблица 3

$a^2$	0	2	4	Примечание
$\Delta t_{max}$ мсек	14	37	105	$p = 10^{-4}$ $\tau_0 = 1 \text{ сек}$ $\frac{\beta a^2 \Delta t_{max}}{\Gamma^2 \tau_0^2 (1 + \alpha^2)} \gg 1$

## Выводы

При слабой корреляции между посылками помехоустойчивость системы ОФТ не зависит от длительности посылки и превышения сигнал/помеха. Но и в этих условиях в каналах, в которых параметр  $a^2$  существенно больше нуля, можно обеспечить удовлетворительное качество приёма.

В условиях достаточно сильной корреляции между посылками для каналов с конкретным значением параметров  $a^2$  и  $\tau_0$  и превышения сигнала/помеха  $\bar{\alpha}_1^2$ , для системы ОФТ существует оптимальная длительность посылки, минимизирующая вероятность ошибки  $p_{\text{ОФТ}}$ .

Минимальное значение  $p_{\text{ОФТ}}$  для каналов с различным значением параметров  $a^2$  и  $\tau_0$  в 1,33 раза меньше значение вероятности ошибки для системы ЧТ в тех же каналах и при той же скорости передачи информации.

При неизменном качестве и скорости телеграфирования рост параметра  $a^2$  обеспечивает заметный энергетический выигрыш в системе ОФТ. Так, при  $p_{\text{ОФТ}} = 10^{-4}$  и  $I = 100 \frac{\text{эл. пос.}}{\text{сек}} = 100$

эл.пос./сек по сравнению с релейским каналом ( $a^2 = 0$ ) энергетический выигрыш для каналов, где  $a^2 = 2, 4$ , равен соответственно 6,2 и 14,2 дБ.

При некотором перекрытии элементарных посылок из-за многолучёвости в канале можно ещё обеспечить удовлетворительное качество приёма, если исключить из обработки перекрытые участки сигналов (системы с укороченным интегрированием). Существует оптимальная длительность посылки на передаче  $T = (1 + \lambda) \Delta t_{\text{макс}}$ , которая при заданной скорости телеграфирования  $I$  минимизирует вероятность ошибки. Для системы ЧТ  $\lambda_{\text{опт}} = 1$ , т.е. надо выбирать  $T = 2 \Delta t_{\text{макс}}$ . Для системы ОФТ оптимальное значение  $\lambda$  меняется в зависимости от свойств канала, в пределах от очень малой величины до 1.

В условиях заметного перекрытия соседних посылок сигнала на приёме эффективные системы связи должны строиться на принципах, отличных от тех, которые рассматривались в настоящей работе (Л.6).

## Литература

- Л.1. Мозье, Клабо. Кинеплекс – двоичная система передачи информации. Сборник переводов "Передача цифровой информации". ИИЛ, 1963, стр. 112-127.
- Л.2. Петрович Н.Т. Передача сигналов по методу сравнения параметров элементарных посылок. "Радиотехника", 1961, т.16, № 1.
- Л.3. Георгиев В.К. О сравнительных характеристиках систем частотной и относительной фазовой телеграфии в канале с замираниями. "Электросвязь", 1962, № 12.
- Л.4. Розов В.И. Об оптимальной скорости телеграфирования при относительной фазовой манипуляции. "Электросвязь", 1963, № 7.
- Л.5. Кловский Д.Д. Вопросы потенциальной помехоустойчивости при замираниях сигнала. "Радиотехника", 1960, т.15, № 5.
- Л.6. Кловский Д.Д. Системы оптимального приёма в каналах с эхо-сигналами. Труды учебных институтов связи, 1963, вып. XVIII.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И РЕАЛИЗАЦИОННЫЕ ОСНОВЫ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ПРЕДСКАЗАНИЕМ ДЛЯ КАНАЛОВ С ЭХО-СИГНАЛАМИ

Рассматриваются теоретические и реализационные основы дискретной системы связи с предсказанием (СП), обладающей теми же возможностями, что система, описанная в приведенной литературе, система с испытательным импульсом и предсказанием (СИИП), но в которой не требуется периодическая передача по каналу испытательного импульса.

Перспективным представляется использование бинарной системы СП-2Ф с манипуляцией по фазе и относительным кодом. От обычных систем ОФТ (например, «Кинеплекс») такая система выгодно отличается возможностью работы в каналах с эхо-сигналами посылками весьма малой длительности.

Известные достоинства временного уплотнения объясняют интерес к системам связи, позволяющим в радиоканалах с эхо-сигналами обеспечить помехоустойчивую связь при использовании посылок весьма малой длительности. К таким системам относится и система СИИП с испытательным импульсом и предсказанием [1, 2], в которой опорные сигналы на приёме формируются (предсказываются) по реакции канала на периодически передаваемую по каналу испытательную посылку.

Введение в групповой сигнал специального испытательного импульса становится существенным препятствием на пути практического внедрения системы СИИП, поскольку это приводит к усложнению передающей части системы, заставляет производить перегруппирование информационных посылок для компенсации перерывов на время передачи испытательного импульса, требует усложнения системы синхронизации. При передаче испытательного импульса несколько недоиспользуется пропускная способность канала. Было бы желательно избавиться от необходимости формирования и передачи этого импульса. Но сущность метода не должна пострадать: так же непрерывно должны производиться изучение свойств радиоканала и подстройка приёмного устройства под изменяющийся сигнал.

В системе СИИП источником информации о параметрах канала является его реакция на испытательный импульс. Однако полные сведения о параметрах можно извлечь из самих рабочих посылок после того, как будет расшифрована несомая ими информация. Такая постановка вопроса превращает, по существу, приёмное устройство в самонастраивающийся фильтр, особенностью применения которого в данном случае является работа в условиях эхо-сигналов. Модификацию системы СИИП без испытательного импульса сокращенно назовем СП.

Здесь будет рассматриваться только бинарная система СП с противоположными сигналами (ФТ, ОФТ), которая сокращенно называется СП-2Ф.

Оптимальный критерий поэлементного приёма в кусочно-идеальном канале (1) определится неравенством

$$\int_0^T (z(t) - g_B(t)) g_1(t) dt > 0, \quad (1)$$

где  $T$  — длительность элемента сигнала;

$z(t)$  — сигнал плюс помеха на интервале анализа;

$g_1(t)$  — первый элемент сигнала на приёме длительностью  $T$ , соответствующий одной (допустим первой) позиции передаваемого символа;

$g_B(t)$  — элемент сигнала на приёме длительностью  $T$ , соответствующий  $B$  посылкам (символам) сигнала, передаваемым до анализируемой посылки ( $B = \frac{\Delta t_{\text{макс}}}{T}$ , где  $\Delta t_{\text{макс}}$  — максимальное запаздывание между лучами в канале), определяемый выражением)

$$g_B(t) = \pm g_2(t) \pm g_3(t) \pm \dots \pm g_{k+1}(t). \quad (2)$$

Здесь  $g_{k+1}(t)$  — элемент сигнала длительностью  $T$  на интервале анализа, соответствующий

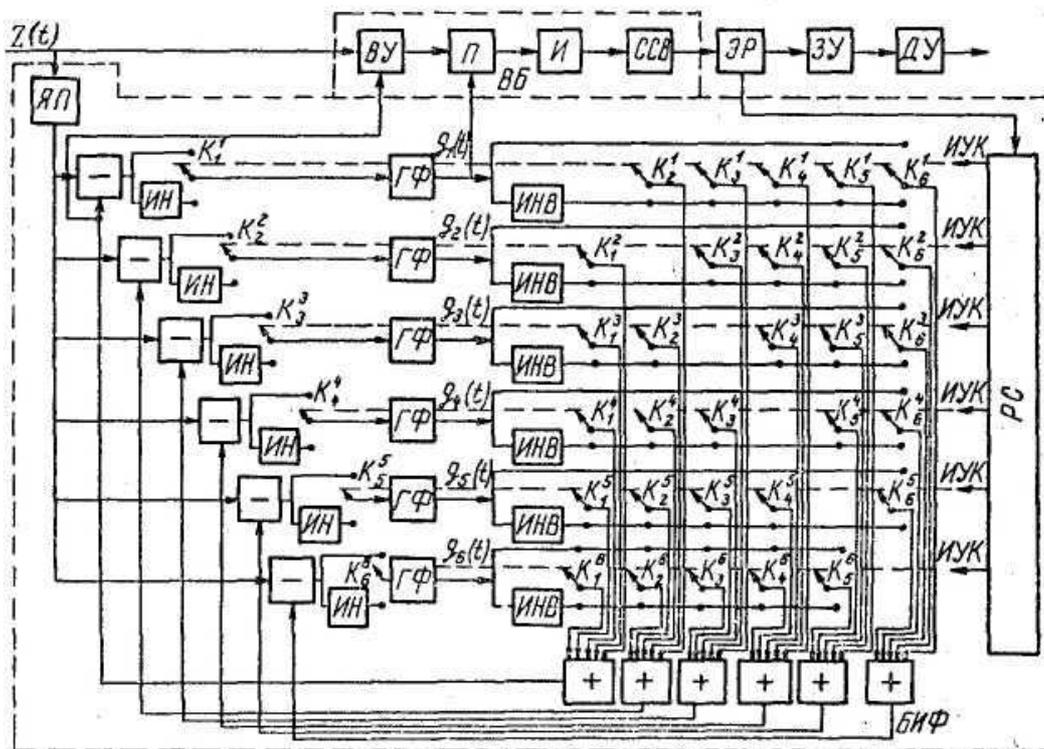
$K$  посылке до анализируемой. Знак этого элемента ( $\pm$ ) зависит от знака позиции  $K$  символа<sup>5</sup>),

В отличие от системы СИИП, в которой была возможность непосредственно получать элементы  $g_k(t)$  на базе анализа реакции канала на испытательную посылку, в системе СП анализу доступны лишь суммарные элементы сигнала (на фоне аддитивной флуктуационной помехи)

$$y_i(t) = g_B(t) \pm g_1(t) = \sum_{k=1}^{B+1} \pm g_k(t), \quad (3)$$

причём число возможных вариантов сигнала  $y_i(t)$  в рассматриваемом случае  $M = 2^{B+1}$ .

Систему СП-2Ф, в принципе, можно было бы построить как  $M$ -позиционную на приёме с соответствующей выборкой знака анализируемого символа. Можно, однако, упростить схему, если в блоках измерения и формирования (в качестве которых выгодно использовать гребенчатые фильтры  $\Gamma\Phi$ ) накапливать не суммарные элементы сигнала  $y_i(t)$ , а, как в системе СИИП, элементы  $g_k(t)$ .



В приёмном устройстве СП-2Ф это оказывается возможным, если до подачи входного сигнала  $y_i(t)$  (на фоне аддитивной флуктуационной помехи) на гребенчатые фильтры  $\Gamma\Phi$  (их число равно  $B+1$ ) вычесть из него таким образом сформированный сигнал, чтобы разность соответствовала одному из элементов  $g_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, B+1$ ).

На рисунке показана блок-схема приемного устройства СП-2Ф для случая  $B+1 = 6$ .

На этой схеме:

<sup>5</sup> При анализе будем считать, что выбранный решающей схемой знак анализируемого символа с вероятностью, близкой к единице, действительно соответствует знаку переданной позиции. Это может быть обеспечено достаточным превышением сигнала над помехой.

Узлы блока измерения и формирования (БИФ)	$G\Phi$ – гребенчатые фильтры, на выходе которых путём накопления и регенерации образуются элементы сигнала $g(t)$ , повторяющиеся с периодом $T$ ; $K_k^i$ ( $i, k = 1, 2, \dots, B+1$ ) – коммутирующие ключи; $ИНВ$ – инверторы; $\square$ – вычитающие устройства; $ЯП$ – ячейка памяти на время $T$ ; $\square$ – суммирующие устройства; $РС$ – регистр сдвига на $B+1$ шагов; управляется импульсами с выхода электронного реле $\mathcal{ЭР}$ , соответствующими отдельным позициям передаваемых символов;
	$ВУ$ – вычитающее устройство; $П$ – перемножитель; $И$ – интегратор; $ССВ$ – схема сравнения и выбора; $\mathcal{ЭР}$ – электронное реле; $ЗУ$ – запоминающее устройство для запоминания бинарных знаков; $ДУ$ – декодирующее устройство; $ИУК$ – импульсы, управляющие ключами $K$
Узлы вычислительного блока $ВБ$	

При вхождении в связь блок  $БИФ$  должен автоматически распределять элементы  $g_k(t)$  по соответствующим гребенчатым фильтрам. Чтобы распределение не носило случайного характера, связь следует начинать передачей периодически повторяющегося на некотором интервале  $T_0$  сигнала настройки, соответствующего определенной (допустим, первой) позиции сигнала. Импульсы сигнала настройки сдвинуты во времени  $\tau_s \geq \Delta t_{\max}$ . По реакции канала на эти импульсы создаются копии сигналов  $g_k(t)$ , как и в  $БИФ$  системы СИИП. Время вхождения в связь  $T_0$  определяется свойствами канала и аддитивной помехи в нём; это время во всяком случае пренебрежимо мало по сравнению со временем связи.

При вхождении в связь после внезапных перерывов (сильная помеха, непрохождение) в приёмном устройстве СП-2Ф может возникнуть явление обратной работы. Для ликвидации ее вредных последствий необходимо использовать относительную фазовую телеграфию (ОФТ). Таким образом, СП является системой ОФТ, по отличается от обычных систем ОФТ (например, «Кинеплекс») тем, что она может работать в каналах с эхо-сигналами посылками весьма малой длительности.

Для эффективного использования полосы частот канала систему СП желательно дополнительно уплотнять по частоте. Оптимальная решающая схема при этом легко обеспечивает разделение отдельных каналов, если работа осуществляется импульсами длительностью  $T \leq \Delta t_{\min}$  ( $\Delta t_{\min}$  – минимальное запаздывание лучей в канале). При  $T = \Delta t_{\min}$

$$B+1 = 1 + \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}. \quad (4)$$

На коротковолновых трассах  $\Delta t_{\min}$  редко бывает меньше 0,4 мсек, а  $\Delta t_{\max}$  — больше 2 мсек [3]. В этих условиях величина  $B+1$ , характеризующая относительную сложность приёмного устройства СП-2Ф, равна 6.

Следует подчеркнуть одно существенное преимущество, имеющее место при накоплении элементов сигнала по самим рабочим посылкам. В отличие от системы СИИП, где подстройка гребенчатых фильтров происходит лишь в моменты прихода испытательного импульса, в описываемом устройстве производится непрерывное накопление элементов сигнала. Это приводит к большему подавлению аддитивной флуктуационной помехи и к большей гибкости системы по отношению к изменяющимся свойствам канала.

## **Выводы**

1. На базе системы СИИП представляется возможным создать систему ОФТ (СП-2Ф), в которой минимальная длительность посылки  $T$  не ограничивается эффектом многолучёвости.

2. Систему связи СП-2Ф можно рассматривать как дальнейшее совершенствование системы СИИП (отказ от испытательного импульса) и, с другой стороны, как дальнейшее развитие систем относительной телеграфии (укорочение посылки и борьба с многолучёвостью) на основе непрерывного изучения радиоканала.

3. Представляется перспективным работать в направлении создания многопозиционных систем СП.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Кловский Д. Д. Система оптимального приема в каналах с эхо-сигналами. Труды учебных институтов связи. Вып. 19. 1964.

2. Кловский Д. Д. Потенциальная помехоустойчивость в каналах с эхо-сигналами. «Радиотехника», т. 19, 1964, № 12.

3. Черенкова Е. Л. Искажения телеграфных сигналов при передаче на коротких волнах. Связьиздат, 1955.

О БИМОДАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ АМПЛИТУДЫ СИГНАЛА В КАНАЛАХ СВЯЗИ СО СЛУЧАЙНО МЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

В статье показано, что обобщённая четырёхпараметрическая плотность распределения амплитуд (Л.1) при некоторых соотношениях параметров  $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y$  характеризуется "двугорбой" кривой (бимодальное распределение), что отмечалось и экспериментально при приёме радиосигналов (Л.2.)

Приводится геометрическая интерпретация условий, при которых четырёхпараметрическое распределение бимодально, а также получены аналитические выражения для необходимых условий бимодальности.

1. Известно, что среди эмпирических кривых плотности распределения мгновенных значений амплитуды (огibaющей) сигнала на выходе каналов с замираниями встречаются и такие, у которых чётко выражены два локальных максимума, – закон распределения оказывается бимодальным. Так, например, "двугорбая" кривая плотности распределения амплитуды сигнала, полученная в результате измерений, приведена в (Л.2), где также высказаны соображения о физических условиях, в которых могли бы возникнуть такие бимодальные распределения. В (Л.2) это явление связывается с доплеровским смещением частоты в спектре отдельных лучей при многолучевом распространении радиоволн.

Не вдаваясь в подробности структуры сигналов на выходе многолучевых каналов с доплеровским смещением, отметим, что в этом случае огibaющая сигнала не может рассматриваться как стационарный эргодический случайный процесс, а следовательно, говорить о независимом от времени одномерном распределении таких процессов (учитывая, что эмпирический закон в этом случае получается в предположении эргодичности процесса) можно лишь весьма условно, имея в виду, что кривая, полученная в результате статистической обработки измерений, отображает некоторое осредненное во времени распределение.

Однако встречающаяся бимодальность распределения амплитуды замирающего сигнала может быть объяснена без предположений как о доплеровском смещении частот в отдельных лучах, так и о многолучевом распространении радиоволн в общепринятом смысле этого слова. При этом предполагается лишь, что мгновенное значение амплитуды сигнала в месте приёма подчиняется четырёхпараметрическому закону (Л.1).

Использованная здесь четырёхпараметрическая модель канала со случайно меняющимися параметрами, включающая в себя (как частный случай) известные релейский, квазирелейский и некоторые другие законы распределения, в отличие от них, а также от обобщающего их  $m$ -распределения допускает и бимодальные частные случаи. В дальнейшем используется следующая интегральная форма записи для плотности вероятности  $w_4(\gamma)$  при четырёхпараметрическом распределении модуля  $\gamma$  комплексного коэффициента передачи канала  $\hat{\gamma} = \gamma e^{j\phi}$ ,  $\phi$  – случайное слагаемое мгновенной фазы замирающего синусоидального сигнала:

$$w_4(\gamma) = \begin{cases} \frac{\gamma}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{\sigma_x^2\gamma^2 + m_x^2\sigma_y^2 + m_y^2\sigma_x^2}{2\sigma_x^2\sigma_y^2}\right\} \int_{-\gamma}^{\gamma} \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - z^2}} \exp\left\{\frac{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)z^2 + 2m_x\sigma_y^2z + 2m_y\sigma_x^2\sqrt{\gamma^2 - z^2}}{2\sigma_x^2\sigma_y^2}\right\} dz & \text{при } \gamma \geq 0 \\ 0 & \text{при } \gamma \leq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь параметры  $m_x$  и  $m_y$  – математические ожидания,  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  – дисперсии ортогональных компонент  $x$  и  $y$  комплексного коэффициента передачи  $\hat{\gamma}$  канала связи.

Установление точных соотношений между параметрами  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_y^2$ , при которых имеет место бимодальность плотности вероятности  $w_4(\gamma)$ , усложняется тем, что аналитическое выражение (1) (равно как и другие виды записи этой функции) не поддаётся непосредственному исследованию на экстремум путём нахождения нулей его производной. Поэтому, не ставя здесь такой задачи, докажем существование бимодальных частных случаев распределения (1) и приведём некоторые качественные разновидности кривых, представляющих эту функцию при различных соотношениях между её параметрами. Укажем также ряд необходимых условий для бимодальности этого распределения.

В дальнейшем для удобства записи соотношений между параметрами будут использованы следующие обозначения:

$$M^2 = \max(m_x^2, m_y^2); m^2 = \min(m_x^2, m_y^2); \Sigma^2 = \max(\sigma_x^2, \sigma_y^2); \sigma^2 = \min(\sigma_x^2, \sigma_y^2); \quad (2)$$

$\sigma_M^2$  – дисперсия компоненты, квадрат математического ожидания которой равен  $M^2$ ;

$\sigma_m^2$  – дисперсия компоненты, квадрат математического ожидания которой равен  $m^2$ ;

$m_\Sigma^2$  – квадрат математического ожидания компоненты, дисперсия которой равна  $\Sigma^2$ ;

$m_\sigma^2$  – квадрат математического ожидания компоненты, дисперсия которой равна  $\sigma^2$ ;

Сначала приведём геометрические соображения, объясняющие отчасти, при каких условиях может иметь место бимодальность распределения (1). С этой целью рассмотрим семейство кривых равной плотности совместного распределения  $x$  и  $y$ . В предположении их гауссовости и независимости это семейство, показанное на рис. 1, представляет собой «концентрические» эллипсы с осями, параллельными координатным осям. Общий центр семейства эллипсов расположен в точке с координатами  $(m_x, m_y)$ , а эксцентриситет  $e$  у всех них одинаковый и

определяется соотношением  $e = \frac{\sqrt{\Sigma^2 - \sigma^2}}{\Sigma}$ .

На рис. 1 представлен случай, когда  $0 < \Sigma^2 = \sigma_y^2 < m_y^2$  и  $0 < \sigma^2 = \sigma_x^2 < m_x^2$ , причём параметр  $\sigma^2$  достаточно мал, так что эксцентриситет семейства эллипсов равной плотности близок к единице.

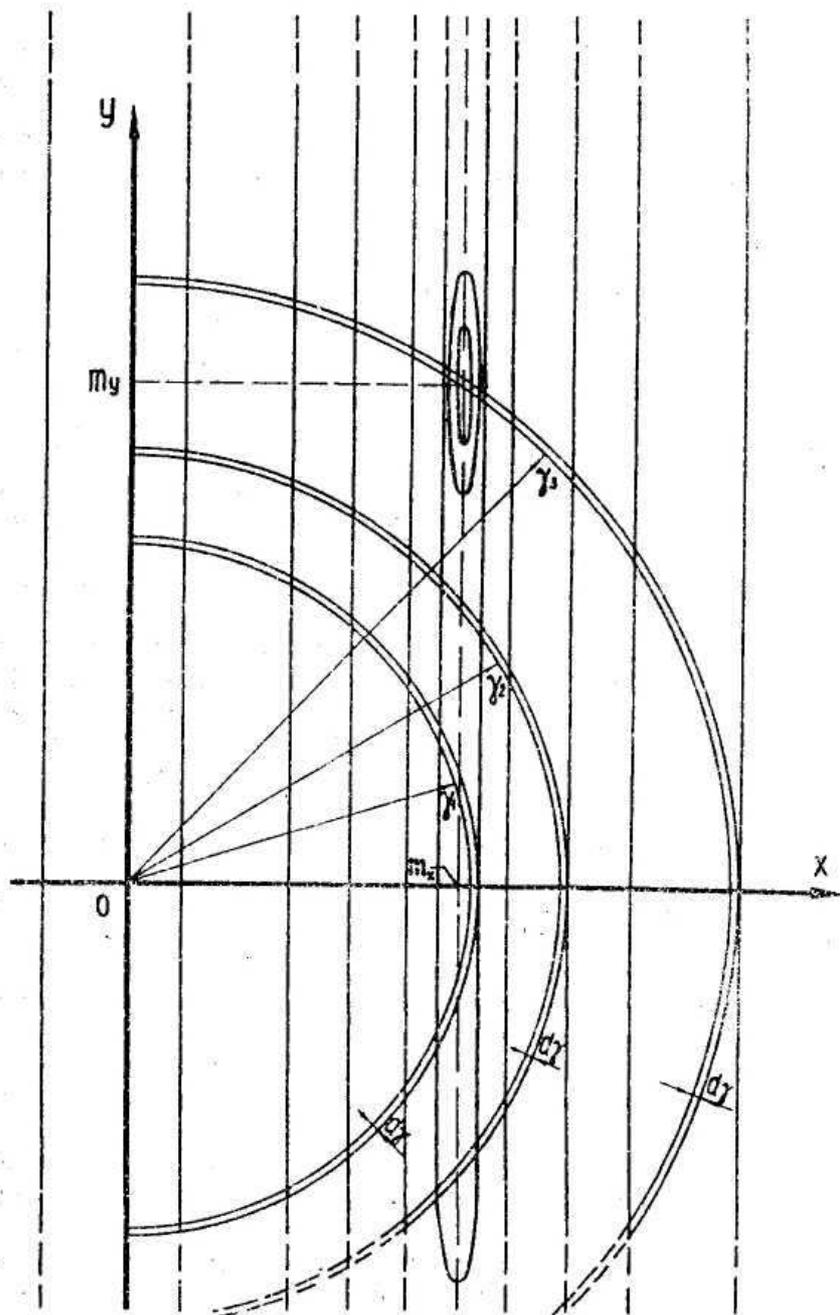
Плотность четырёхпараметрического распределения (1) в точке  $\gamma$  на рис. 1 выражается «весом» неоднородного кольца, заключённого между окружностями радиуса  $\gamma$  и  $\gamma + d\gamma$  с центрами в начале координат, причём неравномерная плотность такого кольца определяется двумерной плотностью совместного распределения компонент  $x$  и  $y$  – в каждой точке кольца она пропорциональна уровню равной плотности вероятности, представленному проходящим через эту точку эллипсом. На рис.1 показаны только части трёх таких колец ("весом" части каждого кольца, плотность которой ничтожно мала, пренебрегается), соответствующих трем значениям  $\gamma$ , а именно:

$$|m_x| + \varepsilon_1 = \gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3 = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} - \varepsilon_2,$$

где  $\varepsilon_1 > 0$  и  $\varepsilon_2 > 0$  – некоторые, надлежащим образом выбранные небольшие величины. Если  $P_{\gamma_i}$  – "вес" кольца с внутренним радиусом  $\gamma_i$  ( $i=1, 2, 3$ ), то бимодальности распределения (1) соответствует такое соотношение между параметрами, при котором  $P_{\gamma_1} > P_{\gamma_2} > P_{\gamma_3}$ , так как  $w_4(0) = 0$  и  $\lim_{\gamma \rightarrow 0} w_4(0) = 0$ .

Этот случай и представлен на рис.1, где показано, что хотя в существенной по весу части кольца с внутренним радиусом  $\gamma_2$  есть участки с большей плотностью, чем у кольца с внутренним радиусом  $\gamma_1$ , в целом последнее оказывается более "тяжелым" за счёт значительно большей протяжённости своей существенной части. Еще более "тяжелым" в приведенном на

рис.1 примере оказывается кольцо с внутренним радиусом  $\gamma_3$  за счет максимальной плотности своей (хотя и небольшой) существенной части.



Не претендуя на точность, приведённая геометрическая иллюстрация позволяет сделать ряд выводов о соотношении между параметрами распределения (1), способствующем его бимодальности. Так можно заключить, что при достаточно большом эксцентриситете семейства эллипсов равной плотности этому способствует условие  $\Sigma^2 > m^2$ . Также непосредственно из рассмотрения иллюстрации, подобной рис.1, следует, что при  $m^2 = 0$  (а этому в числе других частных случаев рас-пределения (1) соответствует релеевское и более общее подрелеевское (Л.1) распределения), а также при  $\Sigma^2 = \sigma^2$  (квазирелеевское распределение) бимодальности распределения (1) быть не может. В первом случае центр эллипсов равной плотности расположен на одной из осей координат, а во втором – кривые равной плотности представляют собой семейство концентрических окружностей. И в том, и в другом случае увеличению

радиуса  $\gamma$  от нуля до бесконечности отвечает сначала монотонное увеличение "веса" соответствующего кольца от нуля до некоторого максимального значения, а затем, при дальнейшем увеличении  $\gamma$ , монотонное же убывание от этого значения до нуля. Распределение (1) в этих случаях унимодально.

3. При уточнении необходимых условий бимодальности распределения (1) весьма полезным оказывается рассмотрение его частного случая, получающегося при  $\sigma^2 = 0$ .

Предельным переходом в правой части (1) при  $\sigma^2 \rightarrow 0$ , воспользовавшись "фильтрующим" свойством  $\delta$ -функции, находим аналитическое выражение для плотности  $w_3(\gamma)$  четырёхпараметрического распределения при  $\sigma^2 = 0$ . В обозначениях (2) его можно записать в

$$\text{виде: } w_3(\gamma) = \begin{cases} \frac{\gamma}{\sqrt{2\pi(\gamma^2 - m_\sigma^2)}\Sigma} \exp\left\{-\frac{m_\sigma^2 + 2m_\Sigma\sqrt{\gamma^2 - m_\sigma^2} - m_x^2 - \gamma^2}{2\Sigma^2}\right\} \cdot \left[1 + \exp\left\{-\frac{2m_y\sqrt{\gamma^2 - z^2}}{\sigma_y^2}\right\}\right] & \text{при } \gamma \geq |m_\sigma|; \\ 0 & \text{при } \gamma \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Распределение  $w_3(\gamma)$  характерно тем, что при  $\gamma \rightarrow |m_\sigma|$  значение плотности вероятности стремится к бесконечности. В зависимости от соотношения между его тремя параметрами  $m_\Sigma$ ,  $m_\sigma$  и  $\Sigma^2$  возможны три качественно различных вида кривой плотности: а) является монотонно убывающей функцией; б) убывание  $w_3(\gamma)$  монотонное, но при  $\gamma = \gamma_0$  кривая имеет перегиб с горизонтальной касательной; в) функция  $w_3(\gamma)$  немонотонна, имеет две экстремальные точки (локальные минимум при  $\gamma = \gamma_1$  и максимум при  $\gamma = \gamma_2$  ( $\gamma_1 < \gamma_2$ )). Анализируя производные правой части (3), нетрудно убедиться, что указанные выше три вида кривой плотности  $w_3(\gamma)$  единственно возможны, ибо оказывается, что эта производная может обращаться в нуль не более, чем в двух точках, обязательно расположенных на интервале  $(|m_\sigma|, \sqrt{m_\sigma^2 + m_x^2})$ .

Приведём здесь необходимые и достаточные условия немонотонности функции  $w_3(\gamma)$ , полученные путём анализа её производной. Обозначим произвольную точку  $\gamma \in (|m_\sigma|, \sqrt{m_\sigma^2 + m_\Sigma^2})$  через  $\gamma = \sqrt{m_\sigma^2 + lm_\Sigma^2}$ , где коэффициент  $l$  удовлетворяет неравенству  $0 < l < 1$ . Если теперь выбрать значение, максимизирующее отношение  $2lm_\Sigma^2 / \ln \frac{1+l}{1-l}$ , то, как можно показать, указанное необходимое и достаточное условие даётся неравенством

$$r > \ln \frac{rlm_\sigma^2(1+l) + rl^3m_\Sigma^2(1+l) + 2m_\sigma^2}{2rl^2m_\sigma^2(1+l) + 2rl^4m_\Sigma^2(1-l) - 4lm_\sigma^2}, \quad (4)$$

где для краткости обозначено  $r = \frac{m_\Sigma^2}{\Sigma^2}$ .

В частности, при  $l = 1/2$  и  $m_\Sigma^2 = m_\sigma^2$  из (4) получается достаточное условие  $r > \ln \frac{15r + 32}{5r - 32}$ , откуда видно, что в этом случае для немонотонности  $w_3(\gamma)$  достаточно выполнения неравенства  $r > 6,5$ .

Наконец, исходя из (4), приходим к выводу, что при  $r > \ln 3$  можно указать столь малое значение параметра  $m_\Sigma^2 > 0$ , при котором распределение  $w_3(\gamma)$  становится немонотонным.

Следующая лемма показывает, что немонотонный частный вид распределения  $w_3(\gamma)$  можно рассматривать как вырожденный (предельный) случай бимодального четырёхпараметрического распределения.

**Л е м м а.** Пусть при параметрах  $\Sigma^2, 0, M, m$  четырёхпараметрическое распределение немонотонно. Тогда существует такое  $\epsilon > 0$ , что при тех же параметрах  $\Sigma^2, M, m$  и всяком

$0 < \sigma^2 < \varepsilon$  четырёхпараметрическое распределение бимодально. Если  $\Sigma^2 > m_\Sigma^2$ , то распределение не может быть бимодальным ни при каких значениях параметров.

**Доказательство.** Рассмотрим функцию

$$g(\sigma^2, m_\sigma^2) = \frac{1}{2\pi\sigma\Sigma} \int_{-m_\sigma}^{m_\sigma} \exp\left\{-\frac{(z-m_\sigma)^2}{2\sigma^2}\right\} \cdot \left[ \exp\left\{-\frac{(\sqrt{m_\sigma^2 - z^2} - m_\Sigma)^2}{2\Sigma^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(\sqrt{m_\sigma^2 - z^2} + m_\Sigma)^2}{2\Sigma^2}\right\} \right] \frac{m_\sigma}{\sqrt{m_\sigma^2 - z^2}} dz$$

и, считая здесь  $\Sigma^2, m_\sigma, m_\Sigma$  постоянными параметрами, а подынтегральное выражение – функцией переменных  $z$  и  $\sigma^2$ , запишем её в виде

$$g(\sigma^2, m_\sigma^2) = \frac{C}{\sigma} \int_{-m_\sigma}^{m_\sigma} \exp\left\{-\frac{(z-m_\sigma)^2}{2\sigma^2}\right\} \cdot Q(z) dz, \quad (5)$$

где  $Q(z)$  – функция, зависящая только от  $z$ , положительная, определена и непрерывна на интервале  $(-m_\sigma, m_\sigma)$  и интегрируема на нём в несобственном смысле. Функция  $\exp\left\{-\frac{(z-m_\sigma)^2}{2\sigma^2}\right\}$

как функция переменных  $z$  и  $\sigma^2$ , определена в прямоугольнике  $-m_\sigma < z < m_\sigma; 0 < \sigma^2 < \infty$  и непрерывна в нём по совокупности переменных. В этом случае выполняется условие теоремы анализа (Л. 3), согласно которой интеграл в правой части (5) является непрерывной функцией своего аргумента  $\sigma^2$  на интервале  $(0, \infty)$ .

Рассуждая аналогично, взяв в (5) вместо  $m_\sigma$  величины  $m_\sigma + \Delta$  и  $m_\sigma - \Delta$ , где  $|m_\sigma| > \Delta > 0$ , можно показать, что при  $\gamma = m_\sigma \pm \Delta$  функции  $g\left[\sigma^2, (m_\sigma \pm \Delta)^2\right]$  непрерывны по  $\sigma^2$ . Если при заданных параметрах  $\Sigma^2, M, m$  четырёхпараметрическое распределение немонотонно – имеет локальные минимум и максимум соответственно в точках  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , то из непрерывности функций  $g\left[\sigma^2, m_\sigma^2\right]$  и  $g\left[\sigma^2, (m_\sigma \pm \Delta)^2\right]$  следует, что при достаточно малом  $0 < \sigma^2 < \varepsilon(\sigma)$  останутся локальные минимум и максимум в  $\varepsilon$ -окрестностях точек  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , а кроме того, появится максимум в точке  $\gamma_0 = |m_\sigma| + \varepsilon_m < \gamma_1$ . Таким образом, у кривой четырёхпараметрической плотности будет два локальных максимума, т.е. распределение окажется бимодальным.

Второе утверждение леммы следует из того, что условие  $\Sigma^2 > m_\Sigma^2$  является необходимым для немонотонности четырёхпараметрического распределения с параметрами  $\Sigma^2, 0, M, m$ , а всякий бимодальный частный случай распределения (1) при  $\sigma^2 \rightarrow 0$  переходит в немонотонный частный случай распределения.

Таким образом, необходимое и достаточное условие немонотонности распределения  $w_3(\gamma)$ , получающегося при устремлении к нулю параметра  $\sigma^2$  в четырёхпараметрическом распределении, является необходимым условием бимодальности последнего. В то же время невыполнение необходимого условия бимодальности, например, неравенства  $\Sigma^2 > m_\Sigma^2$ , является достаточным условием унимодальности, ибо бимодальность и унимодальность являются двумя сторонами альтернативы о виде четырёхпараметрического распределения; как уже отмечалось, ни при каких соотношениях между параметрами плотность вероятности (1) не может иметь более двух локальных максимумов.

Теперь, исходя из доказанной леммы, учитывая необходимые и достаточные условия немонотонности  $w_3(\gamma)$ , некоторые необходимые условия бимодальности распределения (1) можно записать в виде неравенств

$$\sigma_M^2 < M^2; \sigma_m^2 < m^2; \sigma^2/\Sigma^2 < 1; m^2 \neq 0.$$

Кроме того, при  $\sigma^2 \rightarrow 0$  распределение (1) должно переходить в немонотонный частный случай.

Положение локальных максимумов кривой четырёхпараметрической плотности определяется соотношениями между параметрами, причём всегда точка первого (слева) максимума «тяготеет» к значению  $\gamma_I = |m_\sigma| + \varepsilon_1$ , а второго – к значению  $\gamma_{II} = \sqrt{m_\sigma^2 + m_\Sigma^2} - \varepsilon_2$ , где  $\varepsilon_1 > 0$  и  $\varepsilon_2 > 0$  некоторые достаточно малые величины. Соотношение значений  $w_4(\gamma_I)$  и  $w_4(\gamma_{II})$  может быть различным в весьма широких пределах; могут быть случаи, когда  $w_4(\gamma_I) \leq w_4(\gamma_{II})$ , а возможно и обратное неравенство:  $w_4(\gamma_I) > w_4(\gamma_{II})$ .

4. Представляет интерес сравнение кривой четырёхпараметрического распределения с аппроксимирующей её кривой  $m$ -распределения. Сопоставление проведём при нормировке  $\rho = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2}}$ , полагая  $\bar{\gamma}^2$  одинаковым в обоих случаях, параметр

$$m = \frac{(\bar{\gamma}^2)^2}{(\gamma^2 - \bar{\gamma}^2)^2}.$$

Сопоставление соответствующих кривых, построенных по точкам, с применением достаточно эффективного приближённого метода вычисления интеграла, входящего в аналитическую запись плотности (1), приведено на рис. 2.

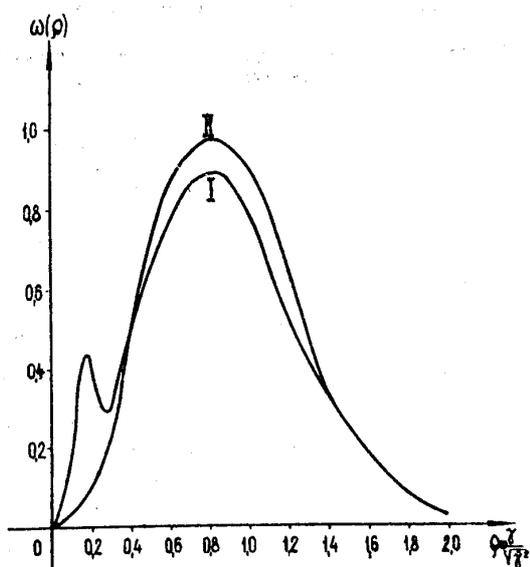


Рис. 2.

На рис. 2 кривая 1 представляет четырёхпараметрическую плотность при  $m_x^2 = 1$ ;  $m_y^2 = 25$ ;  $\sigma_x^2 = 0,01$ ;  $\sigma_y^2 = 5$ , а кривая 2 – соответствующее  $m$ -распределение при  $m = 1,75$ . Это сопоставление показывает, что хорошая аппроксимация достигается в окрестности второго максимума бимодальной плотности (1), в окрестности же её первого максимума расхождение между приведенными кривыми становится заметным. Особенно существенным это различие оказывается при аппроксимации бимодального случая с более «мощным» первым максимумом. Отсюда можно сделать вывод, что возможность приемлемой аппроксимации  $m$ -распределением распределения (1) распространяется, в основном, только на его унимодальные частные случаи.

#### Л и т е р а т у р а

- Л.1. Кловский Д.Д. Самусенко И.М. Четырёхпараметрическое распределение амплитуды и фазы сигнала – обобщенные распределения каналов со случайно меняющимися параметрами. Доклад на секции теории информации XXII Всесоюзной научной сессии, посвящённой Дню радио. М., 1966.
- Л.2. Альперт Я.Л. Распространение радиоволн в ионосфере. Гостехиздат, 1960.
- Л.3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Физматгиз, 1960.

**ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЁМ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ В КАНАЛАХ С ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ СЕЛЕКТИВНОСТЬЮ**

Обширное применение широкополосных сигналов при передаче дискретной информации по многолучевым каналам со случайно меняющимися параметрами характерно для современной техники связи. Большая протяженность широкополосных сигналов во времени заставляет учитывать при этом селективность канала не только по частоте, но и во времени.

Статья посвящена отысканию алгоритмов оптимального приёма в обобщённо-гауссовых (четырёхпараметрических [2]) каналах с частотно-временной селективностью и оценке их помехоустойчивости. В ней развиты и обобщены полученные ранее результаты [1, 2, 4, 6, 7].

1. Линейный канал со случайно меняющимися параметрами может быть описан [3] импульсной переходной характеристикой  $h(\tau, t)$ . При передаче детерминированного сигнала  $S'_l(t)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $l = 1, 2, \dots, m$  процесс на выходе канала

$$S'_l(t) = \int_0^{\infty} h(\tau, t) S_l(t - \tau) d\tau; \quad t \in [0, T_a], \quad (1)$$

где  $T_a = T + \tau_m$ ,  $\tau_m$  – память канала, обусловленная частотной селективностью.

Пусть анализ элементарного сигнала осуществляется на интервале  $T_a$ . Если статистика двумерного процесса  $h(\tau, t)$  гауссова, то сигнал (1) является нормальным случайным процессом, математическое ожидание и корреляционная функция которого определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \overline{S'_l(t)} &= \int_0^{\infty} \overline{h(\tau, t)} S_l(t - \tau) d\tau, \\ K_l(t_1, t_2) &= \iint_0^{\infty} R_h(\tau_1, \tau_2, t_1, t_2) S_l(t_1 - \tau_1) S_l(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \end{aligned}$$

где  $R_h(\tau_1, \tau_2, t_1, t_2)$  – корреляционная функция импульсной переходной характеристики.

Полагаем, что на входе приёмника существует аддитивная помеха типа белого шума с корреляционной функцией  $R_n(t_1, t_2) = \frac{\sigma_0^2}{2} \delta(t_1 - t_2)$ . Сигнал на входе приёмника плюс помеха

$$z(t) = S'_{i\phi}(t) + \overline{S'_l(t)} + n(t) = \overline{S'_l(t)} + \overset{\circ}{z}(t), \quad l = 1, 2, \dots, m,$$

где  $S'_{i\phi}(t) = S'_l(t) - \overline{S'_l(t)}$  – флуктуирующая часть сигнала;  $\overset{\circ}{z}(t) = S'_{i\phi}(t) + n(t)$ .

2. Оптимальный байесовский приёмник осуществляет операцию

$$\frac{W[z(t)|S_l(t)]}{W[z(t)|S_r(t)]} > c_{rl}; \quad r, l = 1, 2, \dots, m; \quad r \neq l,$$

где  $W[z(t)|S_l(t)]$  – условная плотность вероятности приёма  $z(t)$  при заданном  $S_l(t)$ .

Порог  $c_{rl}$  определяется критерием приёма. Алгоритм работы оптимального приёмника по указанному критерию в обобщённо-гауссовом канале принимает вид

$$F_l + H_l > F_r + H_r + \ln c_{rl}. \quad (2)$$

Здесь  $H_l = \frac{1}{\sigma_0^2} \int_0^{T_a} \hat{S}'_{i\phi}(t) \overset{\circ}{z}(t) dt + \frac{2}{\sigma_0^2} \int_0^{T_a} \overline{S'_l(t)} z(t) dt$ ;  $F_l = -\frac{1}{2} \sum_k \ln(1 + \kappa_{lk})$ ;  $\kappa_{lk}$  – собственные числа

интегрального уравнения

$$\frac{2}{\sigma_0^2} \int_0^{T_a} K_l(t, s) \phi_l(s) ds = \kappa_l \phi_l(t), \quad (3)$$

а  $\phi_l(t)$  – собственные функции последнего.

Присутствующую в алгоритме функцию  $\hat{S}'_{l\phi}(t)$  можно рассматривать как оценку флуктуационной части входного сигнала и определять из соотношения  $\hat{S}'_{l\phi}(t) = \sum_k \frac{\kappa_{lk} \theta_{lk}}{\frac{\sigma_0^2}{2} + \kappa_{lk}} \phi_{lk}(t)$ ,

где  $\theta_{lk} = \int_0^{T_a} \dot{z}(t) \phi_{lk}(t) dt$ .

Вопросы реализации алгоритмов типа (2) рассмотрены в литературе подробно [4, 5, 6].

3. Конкретизируем структуру оптимального приёмника (2), обусловленную физической природой реального канала. Как известно, свойства многих физических каналов таковы, что отклик канала на приложенное к нему воздействие может наблюдаться как суперпозиция некоторого числа  $L$  откликов (лучей [1, 2]), смещённых во времени:

$$S'_l(t) = \sum_{i=1}^L [x_i(t) S_l(t - \tau_i) + y_i(t) \tilde{S}_l(t - \tau_i)]. \quad (4)$$

Запись (4) является аналогом представления (1) для канала с дискретной многолучёвостью. Здесь  $x_i(t)$ ,  $y_i(t)$ ,  $\tau_i$  – квадратурные компоненты коэффициента передачи канала и запаздывание по  $i$ -му лучу, волнистая линия означает сопряжение по Гильберту.

Если отдельные лучи не коррелированы между собой, а сигналы достаточно широкополосны для того, чтобы выполнялись условия разделения лучей на приёме

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{T_a} x_i(t) x_j(t) S(t - \tau_i) S(t - \tau_j) dt \\ \int_0^{T_a} y_i(t) y_j(t) \tilde{S}(t - \tau_i) \tilde{S}(t - \tau_j) dt \\ \int_0^{T_a} y_i(t) x_j(t) \tilde{S}(t - \tau_i) S(t - \tau_j) dt \approx 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \right\} = 0, \quad i \neq j \quad (5)$$

то алгоритм обработки сигналов (2) принимает вид

$$\sum_{i=1}^L [F_{li} + H_{li}] > \sum_{i=1}^L [F_{ri} + H_{ri} + \ln c_{ri}]. \quad (6)$$

Для стационарного обобщенно-гауссова канала корреляционная функция и среднее значение сигнала в  $i$ -м луче имеют вид [2]

$$\begin{aligned} K_{li}(t_1, t_2) &= \sigma_{xi}^2 R(t_1 - t_2) S_l(t_1 - \tau_i) S_l(t_2 - \tau_i) + \sigma_{yi}^2 R(t_1 - t_2) \tilde{S}_l(t_1 - \tau_i) \tilde{S}_l(t_2 - \tau_i), \\ \overline{S'_{li}(t)} &= m_{xi} S_l(t - \tau_i) + m_{yi} \tilde{S}_l(t - \tau_i). \end{aligned}$$

Учёт узкополосности радиосигналов ведёт к тому, что собственные функция и собственные числа интегрального уравнения (3) весьма просто выражаются через собственные функции и собственные числа интегрального уравнения [6]

$$\frac{1}{T} \int_0^T R(t-s) \phi(s) ds = \kappa \phi(t), \quad (7)$$

ядром которого является коэффициент корреляции квадратурных компонентов коэффициента передачи канала  $x_i(t)$ ,  $y_i(t)$  [6]:

$$R(t_1 - t_2) = \frac{[x_i(t_1) - m_{xi}][x_i(t_2) - m_{xi}]}{\sigma_{xi}^2} = \frac{[y_i(t_1) - m_{yi}][y_i(t_2) - m_{yi}]}{\sigma_{yi}^2}.$$

Каждой собственной функции  $\phi_k(t)$  и собственному числу  $\kappa_k$  уравнения (7) соответствуют две

собственные функции и два собственных числа ур-ния (3):

$$\begin{aligned}\varphi'_{lki}(t) &= \frac{1}{\sqrt{E_l}} \dot{\varphi}_k(t) S_l(t - \tau_i), \quad \kappa'_{lki} = \sigma_{xi}^2 E_l \kappa_k, \\ \varphi''_{lki}(t) &= \frac{1}{\sqrt{E_l}} \dot{\varphi}_k(t) \tilde{S}_l(t - \tau_i), \quad \kappa''_{lki} = \sigma_{yi}^2 E_l \kappa_k.\end{aligned}$$

Из (6) видно, что оптимальный приёмник должен обрабатывать независимо все  $L$  лучей, результаты суммировать и подавать на решающее устройство.

Для систем, использующих равновероятные сигналы равных энергий ( $E_l = E$ ), алгоритм (6) приёмника, работающего по критерию идеального наблюдателя, переписывается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^L H_{li} > \sum_{i=1}^L H_{ri} \quad (8)$$

Анализ полученных алгоритмов показывает, что важнейшей операцией, которую осуществляет оптимальный байесовский приёмник, является вычисление корреляции между входным сигналом и его оценкой  $\hat{S}'_{\phi}(t)$ , полученной в предположении передачи некоторого сигнала  $S_l(t)$  [4]. Эта оценка будет «хорошей», если  $l$ -й сигнал действительно содержится во входном колебании, и «плохой», если во входном колебании содержится сигнал другой позиции. Если же произвести оценку не самих информационных сигналов, а параметров канала, используя при этом дополнительные (неинформационные) испытательные сигналы [2], можно получать, в принципе, «хорошие» оценки ожидаемых сигналов всех  $m$  позиций на выходе канала независимо от того, какой сигнал передавался в действительности. При этом выигрыш второго способа по сравнению с первым в помехоустойчивости достигается за счет проигрыша в пропускной способности. Представляет несомненный интерес количественное сравнение помехоустойчивости обоих методов.

4. Определим помехоустойчивость оптимального алгоритма (8) приёма сигналов, ортогональных в усиленном смысле в условиях селективных замираний по частоте и времени.

Для расчёта вероятности ошибки преобразуем (6) к виду

$$Q_l > Q_r; \quad r, l = 1, 2, \dots, m; \quad r \neq l, \quad (9)$$

где  $Q_l = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N (u_{lki}^2 + v_{lki}^2)$ .

Величины  $u_{lki}$  и  $v_{lki}$  распределены нормально, взаимонезависимы и имеют параметры:

$$\begin{aligned}\overline{u_{lki}} &= m_{xi} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 + 2\kappa'_{lki}}{\sigma_0^2 \kappa'_{lki}}} \int_0^T S_l(t - \tau_i) \varphi'_{lki}(t) dt; \quad \overline{u_{lki}^2} = \frac{2\kappa'_{lki}}{\sigma_0^2}, \\ \overline{v_{lki}} &= m_{yi} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 + 2\kappa''_{lki}}{\sigma_0^2 \kappa''_{lki}}} \int_0^T \tilde{S}_l(t - \tau_i) \varphi''_{lki}(t) dt; \quad \overline{v_{lki}^2} = \frac{2\kappa''_{lki}}{\sigma_0^2} \\ \overline{u_{rki}} &= \frac{m_{xi}}{\kappa'_{rki}} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 \kappa'_{rki}}{\sigma_0^2 + 2\kappa'_{rki}}} \int_0^T S_r(t - \tau_i) \varphi'_{rki}(t) dt, \quad \overline{u_{rki}^2} = \frac{2\kappa'_{rki}}{\sigma_0^2 + 2\kappa'_{rki}} \\ \overline{v_{rki}} &= \frac{m_{yi}}{\kappa''_{rki}} \sqrt{\frac{\sigma_0^2 \kappa''_{rki}}{\sigma_0^2 + 2\kappa''_{rki}}} \int_0^T \tilde{S}_r(t - \tau_i) \varphi''_{rki}(t) dt; \quad \overline{v_{rki}^2} = \frac{2\kappa''_{rki}}{\sigma_0^2 + 2\kappa''_{rki}}.\end{aligned}$$

Число  $N$  определяется произведением длительности сигнала  $T$  на полосу замираний канала  $\Delta f$  [6]:

$$N \approx [T\Delta f] + 1.$$

Вероятность ошибки равна

$$p_{\text{ош}} = 1 - \overline{[1 - P(Q_l)]_{Q_l}^{m-1}}. \quad (10)$$

Здесь  $P(Q_l)$  – вероятность того, что случайная величина  $Q_r$  превысит некоторый случайный уровень  $Q_l$ . Вероятность ошибок в общем случае можно рассчитывать при помощи характеристической функции, которая легко определяется.

Для бинарной системы  $m = 2$  в рэлеевском канале

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \frac{1}{1 + 2\overline{h_i^2} \kappa_k} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N \frac{1 + 2\overline{h_j^2} \kappa_l}{1 - \frac{\overline{h_j^2} \kappa_l}{\overline{h_i^2} \kappa_k}} \frac{1}{1 + \frac{\overline{h_j^2} \kappa_l}{\overline{h_i^2} \kappa_k} (1 + 2\overline{h_i^2} \kappa_k)}, \quad (11)$$

где  $\overline{h_i^2} = 2\sigma_i^2 \frac{E}{\sigma_0^2}$ . При

$$\overline{h_{xi}^2} \kappa_k = \sigma_{xi}^2 \frac{E}{\sigma_0^2} \kappa_k \gg 1 \quad \text{и} \quad \overline{h_{yi}^2} \kappa_k = \sigma_{yi}^2 \frac{E}{\sigma_0^2} \kappa_k \gg 1$$

выполняются условия  $\overline{u_{rki}} \rightarrow 0$ ,  $\overline{v_{rki}} \rightarrow 0$  и  $\overline{u_{rki}^2} \approx \overline{v_{rki}^2} \approx 1$ , т. е. распределение правой части (9) становится  $\chi^2$ -распределением с  $NL$  степенями свободы. Вероятность  $P(Q_l)$  принимает вид:

$$P(Q_l) = e^{-Q_l} \sum_{r=0}^{NL-1} \frac{Q_l^r}{r!}, \quad (12)$$

Формулу (10) после подстановки в неё (12) и использования

$\left[ \sum_{r=0}^{R-1} \frac{x^r}{r!} e^{-x} \right]^n = \sum_{m=0}^{n(R-1)} d_m x^m e^{-nx}$  можно записать так:

$$P_{\text{ош}} = \left[ \sum_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} C_n^{m-1} \sum_{j=0}^{n(NL-1)} (-1)^j d_j n^{-j} \left( \frac{\partial^j}{\partial \mu^j} e^{-\mu Q_l} \right)_{\mu=1} \right]_{Q_l}, \quad (13)$$

Усредняя (13) по совокупности нормальных величин, определяющих  $Q_l$  для оговоренной выше области малых ошибок, получим

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{[2\overline{h^2}]^{NL}} \prod_{i=1}^L \frac{(1 + \beta_i^2)^N (1 + q_i^2)^N}{\delta_i^{2N} \beta_i^N} \exp \left[ -\frac{\alpha q_i^2 (1 + \beta_i^2)}{2\beta_i^2} (\cos^2 \varphi_{pi} + \beta_i^2 \sin^2 \varphi_{pi}) \right] \times \\ \times \frac{1}{\prod_{k=1}^N \kappa_k} \sum_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} C_n^{m-1} \sum_{j=0}^{n(NL-1)} d_j n^{-j-NL} \frac{(NL + j - 1)!}{(NL - 1)!}, \quad (14)$$

где  $q_i^2 = \frac{m_{xi}^2 + m_{yi}^2}{\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2}$ ,  $\beta_i^2 = \frac{\sigma_{xi}^2}{\sigma_{yi}^2}$ ,  $\varphi_{pi} = \arctg \frac{m_{yi}}{m_{xi}}$ ,  $\overline{h_i^2} = (m_{xi}^2 + m_{yi}^2 + \sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2) \frac{E}{\sigma_0^2} = \delta_i^2 \overline{h^2}$  – параметры,

характеризующие канал. Если они одинаковы для всех  $L$  лучей, будем называть лучи одинаковыми в среднем.

Коэффициент  $\alpha$  в ф-ле (14) равен:

$$\alpha = \int_0^T \int_0^T B(t, s) dt ds,$$

где  $B(t, s)$  – взаимное ядро, ассоциированное с  $R(t-s)$ , удовлетворяющее уравнению  $\int_0^T B(t, u) R(u, s) du = \delta(t-s)$ . Если  $R(t-s) = 1$ , то  $\alpha = 1$  ( $\Delta f T \ll 1$ ).

Для экспоненциальной корреляционной функции  $R(t-s) = e^{-2\Delta f |t-s|}$

$$\alpha = 8B \sum_{k=1}^N \frac{1}{\omega_{2k-1}^2 (1 + \kappa_{2k-1})}, \quad \kappa_v = \frac{4B}{4B^2 + \omega_v^2},$$

где  $B = \Delta f T$ ,  $\omega_k$  – положительный корень уравнения [8]  $\text{tg } \omega = -\frac{4B\omega}{4B^2 - \omega^2}$ . Можно показать, что

увеличение  $B$  ведёт к росту параметра  $\alpha$ .

Для бинарной системы ( $m = 2$ ) в канале с одинаковыми в среднем лучами вероятность ошибки (14) преобразуется следующим образом:

$$P_{\text{ош}} = \frac{[(1+\beta^2)(1+q^2)]^{NL}}{(2h^2\beta)^{NL}} C_{2NL-1}^{NL} \prod_{k=1}^N \frac{1}{\kappa_k^L} \exp\left[-\frac{\alpha L q^2}{2\beta^2} (\cos^2 \varphi_p + \beta^2 \sin^2 \varphi_p)\right]. \quad (15)$$

Множитель при  $\frac{1}{(h^2)^{NL}}$  в формулах (14), (15) показывает значение энергетического проигрыша

(выигрыша), связанного с переходом от канала одного типа к каналу другого типа. Нетрудно показать, что наибольший выигрыш достигается в каналах с одинаковыми в среднем лучами. Увеличение числа лучей и скорости замираний ведёт к снижению вероятности ошибки в оптимальном приёмнике, однако при одинаковых в среднем лучах первый фактор оказывает относительно большее влияние, чем второй. Анализ показывает, что статистика замираний сильно влияет на помехоустойчивость.

Наихудшим в рамках нашей обобщённо-гауссовой модели является однолучевой подрэлеевский канал ( $q^2 = 0$ ,  $\beta^2 < 1$ ), наилучшим – канал, в котором слабо флуктуирующий компонент ( $\beta^2 \ll 1$ ) имеет ярко выраженную регулярную часть ( $\varphi_p \approx 0$ ). Заметим, что при  $L = 1$  из ф-лы (11) следует результат, полученный в [6].

5. Если допустить, что при помощи испытательных импульсов параметры канала в каждый момент времени точно измерены, легко прийти к алгоритму В. А. Котельникова для приёма точно известных сигналов. При этом вероятность ошибки в системе двух равновероятных сигналов равных энергий может быть определена из соотношения

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \Phi \left[ \sqrt{\frac{\int_0^{T_s} \xi^2(t) dt}{2\sigma_0^2}} \right] \right\}, \quad (16)$$

где  $\xi(t) = \sum_{i=1}^L \{x_i(t)[S_1(t-\tau_i) - S_0(t-\tau_i)] + y_i(t)[\tilde{S}_1(t-\tau_i) - \tilde{S}_0(t-\tau_i)]\}$ .

Видимо, более правильно было бы назвать вероятность (16) нижней границей вероятности ошибки в системе с изучением канала испытательными сигналами.

Определим среднюю вероятность ошибки, полагая, что выполняются условия разделения лучей на приёме (5).

Введем нормированные сигналы:

$$u_i(t) = x_i(t) \frac{S_1(t-\tau_i) - S_0(t-\tau_i)}{\sqrt{\frac{2E}{T}}} = x_i(t) Z_i(t), \quad (17)$$

$$v_i(t) = y_i(t) \frac{\tilde{S}_1(t-\tau_i) - \tilde{S}_0(t-\tau_i)}{\sqrt{\frac{2E}{T}}} = y_i(t) \tilde{Z}_i(t),$$

Средние значения и корреляционные функции сигналов (17):

$$a_i(t) = \overline{u_i(t)} = m_{x_i} Z_i(t), \quad b_i(t) = \overline{v_i(t)} = m_{y_i} \tilde{Z}_i(t), \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{u_i}(t_1, t_2) &= \sigma_{x_i}^2 R(t_1 - t_2) Z_i(t_1) Z_i(t_2) \\ K_{v_i}(t_1, t_2) &= \sigma_{y_i}^2 R(t_1 - t_2) \tilde{Z}_i(t_1) \tilde{Z}_i(t_2) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Разложив (17), (18) по собственным функциям ядер (19) и усреднив (16) по многомерным нормальным плотностям процессов  $u_i(t), v_i(t)$ , получим выражение для средней вероятности

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dt}{1+t^2} \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \left[ \frac{1+t^2}{1+t^2 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h_{xi}^2}} a_{ki}^2 + \frac{1+t^2}{1+t^2 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h_{yi}^2}} b_{ki}^2 \right] \right\}}{\sqrt{\prod_{k=1}^N \prod_{i=1}^L \lambda \kappa_k h_{xi}^2 \left( 1+t^2 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h_{xi}^2} \right) \times \prod_{k=1}^N \prod_{i=1}^L \lambda \kappa_k h_{yi}^2 \left( 1+t^2 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h_{yi}^2} \right)}}. \quad (20)$$

Здесь  $\kappa_k$  – собственное значение ур-ния (7);

$$a_{ki} = \sqrt{\mu_{ki}} \int_0^T a_i(t) \varphi_{ki}(t) dt; \quad \mu_{ki} = \frac{\kappa_k}{T \sigma_{xi}^2}; \quad b_{ki} = \sqrt{\nu_{ki}} \int_0^T b_i(t) \psi_{ki}(t) dt; \quad \nu_{ki} = \frac{\kappa_k}{T \sigma_{yi}^2};$$

$$\varphi_{ki}(t) = \dot{\varphi}_k(t) Z_i(t); \quad \psi_{ki}(t) = \dot{\varphi}_k(t) \tilde{Z}_i(t),$$

$\dot{\varphi}_k(t)$  – собственная функция уравнения (7).

Коэффициент  $\lambda=1$  для ЧТ и  $\lambda=2$  для ФТ [2]. В общем случае расчёт вероятности ошибки по ф-ле (20) нужно вести численными методами. Рассмотрим несколько частных случаев.

1) Для рэлеевского канала с различными в среднем лучами

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h_i^2}}} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^L \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_n h_l^2}{\kappa_k h_i^2}} \right].$$

2) Для рэлеевского канала с одинаковыми в среднем лучами [ $a_i(t) = b_i(t) = 0$ ,  $\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{y_i}^2 = \sigma^2$ ] выражение для вероятности ошибки при произвольном числе лучей получить затруднительно, приведем формулы лишь для случаев  $L=1, 2, 3$ :

$$P_{\text{ош}(L=1)} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h^2}}} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k}} \right],$$

$$P_{\text{ош}(L=2)} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h^2}}} \left[ 1 + \frac{1}{2(1 + \lambda \kappa_k h^2)} - 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k}} \right] \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k}} \right\},$$

$$P_{\text{ош}(L=3)} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{\left( 1 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h^2} \right)^3}} \left[ 1 + \frac{1}{2\lambda \kappa_k h^2} + \frac{3}{16 \lambda^2 \kappa_k^2 (h^2)^2} + \lambda \kappa_k h^2 \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{\left( 1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k} \right)^2} \left( 1 + \frac{\kappa_i + \kappa_k}{2\kappa_i \kappa_k \lambda h^2} \right) + \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda \kappa_k h^2}} \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{1}{1 + \lambda \kappa_k h^2} - 3 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k}} \right) \right]^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{1 - \frac{\kappa_i}{\kappa_k}} \right\}.$$

3) В области малых ошибок ( $\kappa_k \overline{h_{xi}^2} \gg 1$ ,  $\kappa_k \overline{h_{yi}^2} \gg 1$ ) нетрудно получить из (20)

$$P_{\text{ош}} = \frac{C_{2NL-1}^{NL}}{(\lambda \overline{h^2})^{NL} 2^{2NL} \prod_{k=1}^N \kappa_k^L} \frac{\exp \left[ -\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^L \frac{q_i^2 (1 + \beta_i^2)}{\beta_i^2} (\cos^2 \varphi_{pi} + \beta_i^2 \sin^2 \varphi_{pi}) \right]}{\prod_{i=1}^L \frac{\delta_i^{2N} \beta_i^N}{(1 + \beta_i^2)^N (1 + q^2)^N}}. \quad (21)$$

Для одинаковых в среднем лучей из ф-лы (21) следует

$$P_{\text{ош}} = \frac{C_{2NL-1}^{NL}}{(\lambda \overline{h^2})^{NL} 2^{2NL} \prod_{k=1}^N \kappa_k^L} \frac{\exp \left[ -\frac{\alpha L}{2} \frac{q^2 (1 + \beta^2)}{\beta^2} (\cos^2 \varphi_p + \beta^2 \sin^2 \varphi_p) \right]}{\left[ \frac{\beta}{(1 + \beta^2)^N (1 + q^2)^N} \right]^{LN}}. \quad (22)$$

В выражениях (21), (22) параметр  $\alpha$  находится из (11).

Анализ полученных результатов показывает, что выводы о влиянии параметров канала на вероятность ошибки в оптимальном приёмнике целиком переносятся на приёмник, располагающий точными знаниями параметров канала.

Сравнение помехоустойчивости двух названных приёмников [ф-лы (15) и (22)] показывает, что изучение канала при помощи испытательных сигналов позволяет значительно повысить помехоустойчивость приёма. В области малых ошибок при использовании ортогональных сигналов энергетический выигрыш приёма с изучением канала по сравнению с оптимальным составляет  $3LN$  дб вне зависимости от статистических параметров канала.

**Выводы.** 1. Существуют, по крайней мере, два способа приёма сигналов в каналах с частотно-временной селективностью: оптимальный приём с использованием среднестатистических данных о канале и приём с изучением канала испытательными сигналами. Второй способ обеспечивает значительный выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с первым при произвольной статистике канала и составляет для бинарной системы ортогональных сигналов  $3LN$  дб.

2. Учёт и использование частотно-временной селективности канала позволяет достигнуть в рассмотренных схемах эффекта  $LN$ -кратного разнесения.

3. Статистика флуктуаций в канале оказывает большое влияние на помехоустойчивость рассмотренных методов приёма.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Ф и н к. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1963.
2. Д. Д. К л о в с к и й. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М., «Связь», 1969.
3. Т. К е й л о с. Каналы с параметрами, изменяющимися во времени. Лекции по теории систем связи. Пер. под ред. Б. Р. Левина, М., «Мир», 1964.
4. Д ж. В о з е н к р а ф т. Последовательный приём при связи через канал с параметрами, изменяющимися во времени. Лекции по теории систем связи. Пер. под ред. Б. Р. Левина. М.; «Мир», 1964.
5. Д. М и д д л т о н. Введение в статистическую теорию связи, т. 2. М., «Советское радио», 1962.
6. Е. З. Ф и н к е л ь ш т е й н. Кандидатская диссертация, ЛЭИС. 1967.
7. М. А. Б ы х о в с к и й. Проблемы передачи информации. Вып. 1, т. V, 1969.
8. В. С. П у г а ч е в. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.

Статья поступила 25 марта 1970 г., после доработки – 8 июня 1970 г.

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ МНОГОЛУЧЕВЫХ КАНАЛОВ

Кловский Д. Д., Соيفер В. А.

Определена пропускная способность многолучевых каналов в условиях медленных замираний. Статистика каждого из  $N$  лучей описывается обобщенной гауссовской моделью. Пропускная способность определяется как в условиях раздельного приема, так и в условиях невозможности раздельного приема. В первом из этих случаев анализируются два способа комбинирования лучей: некогерентное сложение и синфазирование.

1. В большинстве известных авторам работ пропускная способность определялась для однолучевого (в нашей терминологии) канала с рэлеевским [1, 2] или райсовским [3] распределениями, а также для двухлучевого канала с нефлуктуирующей амплитудной характеристикой [4].

В настоящей работе исследуется пропускная способность многолучевых каналов с весьма общими статистическими свойствами. Важность такого рода задачи отмечалась В. И. Сифоровым [5]. Ее решение открывает возможность объективной оценки различных методов комбинирования лучей. Актуальность этого вопроса очевидна с развитием систем радиосвязи с шумоподобными сигналами, допускающих полное или частичное разделение лучей.

Нами рассматривается канал с произвольным числом флуктуирующих лучей. Замирания в каждом луче вследствие узкополосности\* входных сигналов считаются гладкими по частоте. Поведение произвольного  $k$ -го ( $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ) луча описывается случайным комплексным коэффициентом передачи  $\dot{\gamma}_k(t) = \gamma_k(t) e^{j\varphi_k(t)} = x_k(t) + jy_k(t)$ , ортогональные составляющие которого  $x_k(t)$  и  $y_k(t)$  суть нормальные стационарные случайные процессы с произвольными математическими ожиданиями и дисперсиями. Такая статистика может быть названа обобщенной гауссовской и приводит к четырехпараметрическому распределению амплитуд и фаз [6].

Нормальность распределения для  $\dot{\gamma}_k(t)$  можно объяснить тем, что каждый отдельный луч в каналах с рассеянием образован суммированием большого числа ограниченных по мощности «подлучей» [6], т. е.

$$\dot{\gamma}_k(t) = \sum_{l=1}^L \dot{\gamma}_{k,l}(t),$$

где  $\dot{\gamma}_{k,l}(t)$  – коэффициент передачи для  $l$ -го подлуча в  $k$ -м луче;  $L$  – число подлучей.

В дальнейшем аргумент времени у коэффициента передачи мы опускаем, поскольку замирания считаются медленными [2]. При подаче на вход канала сигнала  $s(t)$  колебание на выходе его может быть представлено в виде (при отсутствии аддитивного шума)

$$\begin{aligned} s'(t) &= \sum_{k=1}^N x_k s(t - \zeta_k) + y_k \tilde{s}(t - \zeta_k) = \\ &= \sum_{k=1}^N \gamma_k \cos \varphi_k s(t - \zeta_k) + \gamma_k \sin \varphi_k \tilde{s}(t - \zeta_k). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\tilde{s}$  означает сопряжение по Гильберту,  $\zeta_k$  – запаздывание  $k$ -го луча. В дальнейших выражениях  $\zeta_k$  фигурировать не будет, поскольку мы анализируем две крайние ситуации, имеющие большой практический смысл: 1) используемые сигналы и свойства канала не позволяют произвести разделение лучей; 2) запаздывания точно известны и допускается полное разделение лучей.

В предположении медленных замираний будет определена пропускная способность канала с «белым» гауссовским шумом как в условиях раздельного приема лучей (некогерентного сложения и синфазирования), так и в условиях невозможности осуществления раздельного приема. В случае приема с разделением лучей пропускная способность определяется для расширенного канала, включающего устройство разделения и комбинирования лучей. Полагаем, что вся полоса частот канала эффективно используется для передачи информации, а сигнал на выходе схемы разделения остается непрерывным. Например, производится разделение лучей узконаправленной антенной по углам прихода. В последнем случае выходом канала следует считать устройство, суммирующее лучи.

2. Если параметры канала меняются медленно, их статистика неизменна в пределах частотной полосы сигнала, имеющего фиксированную среднюю мощность  $P_c$ , а в канале действует аддитивная флуктуационная помеха, «белый» гауссовский шум, то пропускная способность многолучевого канала, согласно Б. С. Цыбакову

\* Это справедливо и для радиосистем с шумоподобными сигналами.

[3, 4], определяется формулой

$$\overline{C_N} = F_c \ln \left( 1 + \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \Phi \right), \quad (2)$$

где  $P_{\text{ш}}$  – средняя мощность шума;

$$\Phi = \left| \sum_{k=1}^N \dot{\gamma}_k \right|^2 \quad (3)$$

– функция, определяемая параметрами канала и способом комбинирования лучей в месте приема.

Рассмотрим несколько идеализированную, однако близкую к реальной в условиях медленных замираний, ситуацию, когда величины  $\dot{\gamma}_k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ , в каждый момент времени точно известны на приемном конце. Этого можно достигнуть, непрерывно осуществляя измерения флуктуирующих параметров канала. Знание величин  $\dot{\gamma}_k$  позволяет в принципе осуществить любой способ разнесенного приема (комбинирования лучей). Здесь рассматриваются два наиболее распространенных способа разнесения: некогерентное сложение лучей и синфазное сложение.

В первом случае из колебания (1) выделяются все  $N$  лучей, которые затем складываются с весами, пропорциональными мощностям соответствующих коэффициентов передачи (величинам  $\gamma_k^2$ ). Такой способ разделения удобен для практики потому, что сигналы, соответствующие разделенным лучам, в этом случае могут суммироваться на уровне огибающих. Во втором случае после разделения лучей, входящих в колебание (1), производится компенсация фазовых сдвигов  $\phi_k$  (которые в условиях решаемой задачи считаются точно известными), а затем осуществляется сложение лучей с весами, пропорциональными модулям коэффициентов передачи (величинам  $\gamma_k$ ). Сложение сигналов, соответствующих разделенным лучам» в этом случае должно выполняться на уровне мгновенных значений колебаний.

Усреднение в (2) выполняется по случайной величине  $\Phi$ . Поскольку вид функции  $\Phi$  зависит от способа разделения лучей, то и пропускная способность расширенного канала в определении (2) оказывается зависимой не только от статистики замираний, но и от способа обработки входных сигналов приемным устройством. Для удобства пропускная способность будет измеряться в натуральных единицах. Формально  $\overline{C_N}$  можно интерпретировать как результат усреднения по  $\Phi$  выражения К. Шеннона [7] для пропускной способности канала с «белым» шумом и средней (для фиксированного  $\Phi$ ) мощностью сигнала

$$P_c' = P_c \Phi.$$

В качестве числовой характеристики многолучевого канала с замираниями будем рассматривать величину [4, 6]

$$\eta = \overline{C_N} / C, \quad (4)$$

где  $C$  имеет смысл пропускной способности канала без замираний со средней мощностью сигнала в месте приема, равной средней мощности сигнала в многолучевом канале

$$C = F_c \ln (1 + \rho^2), \quad (5)$$

$\rho^2 = \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \overline{\Phi}$  – отношение сигнал/шум в среднестатистическом смысле.

3. При раздельном приеме и некогерентном сложении лучей функция:  $\Phi$  определяется выражением

$$\Phi = \sum_{k=1}^N \gamma_k^2 = \sum_{k=1}^N x_k^2 + y_k^2. \quad (6)$$

Правая часть формулы (6) выражает норму  $2N$ -мерного вектора, координаты которого являются нормальными случайными величинами, в общем случае коррелированными между собой. Однако, совершая ортогональное преобразование координатных осей, всегда можно перейти к вектору, определяемому совокупностью  $2N$  независимых нормальных величин  $z_r$  с параметрами  $(m_r; \sigma_r^2)$ , зависящими от двух первых моментов исходной совокупности [8].

С учетом этого замечания представим формулу (2) в виде

$$\overline{C_N} = F_c \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \sum_{k=1}^{2N} z_r^2 \right) W(z_1) \dots W(z_{2N}) dz_1 \dots dz_{2N}. \quad (7)$$

Используя в формуле (7) одно из возможных интегральных представлений логарифма

$$\ln(1 + \alpha) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} (1 - e^{-\alpha t}) dt \quad (8)$$

и интегрируя по совокупности переменных  $z$ , получим

$$\overline{C_N} = F_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} \left\{ 1 - \prod_{r=1}^{2N} \frac{\exp \left( \frac{-tm_r^2 P_c / P_{\text{ш}}}{1 + t \cdot 2\sigma_r^2 P_c / P_{\text{ш}}} \right)}{\sqrt{1 + t \cdot 2\sigma_r^2 P_c / P_{\text{ш}}}} \right\} dt. \quad (9)$$

Производя в выражении (9) замену переменной  $u = t \cdot \rho^2$ , получим

$$\overline{C}_N = F_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{u}{\rho^2}\right\}}{u} \left\{ 1 - \prod_{r=1}^{2N} \frac{\exp\left(-\frac{um_r'^2}{1+2u\sigma_r'^2}\right)}{\sqrt{1+2u\sigma_r'^2}} \right\} du.$$

Полагаем, что в формулах (9), (10) параметры, относящиеся к одному лучу, сгруппированы парами в порядке возрастания индекса  $r$ , т. е. первый луч  $(m_1; m_2; \sigma_1^2; \sigma_2^2)$ , второй  $(m_3; m_4; \sigma_3^2; \sigma_4^2)$  и т. д. В качестве параметров произвольного (для определенности первого) луча удобно выбрать следующие [6]:  $q_1 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ ;  $\beta_1^2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ ;  $\varphi_p = \arctg m_2/m_1$ . Области изменения:  $0 \leq q^2 \leq \infty$ ;  $0 < \beta^2 \leq 1$ ;  $0 \leq \varphi_p \leq \pi/2$ . Если эти параметры одинаковы для всех  $N$  лучей, будем называть лучи одинаковыми в среднем. Входящие в формулу (10) величины  $m_r'$ ;  $\sigma_r'$  могут быть

выражены через совокупность всех  $q^2$ ;  $\beta^2$ ;  $\varphi_p$ .

Из формулы (10) следует, что с ростом числа лучей пропускная способность канала возрастает. При  $N \rightarrow \infty$ , переходя под знаком интеграла к пределу и используя предельное соотношение  $\lim_{N \rightarrow \infty} (1+1/N)^{Nb} = e^b$ , можно получить (10)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \overline{C}_N = F_c \ln(1 + \overline{\Phi} P_c / P_{ш}) = C, \quad (11)$$

т. е. с ростом числа лучей пропускная способность многолучевого канала с замираниями при раздельном приеме лучей стремится к пропускной способности канала без замираний, определяемой формулой К. Шеннона. Подобное утверждение было ранее высказано В. И. Сифоровым [9].

Формула (10) удобна для численных расчетов и позволяет получить аналитические решения во многих частных случаях. Из последних мы приведем только те, которые были получены ранее другими авторами. Для однолучевого райсовского канала получаем формулу Б. С. Цыбакова [3]

$$C_1 = F_c \left\{ e^{-q^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n!)^2} q^{2n} \frac{\partial^n}{\partial \mu^n} \left[ \frac{1}{\mu} \exp\left(\frac{\mu(1+q^2)}{\rho^2}\right) \text{Ei}\left(\frac{-\mu(1+q^2)}{\rho^2}\right) \right]_{\mu=1} \right\}, \quad (12)$$

а для рэлеевского ( $q^2 = 0$ ) широко известное соотношение В. И. Сифорова [1]

$$\overline{C}_1 = -F_c \exp\left\{\frac{1}{\rho^2}\right\} \text{Ei}\left(-\frac{1}{\rho^2}\right). \quad (13)$$

Для канала без замираний, положив в формуле (10)  $\sigma_r'^2 = 0$  и учтя соотношение (8), получим формулу К. Шеннона [7]

$$C = F_c \ln(1 + \rho^2). \quad (14)$$

Графики относительной пропускной способности  $\overline{C}_N$  как функция отношения сигнал/шум при различных параметрах канала, построенные с использованием формулы (10), приведены на рис. 1–3.

**4.** Считаем, что в условиях медленных замираний случайные взаимные фазовые сдвиги лучей точно известны приемнику и это

позволяет компенсировать их, т. е. осуществлять синфазирование лучей, реализованное, например, в системе Рейк [10]. При этом можно, положить условно  $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_N = 0$ , что позволяет записать выражение для  $\Phi$

$$\Phi = \left( \sum_{k=1}^N \gamma_k \right)^2. \quad (15)$$

Сравнение выражений (15) и (5) показывает, что синфазирование лучей открывает принципиальную возможность повышения пропускной способности. Рассмотрим этот вопрос с количественной стороны.

Полагаем, что распределение модуля  $\gamma = \sqrt{x^2 + y^2}$  описывается обобщенным («четырепараметрическим» [6]) законом, весьма удобная запись которого имеет вид [11]:

$$W_1(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n}{n!} \sigma^{2n} \frac{\partial^{2n}}{\partial m_1^n \partial m_{II}^n} \left\{ \frac{\gamma}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{\gamma^2 + m_1^2 + m_{II}^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\gamma \sqrt{m_1^2 + m_{II}^2}}{\sigma^2}\right) \right\}, \quad (16)$$

$$\text{где } \sigma^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2}, R = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}, m_1 = \frac{m_x - m_y}{\sqrt{2}}, m_{II} = \frac{m_x + m_y}{\sqrt{2}}.$$

В дальнейшем рассмотрим только двухлучевой канал с независимыми лучами. Рассмотрение канала с произвольным числом независимых лучей по изложенной ниже (для двухлучевого канала) методике не вызывает принципиальных трудностей, но дает весьма громоздкое решение, которое здесь не приводится. Итак, в указанных условиях будем определять пропускную способность из соотношения

$$\overline{\hat{C}}_2 = F_c \int_0^\infty \int_0^\infty \ln(1 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2 P_c / P_{\text{ш}}) W_1(\gamma_1) W_2(\gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2. \quad (17)$$

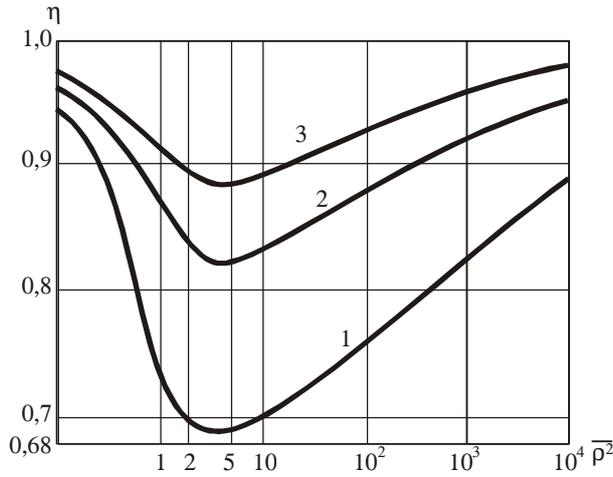


Рис. 1. Относительная пропускная способность однолучевого канала: 1 – подрэлеевского ( $\beta^2 = 0,1$ ), 2 – рэлеевского, 3 – райсовского ( $q^2 = 2$ )

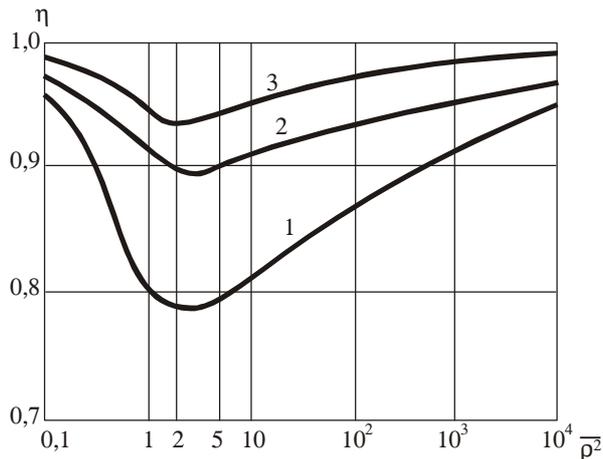


Рис. 2. Относительная пропускная способность двухлучевого (с одинаковыми в среднем лучами) канала: 1 – подрэлеевского ( $\beta^2 = 0,1$ ), 2 – рэлеевского, 3 – райсовского ( $q^2 = 2$ )

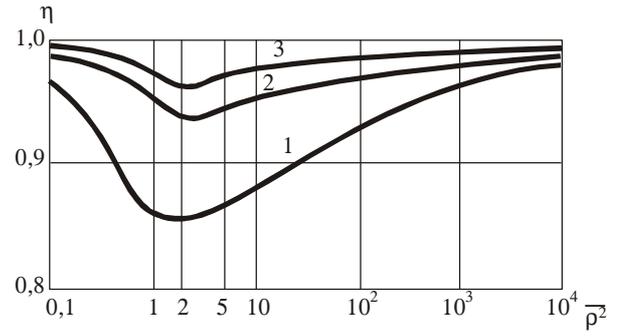


Рис. 3. Относительная пропускная способность трёхлучевого (с одинаковыми в среднем лучами) канала: 1 – подрэлеевского ( $\beta^2 = 0,1$ ), 2 – рэлеевского, 3 – райсовского ( $q^2 = 2$ )

Используя интегральное представление (8), получим

$$\overline{\hat{C}}_2 = F_c \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t} [1 - I(t)] dt, \quad (18)$$

где

$$I(t) = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}(\gamma_1 + \gamma_2)^2 t\right) W_1(\gamma_1) W_2(\gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2 \quad (19)$$

Для интегрирования (19) разлагаем экспоненту с показателем  $2\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}\gamma_1\gamma_2$  в ряд. Тогда

$$I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} \left(-\sigma_1 \sigma_2 \frac{P_c}{P_{\text{ш}}}\right)^n}{n!} \prod_{i=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{R_i^k}{k!} \sigma_i^{2k} \frac{\partial^{2k}}{\partial m_{li}^k \partial m_{\text{ш}}^k} \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)}{\sqrt{\left(1 + 2\sigma_i^2 \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} t\right)^{n+2}}} \exp\left[-\frac{(m_{li}^2 + m_{\text{ш}}^2) t P_c / P_{\text{ш}}}{1 + 2\sigma_i^2 t P_c / P_{\text{ш}}}\right] \times \\ \times {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}; 1; -\frac{m_{li}^2 + m_{\text{ш}}^2}{2\sigma_i^2 (1 + 2\sigma_i^2 t P_c / P_{\text{ш}})}\right). \quad (20)$$

Для рэлеевского канала с двумя одинаковыми в среднем лучами из формул (18), (19) можно получить

$$\overline{\hat{C}}_2 = \overline{C}_2 + F_c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)}{n!(n+1)!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial \mu^{n-1}} \left[ \sum_{k=1}^{n-1} (k-1)! \left(\frac{-\mu P_{\text{ш}}}{2\sigma_i^2 P}\right)^{n+2-k} - \left(\frac{\mu P_{\text{ш}}}{2\sigma_i^2 P}\right)^{n+1} \exp\left(\frac{\mu P_{\text{ш}}}{2\sigma_i^2 P}\right) \text{Ei}\left(\frac{-\mu P_{\text{ш}}}{2\sigma_i^2 P}\right) \right]_{\mu=1}, \quad (21)$$

где

$$\bar{C}_2 = F_c \left[ -\exp\left(\frac{P_w}{2\sigma_i^2 P}\right) \text{Ei}\left(\frac{-P_w}{2\sigma_i^2 P}\right) + \frac{P_w}{2\sigma_i^2 P} \exp\left(\frac{P_w}{2\sigma_i^2 P}\right) \text{Ei}\left(\frac{-P_w}{2\sigma_i^2 P}\right) + 1 \right] \quad (22)$$

– пропускная способность соответствующего канала при некогерентном сложении лучей (она может быть также определена из формулы (10)).

Можно показать, что второе слагаемое в правой части формулы (21) всегда положительно. Значения относительно прироста пропускной способности  $\delta = (\bar{C}_2 - \bar{C}_2) / \bar{C}_2$  приведены на рис. 4.

5. Если разделение лучей производится не может, функция  $\Phi$ , согласно формуле (3), приводится к виду

$$\Phi = \left| \sum_{k=1}^N x_k + j \sum_{k=1}^N y_k \right|^2 = \left| \sum_{k=1}^N \gamma_k \cos \varphi_k + j \sum_{k=1}^N \gamma_k \sin \varphi_k \right|^2. \quad (23)$$

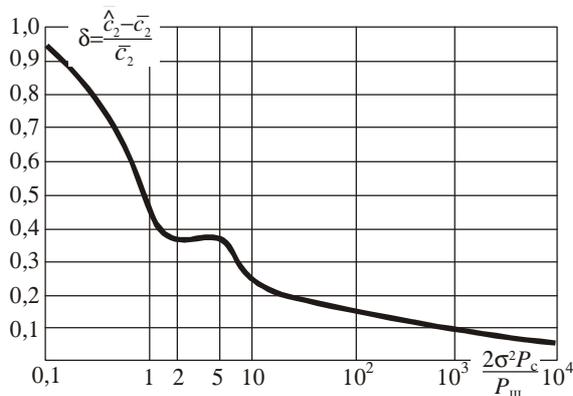


Рис. 4. Относительный прирост пропускной способности в канале с двумя одинаковыми в среднем рэлеевскими лучами, обусловленный синфазным сложением лучей (по сравнению с некогерентным сложением)

Подстановка соотношения (23) в формулу (2) и последующее усреднение по равномерно распределенным фазам  $\varphi_k$  при фиксированных  $\gamma_k$  позволяют обобщить результат Б. С. Цыбакова для

двухлучевого канала [4], однако детальное рассмотрение этого вопроса не входит в рамки нашей статьи.

Мы по-прежнему полагаем, что  $x_k, y_k$  суть нормальные случайные величины, зависимые между собой. Суммарные величины

$x = \sum_{k=1}^N x_k, y = \sum_{k=1}^N y_k$  также распределены нормально с параметрами:

$$M_x = \sum_{k=1}^N m_{xk}, \quad \sigma_x^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_{xl} \sigma_{xk} r_{lkx},$$

$$M_y = \sum_{k=1}^N m_{yk}, \quad \sigma_y^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_{yl} \sigma_{yk} r_{lky}. \quad (24)$$

Символ  $r_{lkx(y)}$  имеет смысл коэффициента корреляции между величинами  $x(y)$  с соответствующими индексами. Величины  $x$  и  $y$  в самом общем случае могут считаться некоррелированными, поскольку корреляция всегда может быть устранена путем поворота координатных осей, что вызовет соответствующее изменение параметров (моментов) [8]. Модуль  $\gamma = \sqrt{x^2 + y^2}$  распределен по обобщенному закону, описываемому формулой (16).

Итак, если разделение лучей не производится, многолучевой канал для анализа может быть заменен эквивалентным однолучевым с параметрами, определяемыми по формуле (24). Заметив, что выражение, стоящее в фигурных скобках формулы (16), есть распределение Райса, и имея в виду формулу (12), можем сразу получить формулу для пропускной способности эквивалентного однолучевого канала

$$\bar{C} = F_c \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n}{n!} \sigma^{2n} \frac{\partial^{2n}}{\partial m_{\text{I}}^n \partial m_{\text{II}}^n} \left\{ \exp(-q^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n!)^2} q^{2n} \frac{\partial^n}{\partial \mu^n} \left[ \frac{1}{\mu} \exp\left(\frac{\mu(1+q^2)}{\rho^2}\right) \text{Ei}\left(\frac{-\mu(1+q^2)}{\rho^2}\right) \right]_{\mu=1} \right\}. \quad (25)$$

Для дальнейшего целесообразно рассмотреть частного случая, когда ортогональные компоненты распределены нормально с нулевыми средними и различными дисперсиями. В этом случае распределение модуля именуется «подрэлеевским» и имеет вид [6]

$$W_1^{(2)}(\gamma) = \frac{\gamma}{\sigma_x \sigma_y} \exp\left[-\frac{\gamma^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_y^2}\right)\right] I_0\left(\frac{\gamma^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_x^2} - \frac{1}{\sigma_y^2}\right)\right),$$

(26)  
а для пропускной способности канала нетрудно получить выражение

$$\bar{C} = F_c \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \right)^{2n} \frac{2\beta}{1+\beta^2} \frac{1}{(n!)^2 2^{2n}} \frac{\partial^{2n}}{\partial \mu^{2n}} \left\{ -\frac{1}{\mu} \exp \left[ \frac{\mu(1+\beta^2)^2}{4\rho^2\beta^2} \right] \text{Ei} \left[ \frac{-\mu(1+\beta^2)^2}{4\rho^2\beta^2} \right] \right\}_{\mu=1}. \quad (29)$$

Интересно проследить тенденцию изменения пропускной способности с возрастанием числа лучей. Так как величины  $m_{xk}$  и  $m_{yk}$ , входящие в формулы (24), могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, естественно ожидать, что  $M_y \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$   $M_x$ . Аналогично, в силу закона больших чисел и на основании вполне разумных предположений относительно статистических свойств канала можно полагать, что  $N \rightarrow \infty$  имеется тенденция к выравниванию дисперсий  $\sigma_x^2 \rightarrow \sigma_y^2$ . К такому же заключению можно прийти, если исходить из того, что процент лучей с различными дисперсиями в общем числе лучей реального многолучевого канала не слишком велик (по некоторым данным порядка 20%).

Отсюда можно сделать вывод, что при приеме без разделения лучей пропускная способность любого канала с ростом числа лучей стремится к пропускной способности эквивалентного рэлеевского канала и может определяться по формуле В. И. Сифорова (13).

Характер изменения параметров канала с ростом числа лучей весьма важен, поскольку именно он определяет изменения пропускной способности по мере приближения канала к предельному – рэлеевскому. Так, если выравнивание дисперсий происходит раньше, чем пропадает регулярная составляющая в суммарном сигнале, канал становится райсовским и, следовательно (при фиксированном  $\bar{\rho}^2$ ), обеспечивает более высокую пропускную способность, чем предельный рэлеевский канал. Если же в характере изменения параметров имеет место обратная ситуация и дисперсии остаются различными при отсутствии регулярной составляющей, это заставляет сделать противоположный вывод об изменении пропускной способности, поскольку пропускная способность подрэлеевского канала ниже, чем рэлеевского.

Можно также ожидать, что вследствие перегруппировки параметров поведение пропускной способности с ростом числа лучей будет носить немонотонный характер. Этот вопрос представляется весьма интересным для теории и практики передачи информации и заслуживает более подробного рассмотрения.

## Выводы

1. При раздельном приеме лучей, с ростом их числа, пропускная способность многолучевого канала возрастает, стремясь к пропускной способности канала без замираний, определяемой формулой К. Шеннона (15).

2. Если разделение лучей не производится, то с ростом числа лучей пропускная способность любого многолучевого канала стремится к пропускной способности эквивалентного рэлеевского канала, определяемой формулой В. И. Сифорова (13).

Изменение пропускной способности с ростом числа лучей определяется изменением параметров суммарного луча и может носить немонотонный характер.

3. Статистика замираний оказывает довольно значительное влияние на пропускную способность канала. Так, например, при отношении сигнал/шум  $\bar{\rho}^2 = 10$  пропускная способность однолучевого подрэлеевского канала ( $\beta^2 = 0.1$ ) примерно на 17% ниже, а райсовского ( $q^2 = 2$ ) на 7% выше, чем рэлеевского, а двухлучевого канала с некогерентным сложением соответственно на 11 и 4,5%.

4. При раздельном приеме лучей синфазное сложение их может обеспечить более высокую пропускную способность, чем некогерентное сложение. Относительный прирост пропускной способности для двухлучевого рэлеевского канала  $\bar{\rho}^2 = 10$  составляет ~ 24%.

Авторы выражают благодарность Б. С. Цыбакову, замечания которого способствовали улучшению этой статьи.

## Литература

1. Сифоров В. И. О пропускной способности каналов связи с медленными случайными изменениями параметров. НДВШ, Радиотехника и электроника, 1958, 1, 3-6.
2. Цыбаков Б. С. О пропускной способности каналов с большим числом лучей. Радиотехника и электроника, 1959, 4, 9, 1427–1433.

3. Цыбаков Б. С. Пропускная способность некоторых многолучевых каналов связи. Радиотехника и электроника, 1959, 4, 20, 1602–1608.
4. Цыбаков Б. С. О пропускной способности двухлучевых каналов связи. Радиотехника и электроника, 1959, 4, 7, 1116–1123,
5. Сифоров В. И. Проблемы теории информации. Вестник АН СССР,-1968, 1, 35–40.
6. Кловский Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М., «Связь», 1969.
7. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд. иностр. лит.,1963.
8. Гнеденко Б. Б. Курс теории вероятностей. М., «Наука», 1965.
9. Сифоров В. И. Об условиях получения высокой пропускной способности в каналах со случайными изменениями параметров. Электросвязь, 1958, 1, 3–8.
10. Price R., Green P. A. Communication Technique for Multipath Channels. Proc. IRE, 1958, 46, 3, 555-570.
11. Соيفер В. А. Об одном представлении функции четырехпараметрического распределения. Радиоэлектроника в народном хозяйстве СССР, Куйбышев, 1969.

*Поступила в редакцию  
10 марта 1969 г.  
После переработки  
25 февраля 1971 г*