Союз Советских Социалистических Республик

Комитет по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР

ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ

К АВТОРСКОМУ СВИДЕТЕЛЬСТВУ

343394

Зависимое от авт. свидетельства № —

Заявлено 06.IV.1970 (№ 1424274/26-9)

М. Кл. H 04l 17/02

с присоединением заявки № —

Приоритет —

Опубликовано 22.VI.1972. Бюллетень № 20

УДК 621.396.24(088.8)

Дата опубликования описания 28.VIII.1972

Авторы изобретения Д. Д. Кловский, Б. И. Николаев и И. Л. Дороднов

Заявитель Куйбышевский электротехнический институт связи

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОЛУЧЕВОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ

1

Изобретение относится к области систем радиосвязи, предназначенных для передачи дискретной информации.

Известны устройства для передачи двоичных сигналов в многолучевом канале связи, содержащие манипулятор на передаче и регенератор посылок на приеме. Скорость манипуляции должна соответствовать производительности источника, а тип регенератора соответствует виду манипуляции и способу приема. При когерентном приеме регенератор содержит перемножитель приходящего и опорного сигналов, интегратор и дискриминатор знака посылки.

Для увеличения пропускной способности одного такого канала передачи информации при фиксированном основании применяемого кода (например, при двоичной манипуляции) необходимо увеличить скорость манипуляции сигнала, т. е. уменьшается длительность элементарной посылки. Если в линии связи за счет ограниченности полосы пропускания происходит переходной процесс с конечным временем затухания, а за счет многолучевости возникают эхо-сигналы с конечным временем запаздывания, то на приемной стороне при длительности посылок, меньше некоторой критической величины начнется перекрытие двух и более соседних посылок, приводящее при простой схеме регенератора к резкому

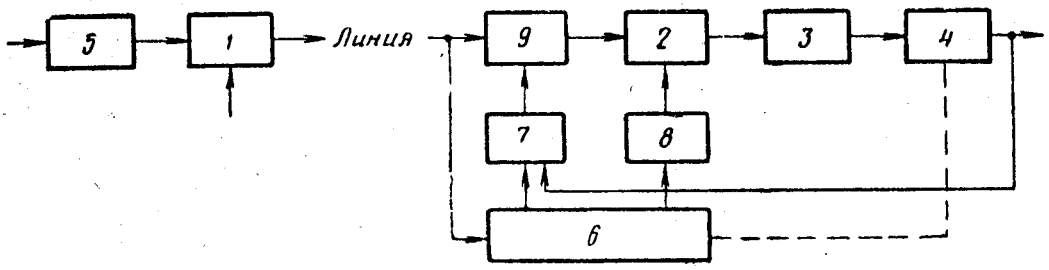
2

падению качества связи, снижению помехоустойчивости, сбою синхронизации.

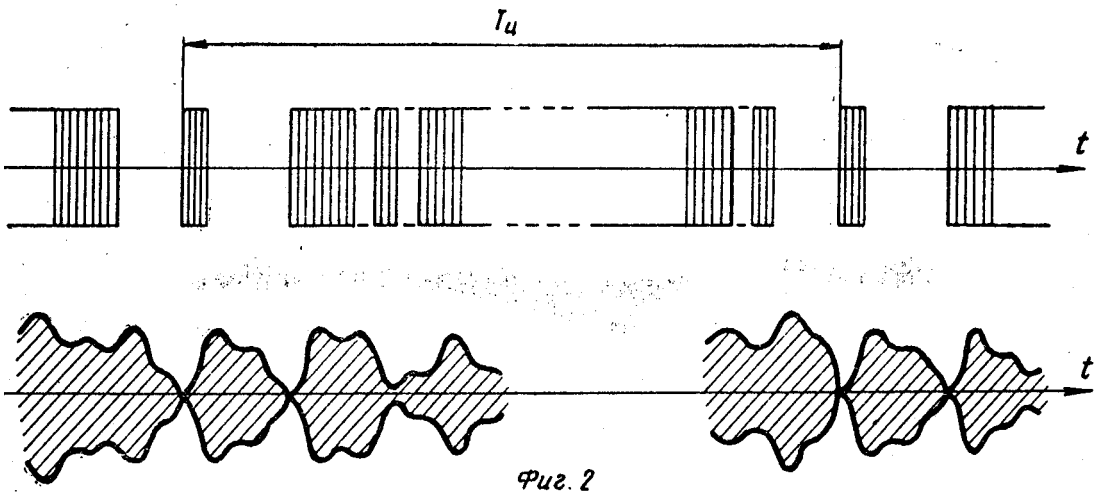
С целью компенсации искажения сигналов при многолучевости и ограниченности полосы пропускания канала связи в предлагаемом устройстве на приеме между выходом канала связи и входом демодулятора введен блок вычитания, второй вход которого через блок формирования предыскажений двоичных сигналов соединен с выходом блока измерения реакции канала на испытательный импульс.

На фиг. 1 представлена блок-схема предлагаемого устройства; на фиг. 2 — возможный вид сигнала на передаче на выходе манипулятора и в условиях многолучевости и ограниченной полосы пропускания канала.

Предлагаемое устройство содержит манипулятор *1*, перемножитель *2*, индикатор *3*, дискриминатор *4* знакопосылки, блок *5*, предназначенный для введения в состав передаваемой последовательности двоичных знаков испытательных импульсов, следующих с периодом $T_ц$, за время которого свойства линии связи не изменяются, и отделенных с обеих сторон от рабочих посылок защитными интервалами, на протяжении которых укладывается все последействие линии связи, блок *6* измерения, подключающийся ко входу приемной части модема периодически на время прихода отклика канала на испыта-



Фиг 1



Фиг. 2

тельный импульс, записывающий отсчеты этого отклика и воспроизводящий их к каждой рабочей посылке, блоки *7* и *8* формирования, подготавливающие соответственно вычитаемый сигнал и множитель, необходимые для оптимального поэлементного приема рабочих посылок и вычитающее устройство *9*.

С выхода дискриминатора *4* двоичные электрические сигналы поступают на блок формирования *7* и передают информацию о знаках предшествовавших посылок.

Блоки формирования реализуют следующий алгоритм оптимального поэлементного приема

$$a_n \operatorname{sig} n \left\{ \int_0^T [Zn(t) - g_b(t)]\,[g_{1,1}(t) - g_{1,2}(t)[\cdot dt - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} S_0 \,]g_{1,1}^2(t) - g_{1,2}^2(t)[\, dt \right\},$$

где a_n — искомый знак анализируемой n-ой посылки рабочего пакета;

$Z_n(t)$ — принятый сигнал на протяжении n-ой посылки;

$g_{1,1}(t)$ — первый элемент реакции канала на сигнал первой позиции;

$g_{1,2}(t)$ — первый элемент реакции канала на сигнал второй позиции; при амплитудной телеграфии (АТ) $g_{1,2}(t)=0$, при фазовой телеграфии (ФТ) $g_{1,2}(t) = -g_{1,1}(t)$;

$g_b(t)$ — сумма последействий от предшествовавших посылок сигнала.

Компенсация искажения сигналов при многолучевости достигается непрерывным изучением свойств канала по его реакции на испытательный импульс и изменением вычитаемого и множителя в соответствии с изменением свойств канала и предыдущих зафиксированных посылок. К моменту прихода некоторой n-ой рабочей посылки при поэлементном приеме известны знаки предыдущих посылок, по которым в блоке формирования *7* предсказывается ожидаемое последействие $g_b(t)$ от предыдущих посылок с учетом известной формы последействия на «эталонный» испытательный импульс, а в блоке формирования *8* предсказывается опорный сигнал по известной форме $g_{1,1}(t)$ и $g_{1,2}(t)$. Последующие операции (перемножение разностного сигнала на опорный, интегрирование результата и определение знака) представляют собой реализацию обычного поэлементного приема в условиях отсутствия перекрытия посылок и известного точно опорного сигнала. При различных энергиях посылок разных позиций (например, при амплитудной манипуляции) в дискриминаторе *4* формируется плавающий порог на основе известной энергии сигнала в блоке измерения *6*.

В надежном приеме сигнала при значительном ограничении полосы частот ограничение спектра приводит к некоторому падению мощности сигнала и к растягиванию посылок, что эквивалентно некоторой диффузионной многолучевости.

Предмет изобретения

Устройство для передачи двоичных сигналов в многолучевом канале связи, содержащее на передаче блок введения испытательного импульса и манипулятор, а на приеме демодулятор блок формирования опорного сигнала и блок измерения реакции канала на испытательный импульс, *отличающееся* тем, что, с целью компенсаций искажений сигналов при многолучевости и ограниченности полосы пропускания канала связи, на приеме между выходом канала связи и входом демодулятора введен блок вычитания, второй вход которого через блок формирования предыскажений двоичных сигналов соединен с выходом блока измерения реакции канала на испытательный импульс.

УДК 621.391.2

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ШИРОКОПОЛОСНОЙ СИСТЕМЫ С ПРОТИВОПОЛОЖНЫМИ СИГНАЛАМИ ПРИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКЕ

Д. Д.Кловский, В. А.Сойфер

Широкополосные (шумоподобные) сигналы находят большое применение для передачи информации по наземным и космическим каналам [1].

В этом свете представляет интерес выявление наилучшего из возможных – оптимального способа пространственно-временной обработки широкополосных сигналов и расчет его помехоустойчивости, которая должна рассматриваться как потенциальная. В [2], видимо впервые, решалась задача оптимального приема пространственно-временных сигналов в канале без замираний. Ниже рассматривается общая модель линейного канала со случайно изменяющимися параметрами, по которому осуществляется передача информации двоичными широкополосными противоположными сигналами.

1. Определим пространственно-временную импульсную переходную характеристику канала $\mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})$ как реакцию канала в момент времени t в точке пространства $\mathbf{r}$ на воздействие в виде дельта-импульса, приложенное в момент времени $t-\xi$. Эта характеристика описывает пространственно-временное поведение линейного канала с переменными параметрами и позволяет связать комплексный сигнал $\mathrm{s}(t)=s(t)+j\tilde{s}(t)$ на входе передающей антенны с полем $s'(t,\mathbf{r})$ на входе приемной антенны:

$$s'(t,\mathbf{r})=\mathrm{Re}\int_0^\infty \mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})\mathrm{s}(t-\xi)\,d\xi \qquad (1)$$

Здесь рассматриваются каналы со случайно изменяющимися параметрами. Поэтому их характеристика $\mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})$ должна считаться случайной функцией нескольких переменных, т. е. случайным полем. Поле это для анализа может быть записано в виде ортогонального разложения по некоторым базисным функциям:

$$\mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})=\sum_n \mathbf{h}_n\varphi_n(t,\xi,\mathbf{r});\quad t\in[0,T],\quad \xi\in[0,T+\xi_{\max}],\quad \mathbf{r}\in D. \qquad (2)$$

Последняя запись при использовании (1) позволяет ввести дискретную модель канала и рассматривать канал как многопутевую среду

$$s'(t,\mathbf{r})=\mathrm{Re}\sum_n \mathbf{h}_n\mathrm{s}_n(t,\mathbf{r});\quad t\in[0,T],\quad \mathbf{r}\in D, \qquad (3)$$

где

$$\mathrm{s}_n(t,\mathbf{r})=\int_0^\infty \varphi_n(t,\xi,\mathbf{r})\mathrm{s}(t-\xi)\,d\xi. \qquad (4)$$

Будем полагать, что разложение (2) выполнено по теореме Карунена–Лоэва [3] и величины $\mathbf{h}_n$, $n=1, 2, \ldots$ не коррелированы между собой. Вид собственных функций $\varphi_n(t,\xi,\mathbf{r})$ и значения собственных чисел κ_n определяются видом корреляционной функции поля $\mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})$.

Интервал времени T, на котором осуществляется разложение поля (3) (интервал анализа принимаемого колебания), следует выбирать с учетом максимально возможного запаздывания сигнала в канале $\xi_{\max}$ и длительности T_{c} передаваемого сигнала:

$$T=T_{\mathrm{c}}+\xi_{\max}. \qquad (5)$$

Вероятностную модель замираний сигнала будем полагать обобщенно-гауссовой [4]. Согласно этой модели координаты разложения (2) суть комплексные гауссовы величины $\mathbf{h}_n=x_n+j\,y_n$ с произвольными математическими ожиданиями $(m_{xn};\,m_{yn})$ и дисперсиями $(\sigma_{xn}^2;\,\sigma_{yn}^2)$. Нормированные корреляционные функции вещественной и мнимой частей поля

$\mathbf{h}(t,\xi,\mathbf{r})$ считаем одинаковыми. Такая модель замираний включает в себя релеевскую и райсовскую модели флуктуаций сигналов как частные случаи и позволяет описать весьма широкий класс каналов.

2. Приемное устройство должно определить, какой из двух сигналов $s_1(t)$ или $s_2(t)=-s_1(t)$ содержится в доступном наблюдению пространственно-временном поле $y(t,\mathbf{r})$, представляющем собой смесь полезного сигнала и аддитивной помехи $n(t,\mathbf{r})$.

$$y(t,\mathbf{r})=s'(t,\mathbf{r})+n(t,\mathbf{r})=\overline{s'(t,\mathbf{r})}+\mathring{y}(t,\mathbf{r}). \qquad (6)$$

Шумовое поле $n(t,\mathbf{r})$ считаем гауссовым с корреляционной функцией

$$R(t_1,t_2,\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=\frac{N_0}{2}\delta(t_1-t_2)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2).$$

Полагаем, что используемые широкополосные сигналы позволяют осуществить полное разделение путей в месте приема, т. е. приближенно выполняется равенство

$$\mathrm{Re}\sum_n\sum_m \mathbf{h}_n\mathbf{h}_m\int_0^T\int_D \mathrm{s}_{in}(t,\mathbf{r})\mathrm{s}_{im}(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r}=0;\ \text{ при } n\neq m,\ \ l=1,2. \qquad (7)$$

Полагая, что сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ равновероятны, а приемник реализует критерий идеального наблюдателя, аналогично [6] приходим к следующему алгоритму оптимальной обработки: решение в пользу сигнала $s_1(t)$ принимается при выполнении неравенства

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{\frac{2E}{N_0}\kappa_n\nu_n\sigma_{xn}^2}{\frac{2E}{N_0}\kappa_n\nu_n\sigma_{xn}^2+1}m_{xn}\theta_n+\frac{\frac{2E}{N_0}\kappa_n\tilde{\nu}_n\sigma_{yn}^2}{\frac{2E}{N_0}\kappa_n\tilde{\nu}_n\sigma_{yn}^2+1}m_{yn}\tilde{\theta}_n-\int_0^T\int_D\overline{s_1'(t,\mathbf{r})}\,y(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r}>0. \qquad (8)$$

Значения величин ν_n и $\tilde{\nu}_n$ определяются видом передаваемых сигналов и корреляционной функции канала:

$$\nu_n=\frac{1}{E}\int_0^T\int_D s_{ln}^2(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r};\ \tilde{\nu}_n=\frac{1}{E}\int_0^T\int_D \tilde{s}_{ln}^2(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r};\ l=1,2. \qquad (9)$$

В большинстве практических случаев $\nu_n\simeq\tilde{\nu}_n$.

Величины θ_n и $\tilde{\theta}_n$ вычисляются приемником на каждом интервале анализа по формулам

$$\theta_n=\int_0^T\int_D\mathring{y}(t,\mathbf{r})s_{1n}(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r},\ \tilde{\theta}_n=\int_0^T\int_D\mathring{y}(t,\mathbf{r})\tilde{s}_{1n}(t,\mathbf{r})\,dt\,d\mathbf{r}. \qquad (10)$$

Опорные колебания $s_{1n}(t,\mathbf{r})$ и $\tilde{s}_{1n}(t,\mathbf{r})$ находятся из выражения (4). Как видно из формул (4), (8), (10), оптимальное устройство обработки в рассматриваемом случае оказывается многоканальным (число каналов N) линейным и должно содержать набор пространственно-временных фильтров с переменными параметрами. Реализация таких фильтров может быть выполнена путем дискретизации функций $\varphi_n(t,\xi,\mathbf{r})$ по временным и пространственным переменным или с использованием методов когерентной оптики [7].

3. Выражение для вероятности ошибки в приемнике, работающем по алгоритму (8), отыскивается достаточно просто как функция распределения линейной формы гауссовых переменных и имеет вид

$$p=\frac{1}{2}\left\{1-\Phi\left[\sqrt{\sum_{n=1}^{N}2\overline{h_n^2}\kappa_n\frac{q_n^2}{1+q_n^2}\left[\frac{\nu_n\cos^2\varphi_{pn}}{1+\frac{2\overline{h_n^2}\kappa_n\nu_n\beta_n^2}{(1+\beta_n^2)(1+q_n^2)}}+\frac{\tilde{\nu}_n\sin^2\varphi_{pn}}{1+\frac{2\overline{h_n^2}\kappa_n\tilde{\nu}_n\beta_n^2}{(1+\beta_n^2)(1+q_n^2)}}\right]}\right]\right\}, \qquad (11)$$

где $\Phi(u)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u\exp(-t^2/2)\,dt$. В (11) введены параметры, имеющие наглядный физический смысл [4]:

$$\overline{h_n^2} = \frac{2E}{N_0}\left(\sigma_{xn}^2 + \sigma_{yn}^2 + m_{xn}^2 + m_{yn}^2\right);$$

$$q_n^2 = \left(m_{xn}^2 + m_{yn}^2\right)\Big/\left(\sigma_{xn}^2 + \sigma_{yn}^2\right);\ \beta_n^2 = \sigma_{xn}^2\Big/\sigma_{yn}^2;\ . \qquad (12)$$

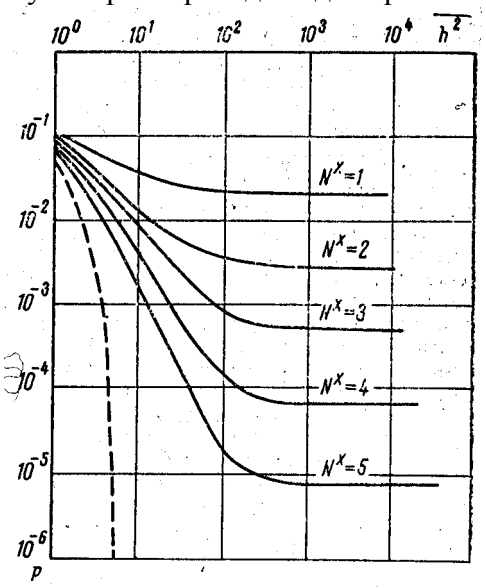
$$\varphi_{pn} = \operatorname{arctg} m_{yn}^2\Big/m_{xn}^2$$

Из формулы (11) видно, что если регулярная составляющая у принимаемого сигнала отсутствует ($q_n^2 = 0,\ n = 1, 2, ..., N$), система с противоположными сигналами становится неработоспособной ($p = 1/2$). При наличии асимметрии по дисперсиям ($\beta_n^2 \neq 1,\ n = 1, 2, ..., N$) вероятность ошибки в сильной степени зависит от фаз $\varphi_{pn},\ n = 1, 2, ..., N$ регулярных составляющих сигналов в отдельных путях.

В отсутствие асимметрии (райсовские замирания) фазы регулярных составляющих не влияют на вероятность ошибки.

Характерной особенностью системы с противоположными сигналами является наличие неснижаемой с ростом отношений сигнал/шум в отдельных путях $\overline{h_n^2},\ n = 1, 2, ..., N$ предельной вероятности ошибки. Значение предельной вероятности ошибки (при $\overline{h_n^2} \to \infty,\ n = 1, 2, ..., N$) легко получить из (11).

Весьма обширные расчеты вероятности ошибки (11), приведенные при различных значениях параметров канала, показали, что чрезмерное увеличение числа каналов (числа ветвей разнесения) не является целесообразным. В качестве оценки числа каналов можно брать число отсчетов Котельникова. Например, для линейной приемной апертуры длины X и интервала корреляции поля $x_{\text{кор}}$ достаточно взять $N^X = \left[X/x_{\text{кор}} + 1\right]$ ветвей разнесения по пространству. Аналогичный факт отмечался [5] при исследовании оптимальной обработки временных сигналов. Если число каналов определяется указанным образом (числом отсчетов Котельникова), то с ростом этого числа помехоустойчивость оптимальной схемы обработки флуктуирующих (замирающих) сигналов возрастает и стремится к помехоустойчивости приема точно известных нефлуктуирующих сигналов на фоне белого гауссового шума. На рисунке приведены кривые помехоустойчивости, рассчитанные по формуле (11) для канала с гладкими во времени и по частоте замираниями [5], коэффициент корреляции переходной характеристики которого по пространству описывается выражением $\exp\left(-|x|/x_{\text{кор}}\right)$. Пунктиром проведена для сравнения кривая помехоустойчивости для канала без замираний.



Помехоустойчивость системы с противоположными сигналами в канале с пространственно-селективными замираниями; $q^2 = 2$; $\beta^2 = 1$

ЛИТЕРАТУРА

.1. Н. Т. Петрович, М. К. Размахнин, Системы связи с шумоподобными сигналами, Изд. Советское радио, 1969.

2. А. А. Курикша, Радиотехника и электроника, 1963, 8, 4, 552.

3. В. В. Давенпорт, В. Л. Рут, Введение в теорию случайных сигналов и шумов (перев. с англ. под ред. Р.Л. Добрушина), ИЛ, 1960.

4. Д. Д. Кловский, Передача дискретных сообщений по радиоканалам, Изд. Связь, 1969.

5. Л. М. Фink, Теория передачи дискретных сообщений, Изд. Советское радио, 1970.

6. В. А. Бочкарев, Д. Д. Кловский, В. А. Сойфер, Радиотехника, 1972, 26, 2, 36.

7. Г. С. Кондратенков, Обработка информации когерентными оптическими системами, Изд. Советское радио, 1972.

Поступило в редакцию 8 XII 1971

УДК 621.391.172

Д. Д. Кловский, М. А. Кораблин

ЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ ПРИЁМА ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ

При наличии шумов в каналах с памятью (рассеянием во времени) эффективная обработка принимаемых сигналов при последовательной передаче дискретной информации не может ограничиться линейной коррекцией характеристик канала [1], а должна основываться на реализации оптимальных (или субоптимальных) алгоритмов приёма.

Передаваемый элементарный финитный сигнал $s(t)$, $t \in [0,T]$ на выходе линейного канала связи с памятью [2] существует на интервале $t \in [0,(B+1)T]$, $B = \left[\frac{\tau_{\text{пер}}}{T}\right]$, $\tau_{\text{пер}}$ – длительность импульсной переходной характеристики канала, а $[...]$ ближайшая целая часть от числа), что определяет при $B > 0$ перекрытие таких последовательно передаваемых сигналов во времени [3]. При этом наблюдаемое колебание $z(t)$ на интервале анализа $T_{\text{а}}(D+1)T$, $D = 1, 2, ...$ может быть представлено в виде

$$z(t) = \sum_{i=1}^{B} \beta_i s'(t+iT) + \alpha_0 s'(t) + \sum_{i=1}^{D} \gamma_i s'(t-iT) + u(t).$$

Здесь первая сумма определяет «хвосты» от посылок сигнала, предшествующих анализируемой, а вторая – начальные участки посылок, следующих за ней.

$u(t)$ – аддитивная. помеха;

$s'(t)$ – отклик канала на элементарный сигнал $s(t)$.

В дальнейшем считаем, что $s'(t)$ известен точно, например, путём периодического зондирования канала [3]. Заметим, что в общем случае $B \neq D$, $\alpha_0 = \pm 1$, а β_i и γ_i равны 1 или –1 в зависимости от того, какие символы передаются до и после анализируемого.

Оптимальный в байесовом смысле алгоритм приёма сигнала строится, исходя из усреднённого отношения правдоподобия:

$$\frac{M_{\vec{\beta},\vec{\gamma}}\left\{W\left[z(t)\middle|\sum_{i=1}^{B}\beta_i s'(t+iT) + s'(t) + \sum_{i=1}^{D}\gamma_i s'(t-iT)\right]\right\}}{M_{\vec{\beta},\vec{\gamma}}\left\{W\left[z(t)\middle|\sum_{i=1}^{B}\beta_i s'(t+iT) - s'(t) + \sum_{i=1}^{D}\gamma_i s'(t-iT)\right]\right\}} \gtrless C; \qquad (1)$$

$W(\cdot)$ – условные функционалы вероятности;

$M_{\vec{\beta},\vec{\gamma}}(\cdot)$ – символы усреднения по всем β_i; γ_i; c – порог.

Реализация оптимального правила (1) требует в общем случае сложной нелинейной обработки [5]. В этой связи мы отыщем субоптимальный алгоритм приёма сигналов при межсимвольной интерференции, который относительно просто реализуется линейной схемой, и укажем, при каких условиях полученный алгоритм строго оптимален (в байесовом смысле).

В предположении, что $u(t)$ – нормальный «белый» шум спектральной плотности N_0, алгоритм (1) после тривиальных, но довольно громоздких преобразований может быть представлен в виде:

$$2V + \ln\left\{M_{\vec{\beta},\vec{\gamma}}\left[\prod_{i=1}^{B} e^{\beta_i\left(V_i^+ - 2E_i\right)} \prod_{j=1}^{B}\prod_{k=1}^{B} e^{-\beta_j\beta_k E_{jk}^+} \prod_{i=1}^{D} e^{\gamma_i\left(V_i^- - 2E_i\right)} \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \prod_{j=1}^{D}\prod_{k=1}^{D} e^{-\gamma_j\gamma_k E_{jk}^-} \prod_{l=1}^{B}\prod_{p=1}^{D} e^{-2\beta_l\gamma_p E_{lp}^{+-}}\right]\right| M_{\vec{\beta},\vec{\gamma}}\left[\prod_{i=1}^{B} e^{\beta_i\left(V_i^+ + 2E_i\right)} \times\right.$$

$$\times\prod_{j=1}^{B}\prod_{k=1}^{B}\mathrm{e}^{-\beta_j\beta_k E_{jk}^{+}}\prod_{i=1}^{D}\mathrm{e}^{\gamma_i\left(V_i^{-}+2E_i\right)}\prod_{j=1}^{D}\prod_{k=1}^{D}\mathrm{e}^{-\gamma_i\gamma_k E_{jk}^{-}}\prod_{l=1}^{B}\prod_{p=1}^{D}\mathrm{e}^{-2\beta_l\gamma_p E_{lp}^{+-}}\gtrless\ln C. \qquad (2)$$

Здесь $V_i^{+}=\frac{2}{N_0}\int_0^{T_a}z(t)s(t+iT)dt$; $V_i^{-}=\frac{2}{N_0}\int_0^{T_a}z(t)s(t-iT)dt$; $V=\frac{2}{N_0}\int_0^{T_a}z(t)s(t)dt$;

$$E_i=\frac{1}{N_0}\int_0^{T_a}s(t)s(t-iT)dt=\frac{1}{N_0}\int_0^{T_a}s(t)s(t+iT)dt;\ E_{jk}^{+}=\frac{1}{N_0}\int_0^{T_a}s(t+jT)s(t+kT)dt;$$

$$E_{lp}^{+}=\frac{1}{N_0}\int_0^{T_a}s(t+lT)s(t+pT)dt;\ E_{jk}^{-}=\frac{1}{N_0}\int_0^{T_a}s(t-jT)s(t-kT)dt.$$

В предположении независимости передаваемых символов величины β_i и γ_i в форме (2) независмы для любых i, что определяет в свою очередь независимость величин $(\beta_j\beta_k)$ и $(\gamma_j\gamma_k)$, (β_i) и $(\gamma_j\gamma_k)$, (γ_i) и $(\beta_j\beta_k)$ для любых i, j, k. Независимость этих величин определяет и независимость функций от них (в нашем случае $\exp\{\cdot\}$).

Таким образом, под знаком усреднения в (2) стоит произведение независимых случайных величин, что позволяет, заменив среднее произведение произведением средних и произведя очевидные сокращения, записать алгоритм (2) в виде:

$$2V+\ln\frac{\prod_{i=1}^{B}M_{\beta_i}\left\{\mathrm{e}^{\beta_i\left(V_i^{+}-2E_i\right)}\right\}}{\prod_{i=1}^{B}M_{\beta_i}\left\{\mathrm{e}^{\beta_i\left(V_i^{+}+2E_i\right)}\right\}}+\ln\frac{\prod_{i=1}^{B}M_{\gamma_i}\left\{\mathrm{e}^{\gamma_i\left(V_i^{-}-2E_i\right)}\right\}}{\prod_{i=1}^{B}M_{\gamma_i}\left\{\mathrm{e}^{\gamma_i\left(V_i^{-}+2E_i\right)}\right\}}\gtrless\ln C. \qquad (3)$$

Учитывая, что β_i и γ_i могут принимать лишь два значения ($+1$ или -1), для дальнейших преобразований воспользуемся соотношением

$$\mathrm{e}^{\beta_i x}=\mathrm{ch}\,x+\beta_i\,\mathrm{sh}\,x,$$

($\mathrm{ch}(\cdot)$ и $\mathrm{sh}(\cdot)$ – гиперболические функции [4], $x\in(-\infty,\ \infty)$),
из которого следует

$$M_{\beta_i}\left\{\mathrm{e}^{\beta_i x}\right\}=\mathrm{ch}\,x+M\{\beta_i\}\mathrm{sh}\,x,$$

а в случае $M\{\beta_i\}=0$ (что имеет место, например, при использовании равновероятных сигналов)

$$M_{\beta_i}\left\{\mathrm{e}^{\beta_i x}\right\}=\mathrm{ch}\,x.$$

С учётом этого соотношения алгоритм (3) окончательно принимает вид:

$$2V+\sum_{i=1}^{B}\ln\frac{\mathrm{ch}\left(V_i^{+}-2E_i\right)}{\mathrm{ch}\left(V_i^{+}+2E_i\right)}+\sum_{i=1}^{D}\ln\frac{\mathrm{ch}\left(V_i^{-}-2E_i\right)}{\mathrm{ch}\left(V_i^{-}+2E_i\right)}\gtrless\ln C. \qquad (4)$$

Реализовать оптимальное правило (4) проще всего, используя сложные сигналы, для которых $E_i\approx 0$ ($i=1,2,\ldots$). При этом из (4) следует правило приёма, совершенно не учитывающее «хвосты» соседних посылок:

$$V=\frac{2}{N_0}\int_0^{T_a}z(t)s(t)dt\gtrless\frac{1}{2}\ln C. \qquad (5)$$

Однако использование таких сигналов связано с уменьшением скорости передачи информации. Тем не менее существует возможность упростить правило (4) и при использовании сигналов с малой базой.

Удается показать (см. приложение), что в области значений $|E_i|>1$ нелинейность

$$y=\ln\frac{\mathrm{ch}\left(V_i-2E_i\right)}{\mathrm{ch}\left(V_i+2E_i\right)}$$

в оптимальном правиле (4) вырождается

$$y = -2\frac{E_i}{|E_i|}V_i\,,$$

что приводит к линейному алгоритму приёма

$$\int_0^{T_a} z(t)S_{\text{оп}}(t)\,dt \gtrless \frac{N_0}{4}\ln C\,. \qquad (6)$$

Здесь

$$S_{\text{оп}}(t) = \left[s(t) - \sum_{i=1}^{B} k_i s(t+iT) - \sum_{i=1}^{D} k_i s(t-iT)\right] -$$

опорный сигнал, а

$$k_i = \frac{E_i}{|E_i|} = \pm 1\,.$$

Техническая реализация правила (3) отличается от распространенного метода приёма (5) лишь изменением опорного напряжения приёмника.

При $0 < |E_i| < 1$ целесообразно, по-видимому, воспользоваться двоичной аппроксимацией:

$$|E_i| = \begin{cases} 0 \text{ при } |E_i| < E_{\text{пор}} \\ 1 \text{ при } |E_i| > E_{\text{пор}}, \end{cases}$$

что даёт возможность осуществлять приём сигналов в соответствии с линейным алгоритмом (6).

Выбор $E_{\text{пор}}$ в этом случае следует проводить, исходя из соображений максимизации помехоустойчивости приёма.

ПРИЛОЖЕНИЕ

После очевидных преобразований:

$$y = \ln\frac{\operatorname{ch}(V_i - 2E_i)}{\operatorname{ch}(V_i + 2E_i)} = \ln\frac{\operatorname{ch}V_i\ \operatorname{ch}2E_i - \operatorname{sh}V_i\ \operatorname{sh}2E_i}{\operatorname{ch}V_i\ \operatorname{ch}2E_i + \operatorname{sh}V_i\ \operatorname{sh}2E_i} = \ln\frac{1 - \operatorname{th}V_i\ \operatorname{th}2E_i}{1 + \operatorname{th}V_i\ \operatorname{th}2E_i}\,;$$

с учетом обозначения $z = \operatorname{th}V_i\ \operatorname{th}2E_i$ имеем

$$y = -\ln\frac{1+z}{1-z}\,.$$

Отсюда следует [4, (21.2–37)] $y = -2\operatorname{arc\,th}(z)$ или

$$\operatorname{th}\left(-\frac{y}{2}\right) = (z) = \operatorname{th}V_i\ \operatorname{th}2E_i\,. \qquad (7)$$

При $|E_i| > 1$

$$\operatorname{th}(2E_i) \approx \begin{cases} 1 \text{ при } E_i > 0 \\ -1 \text{ при } E_i < 0, \end{cases}$$ и из (7) имеем $$y \approx \begin{cases} -2V_i \text{ при } E_i > 0 \\ 2V_i \text{ при } E_i < 0. \end{cases}$$

Последнее выражение удобно переписать в виде $y \approx -2\frac{E_i}{|E_i|}V$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Е. К и р и л л о в. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами. «Связь», 1971.
2. Л. М. Ф и н к. Теория передачи дискретных сообщений. «Советское радио», 1970.
3. Д. Д. К л о в с к и й. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. «Связь», 1969.
4. Г. К о р н, Т. К о р н. Справочник по математике для научных работников и инженеров. «Наука», 1968.
5. К. А б е н д, В. Д. Ф р и т ч м а н. Статистическое обнаружение в каналах связи со взаимными помехами между символами. ТИИЭР, т. 58, № 5, 1970.

Куйбышевский электротехнический институт связи
Статья поступила в редакцию в апреле 1978 г

УДК 621.396.36 Д.Д.Кловский

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРОСТОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО ПРИЁМА ДВОИЧНЫХ ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛЕ С МСИ ПРИ НАЛИЧИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПО РЕШЕНИЮ

1. Оптимальный поэлементный приём в канале с МСИ реализуется даже при использовании обратной связи по решению довольно сложной схемой, причем её сложность возрастает по показательному закону с ростом памяти канала [1].

В этой связи для канала с МСИ с медленно меняющимися параметрами и аддитивным белым гауссовским шумом представляет интерес простой алгоритм приёма двоичных противоположных равновероятных сигналов (на интервале анализа $T_a = (1+D)T$; T – тактовый интервал передачи; D – задержка в принятии решения):

$$\int_0^{T_a} \left[z(t) - \hat{g}_{\text{ост}}(t) \right] s(t)\, dt > 0, \qquad (1)$$

где $z(t)$ – анализируемое колебание (сигнал + шум); $\hat{g}_{\text{ост}}(t)$ – оценка остаточного сигнала на интервале T_a, обусловленного символами, переданными до анализируемого (ОСР); $s(t)$ – известный точно в месте приёма отклик канала на передачу элементарного символа «1», отклик канала на символ «0» равен $-s(t)$.

При выполнении неравенства (1) регистрируется «1». При выполнении обратного неравенства – «0».

Алгоритм (1) можно получить из алгоритма оптимального поэлементного приёма в детерминированном канале с МСИ и аддитивным гауссовским белым шумом при использовании ОСР, если экспоненты разложить в ряд и удержать два первых члена [1]. Разница в помехоустойчивости двух этих алгоритмов тем заметнее, чем больше отношение сигнал-шум. Помехоустойчивость алгоритма (1) недостаточно исследована в литературе, а его реализационная простота побуждает к поиску ситуаций, когда алгоритм (1) обеспечивает приёмлемое качество приёма.

2. Колебание $z(t)$ можно представить в виде

$$z(t) = b_i s(t) + \sum_{k=1}^{D} b_{k,n} s(t - kT) + g_{\text{ост}}(t) + n(t),$$

b_l – анализируемый на интервале T_a двоичный символ ($b_i = \pm 1$), $\sum_{k=1}^{D} b_{k,n} s(t - kT)$ – сигнал, обусловленный символами, следующими после анализируемого, $n = 1, 2, \ldots 2^D$ – номер цепочки «сопровождающих» символов $\mathbf{b}_n = (b_{1,n}, b_{2,n}, \ldots b_{D,n})$, $D \geq Q$ – память канала, $g_{\text{ост}}(t) = \sum_{k=1}^{Q} b_{-k} s(t + kT)$ – остаточный сигнал на интервале T_a, обусловленный символами, переданными до анализируемого. Можно также написать

$$\hat{g}_{\text{ост}}(t) = \sum_{k=1}^{Q} \hat{b}_{-k} s(t + kT),$$

где $\hat{b}_{-k}$ – оценка символа (решение приёмника), переданного на k-м тактовом интервале до анализируемого; $n(t)$ – реализация аддитивного гауссовского белого шума со спектральной плотностью N_0 на положительных частотах. Введем обозначение $\lambda_{-k} = b_{-k} - \hat{b}_{-k}$.

$$\lambda_{-k} = \begin{cases} 0, & \text{если символ с номером} -k \text{ принят правильно;} \\ 2, & \text{если } b_{-k} = 1, \text{а решение ошибочное;} \\ -2 & \text{если } b_{-k} = -1, \text{а решение ошибочное;} \end{cases}$$

Найдем вероятность того, что при передаче анализируемого символ «1» в сопровождении цепочки символов $\mathbf{b}_n$ и фиксированном векторе $\boldsymbol{\lambda}_r$ $r = 1, 2, \ldots, 2^Q$, т. е. решений, принятых до анализируемого символа, будет зарегистрирован «0». С учетом алгоритма (1) получаем

$$P\left(0\middle|1,\mathbf{b}_n,\boldsymbol{\lambda}_r\right)=\frac{1}{2}\left\{1-\Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\left[1+\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{Q}\lambda_{-k}B_{-k}+\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{D}b_{k,n}B_k\right]\right)\right\},$$

где $E=\int\limits_0^{T_a}s^2(t)\,dt$; $B_{-k}=B_k=\int\limits_0^{T_a}s(t)s(t-kT)\,dt=\int\limits_{kT}^{T_a}s(t)s(t-kT)\,dt$

k -й отсчет корреляционной функции сигнала $s(t)$, $k=1,2,...,D$. Аналогично находим вероятность ошибочного перехода

$$P\left(1\middle|0,\mathbf{b}_n,\boldsymbol{\lambda}_r\right)=\frac{1}{2}\left\{1-\Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\left[1-\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{Q}\lambda_{-k}B_{-k}-\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{D}b_{k,n}B_k\right]\right)\right\}.$$

Средняя вероятность ошибки при фиксированных векторах $\mathbf{b}_n$, $\boldsymbol{\lambda}_r$, $\mathbf{B}=\left(B_1,B_2,...,\ B_D\right)$ и $D=Q$

$$p\left(\mathbf{b}_n,\boldsymbol{\lambda}_r,\mathbf{B}\right)=\frac{1}{4}\left\{1-\Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\left[1+\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{Q}\lambda_{-k}B_{-k}+\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{D}b_{k,n}B_k\right]\right)\right\}+$$

$$+\frac{1}{4}\left\{1-\Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\left[1-\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{Q}\lambda_{-k}B_{-k}-\frac{1}{E}\sum_{k=1}^{D}b_{k,n}B_k\right]\right)\right\} \qquad (2)$$

Анализ (2) показывает, что в принципе в канале с МСИ возможен такой набор параметров (сигнала, канала, решений приёмника), при котором вероятность ошибки алгоритма (1) не зависит от отношения сигнал-шум.

Однако для инженерной оценки пригодности алгоритма следует оперировать усредненными характеристиками качества.

Ввиду исключительного влияния на помехоустойчивость обсуждаемого алгоритма вида корреляционной функции сигнала $s(t)$ рассмотрим модель этого сигнала, приёмлемую для многих многолучевых радиоканалов:

$$s(t)=\sum_{l=1}^{Q+1}g_l(t)h(t-lT),\quad g_l(t)=\gamma_l A(t)\cos(\omega_0 t+\varphi_l),$$

где $A(t)$ – медленно меняющаяся огибающая; ω_0 – частота несущей; $h(x)=\begin{cases}1,\ 0\le x\le T\\ 0,\ x<0,\ x>T\end{cases}$ – срезающая функция.

Таким образом, считаем, что формы элементов сигнала длительности T (отдельных неперекрывающихся лучей) совпадают, они могут отличаться на интервале анализа только амплитудами γ_l и фазами φ_l. Тогда

$$E=E_1\sum_{l=1}^{Q+1}\gamma_l^2,\quad E_1=\frac{1}{2}\int\limits_0^T A^2(t)\,dt,$$

$$B_k=\sum_{i=1}^{Q+1-k}\int\limits_{lT}^{(l+1)T}g_l(t)g_{l+k}(t)\,dt=E_1\sum_{i=1}^{Q+1-k}\gamma_l\gamma_{l+k}\cos\left(\varphi_l-\varphi_{l+k}\right)$$

Используя неравенство $\frac{1}{2}\left[1-\Phi(x)\right]\le\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$, можно согласно (2) написать соотношение для верхней границы ошибки при заданных векторах $\mathbf{b}_n,\boldsymbol{\lambda}_r,\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\varphi}$:

$$p\left(\mathbf{b}_n,\boldsymbol{\lambda}_r,\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\varphi}\right)_{\text{вг}}=\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_1}{N_0}\left\{\sum_{l=1}^{Q+1}\gamma_l^2+\frac{\left[\sum\limits_{k=1}^{Q}\left(\lambda_{-k}+b_{k,n}\right)\sum\limits_{i=1}^{Q+1-k}\gamma_l\gamma_{l+k}\cos\left(\varphi_l-\varphi_{l+k}\right)\right]^2}{\sum\limits_{l=1}^{Q+1}\gamma_l^2}\right\}\right]$$

$$\times\operatorname{ch}\left[2\sum_{k=1}^{Q}\left(\lambda_{-k}+b_{k,n}\right)\sum_{l=1}^{Q+1-k}\gamma_l\gamma_{l+k}\cos\left(\varphi_l-\varphi_{l+k}\right)\right] \qquad (3)$$

Оценку для средней вероятности ошибки при медленных флуктуациях параметров канала можно получить, усредняя правую часть (3) по статистике параметров φ_l, γ_l.

Рассмотрим соотношение при $D = Q = 1$. В этом случае

$$p\left(b_{1,n}, \lambda_{-1}, \gamma, \varphi\right) =$$

$$\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_1}{N_0}\left\{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^2 \gamma_1^2\gamma_2^2\cos^2\varphi}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}\right\}\right] \times \mathrm{ch}\left[2\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)\gamma_1\gamma_2\cos\varphi\frac{E_1}{N_0}\right],\ \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \qquad (4)$$

Разлагая экспоненту $\exp\left[-\frac{E_1}{N_0}\left\{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^2 \frac{\gamma_1^2\gamma_2^2\cos^2\varphi}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}\right\}\right]$ в ряд и используя соотношения

$$\cos^2\varphi = 1 - \sin^2\varphi$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^{2p}\varphi\,\mathrm{ch}\left[z\cos\varphi\right]d\varphi = I_p\left(z\right)\left(2p-1\right)!!,$$

получаем после усреднения правой части (4) по равномерно распределенной (в пределах от $-\pi$ до $+\pi$) фазе

$$p\left(b_{1,n}, \lambda_{-1}, \gamma, \varphi\right)_{\text{вг}} = \frac{1}{2}\left\{-\frac{E_1}{N_0}\left[\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^2\gamma_1^2\gamma_2^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}\right]\right\} \times$$

$$\times\sum_{p=0}^{\infty}\left(\frac{E_1}{N_0}\right)^p \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^{2p}}{p!\left(\gamma_1^2 + \gamma_2^2\right)^p} I_p\left[\frac{2E_1}{N_0}\gamma_1\gamma_2\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)\right]\left(2p-1\right)!!. \qquad (5)$$

Исследования (5) показывают, что лишь при малых отношениях сигнал-шум можно обеспечить приёмлемую вероятность ошибки.

В этих условиях, разлагая сумму и модифицированные функции Бесселя в (5) в ряд по степеням $h^2 = E_1 / N_0\left(\gamma_1^2 + \gamma_2^2\right)$ и удерживая члены порядка не выше h^4, получаем

$$p\left(b_{1,n}, \lambda_{-1}, \beta^2\right) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-Ah^2}\left(1 + Bh^4\right), \qquad (6)$$

где $A = 1 + \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^2\beta^2}{\left(1+\beta^2\right)^2}$; $B = \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^2\beta^2}{\left(1+\beta^2\right)^2} + \frac{\left(\lambda_{-1} + b_{1,n}\right)^3\beta^3}{\left(1+\beta^2\right)^3}$; $\beta^2 = \gamma_2^2 / \gamma_1^2$.

Соотношение (6) приёмлемо для оценки качества при $h^2 < h_{\text{пор}}^2 = 0{,}5$. В этом интервале вероятность ошибки (6) убывает с ростом аргумента h^2. Наиболее неблагоприятное сочетание параметров $\left|\lambda_{-1} + b_{1,n}\right| = 3$, $\beta^2 = 1$. При этом значению $h^2 = h_{\text{пор}}^2 = 0{,}5$ соответствует вероятность ошибки $p_{\text{вг}} = 0{,}237$.

Выводы

1. Простой корреляционный приёмник двоичных противоположных сигналов с ОСР может найти применение в каналах с МСИ и аддитивным гауссовским белым шумом лишь в условиях малых отношений сигнал-шум.

2. Пороговое отношение сигнал-шум, при котором использование этого алгоритма целесообразно, зависит от свойств (модели) канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кловский Д. Д. Помехоустойчивость оптимального поэлементного приёма в канале с межсимвольной интерференцией и обратной связью по решению// Адаптивные системы связи: Сб. науч. тр. учеб. институтов связи/ ЛЭИС. – Л., 1989. – С. 3–10.

Куйбышевский электротехнический институт связи

Статья поступила в редакцию в марте 1990 г., после доработки - в апреле 1990 г.

УДК 621.391 **Д.Д.Кловский, В.А.Шилкин**

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ В МНОГОЛУЧЕВЫХ РАДИОКАНАЛАХ ПРИ РАЗЛИЧНОМ ПЕРЕКРЫТИИ ЛУЧЕЙ

Вероятность ошибки для модели с полностью перекрывающимися сигналами лучей

Если длительность элемента сигнала в параллельных (многочастотных) системах передачи $T_{\text{пар}} \gg \tau_{\max}$, где $\tau_{\max}$ – максимальное время взаимного запаздывания между лучами, то можно полагать, что интервал анализа в месте приёма $T_{\text{а}} = T_{\text{пар}}$, пренебречь межсимвольной (но не внутрисимвольной) интерференцией и определить вероятность ошибки при детерминированном канале, аддитивном гауссовском белом шуме в канале и оптимальном когерентном приёме из формулы

$$p = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{\lambda h_0^2\left(x_\Sigma^2 + y_\Sigma^2\right)}\right)\right], \qquad (1)$$

где $h_0^2 = \dfrac{P_{\text{пер}} \cdot T_{\text{пар}}}{N_0}$ – энергетический параметр ($P_{\text{пер}}$ – средняя мощность сигнала в одном частотном канале на передаче, N_0 – спектральная плотность шума); $x_\Sigma = \sum_{l=1}^{L} x_l$, $y_\Sigma = \sum_{l=1}^{L} y_l$; x_l, y_l – квадратурные компоненты канала для l-го луча; L – число лучей; λ – параметр, определяющий ансамбль сигналов на передаче.

При АМ, ЧМ, ФМ (с противоположными сигналами) λ равен соответственно 1/2, 1, 2.

Определим среднюю вероятность ошибки при медленных, независимых замираниях лучей, подчиняющихся общей гауссовской модели [1]. В этом случае x_Σ и y_Σ – независимые гауссовские случайные величины с математическими ожиданиями и дисперсиями:

$$m_{x,\Sigma} = \sum_{l=1}^{L} m_{x,l}, \quad \sigma_{x,\Sigma}^2 = \sum_{l=1}^{L} \sigma_{x,l}^2,$$

$$m_{y,\Sigma} = \sum_{l=1}^{L} m_{y,l}, \quad \sigma_{y,\Sigma}^2 = \sum_{l=1}^{L} \sigma_{y,l}^2,$$

где $m_{x,l}$, $\sigma_{x,l}^2$, $m_{y,l}$, $\sigma_{y,l}^2$ – соответствующие параметры для l-го луча.

При симметричных (по дисперсиям) замираниях лучей (что будем полагать в дальнейшем)

$$\sigma_{x,\Sigma}^2 = L \cdot \sigma_x^2, \quad \sigma_{y,\Sigma}^2 = L \cdot \sigma_y^2.$$

Используя интегральное представление функции Крампа

$$\frac{1}{2}\left[1 - \Phi(x)\right] = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{1+t^2}\exp\left[-\frac{x^2}{2}\left(1+t^2\right)\right]dt$$

и усредняя (1) по x_Σ, y_Σ с учётом их совместной плотности

$$W\left[x_\Sigma, y_\Sigma\right] = \frac{1}{2\pi\sigma_{x,\Sigma}\sigma_{y,\Sigma}}\exp\left[-\frac{\left(x_\Sigma - m_{x,\Sigma}\right)^2}{2\sigma_{x,\Sigma}^2} - \frac{\left(y_\Sigma - m_{y,\Sigma}\right)^2}{2\sigma_{y,\Sigma}^2}\right],$$

получаем результат

$$p = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\exp\left[-\dfrac{m_{x,\Sigma}^2 \lambda h_0^2\left(1+t^2\right)}{2\left[1+\lambda h_0^2\sigma_x^2\left(1+t^2\right)\right]} - \dfrac{m_{y,\Sigma}^2 \lambda h_0^2\left(1+t^2\right)}{2\left[1+\lambda h_0^2\sigma_y^2\left(1+t^2\right)\right]}\right]}{\left(1+t^2\right)\left[1+\lambda h_0^2\sigma_x^2\left(1+t^2\right)\right]^{1/2}\left[1+\lambda h_0^2\sigma_y^2\left(1+t^2\right)\right]^{1/2}}dt. \qquad (2)$$

Формула (2) очень удобна для численных расчётов на ЭВМ и позволяет получить большое число частных результатов. В области больших отношений сигнал/шум флуктуирующих составляющих сигнала ($h_0^2\sigma_y^2 \gg 1, h_0^2\sigma_x^2 \gg 1$ при $\sigma_x^2 \neq 0$, $\overline{h^2} = h_0^2\left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2\right) \gg 1$)

вероятность ошибки в односторонне-нормальном канале ($m_{x,\Sigma} = m_{y,\Sigma} = 0$, $\sigma_x^2 = 0$)

$$p = \frac{1}{\pi\left(\lambda\overline{h^2}L\right)^{1/2}}, \tag{3}$$

а в остальной области общего гауссовского (4-параметрического) канала

$$p = \frac{\exp\left[-\frac{m_{x,\Sigma}^2}{U\sigma_x^2} - \frac{m_{y,\Sigma}^2}{U\sigma_y^2}\right]}{4L\lambda h_0^2\sigma_x\sigma_y}.$$

Для райсовского канала ($\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$)

$$p = \frac{\exp\left[-\frac{m_{x,\Sigma}^2 + m_{y,\Sigma}^2}{2L\sigma^2}\right]}{2L\lambda\overline{h^2}}. \tag{4}$$

В релеевском канале $p = \frac{1}{2L\lambda\overline{h^2}}$.

В области малых отношений сигнал/шум флуктуирующих составляющих сигнала ($h_0^2\sigma_x^2 \ll 1$, $h_0^2\sigma_y^2 \ll 1$) вероятность ошибки можно определить из (1), заменив там x_Σ и y_Σ на $m_{x,\Sigma}$ и $m_{y,\Sigma}$:

$$p = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{\lambda h_0^2\left(m_{x,\Sigma}^2 + m_{y,\Sigma}^2\right)}\right)\right]. \tag{5}$$

Вероятность ошибки для модели с неперекрывающимися сигналами лучей

Если в последовательной (одночастотной) системе использовать посылки длительностью $T < \tau_{\min}$, где $\tau_{\min}$ – минимальное время взаимного запаздывания между лучами и оптимальный поэлементный когерентный приём вести на интервале $T_{\text{а}} = (1+D)T$, D – задержка решения, то вероятность ошибки в детерминированном канале с аддитивным гауссовским белым шумом можно оценить нижней границей

$$p = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{\lambda h_0^2\sum_{l=1}^{L}\left(x_l^2 + y_l^2\right)}\right)\right]. \tag{6}$$

В частности (6) определяет границу вероятности ошибки субоптимального алгоритма ПЦППР Кловского–Николаева (приём в целом с поэлементным принятием решения [2]) с обратной связью по решению (ОСР), если ОСР идеальная (предшествующие символы приняты без ошибок).

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования [1] в области надёжной связи: а) средняя вероятность ошибки алгоритма ПЦППР с ОСР при идеальной ОСР мало отличается от нижней границы (6); б) при реальной ОСР не имеет место размножение ошибок, а помехоустойчивость алгоритма Кловского–Николаева практически не отличается от помехоустойчивости алгоритма Витерби при одинаковой фиксированной задержке принятия решения $D = Q = \left[\frac{\tau_{\text{и}}}{T}\right]$ – память канала, $\tau_{\text{и}}$ – длительность импульсной характеристики канала.

После усреднения (6) по параметрам x_l, y_l, статистика которых описывается общей гауссовской моделью, следует результат:

$$p = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{\left(1+t^2\right)}\prod_{l=1}^{L}\frac{\exp\left[-\frac{m_{x,l}^2\lambda h_0^2\left(1+t^2\right)}{2\left[1+\lambda h_0^2\sigma_x^2\left(1+t^2\right)\right]} - \frac{m_{y,l}^2\lambda h_0^2\left(1+t^2\right)}{2\left[1+\lambda h_0^2\sigma_y^2\left(1+t^2\right)\right]}\right]}{\left[1+\lambda h_0^2\sigma_x^2\left(1+t^2\right)\right]^{1/2}\left[1+\lambda h_0^2\sigma_y^2\left(1+t^2\right)\right]^{1/2}}dt.$$

В области больших отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигналов вероятность ошибки в односторонне-нормальном канале

$$p=\frac{\Gamma\left(\frac{L+1}{2}\right)}{L\Gamma\left(\frac{L}{2}\right)\sqrt{\pi}\left(\lambda\overline{h^2}\right)^{L/2}},$$

а в остальной области общего гауссовского канала

$$p=\frac{1}{\left(\lambda h_0^2\sigma_x\sigma_y\right)^L}\frac{(2L-1)!!}{L!2^{L+1}}\prod_{l=1}^{L}\exp\left[-\frac{m_{x,l}^2}{2\sigma_x^2}-\frac{m_{y,l}^2}{2\sigma_y^2}\right].$$

Для райсовского канала

$$p=\frac{1}{\left(\lambda\overline{h^2}\right)^L}\frac{(2L-1)!!}{2L!}\prod_{l=1}^{L}\exp\left[-\frac{m_{x,l}^2+m_{y,l}^2}{2\sigma^2}\right]. \qquad (8)$$

В релеевском канале

$$p=\frac{(2L-1)!!}{\left(\lambda\overline{h^2}\right)^L 2L!}$$

В области малых отношений сигнал/шум флуктуирующих составляющих сигналов вероятность ошибки можно определить из (6), заменив там x_l^2, y_l^2 на $m_{x,l}^2$ и $m_{y,l}^2$:

$$p=\frac{1}{2}\left[1-\Phi\left(\sqrt{\lambda h_0^2\sum_{l=1}^{L}\left(m_{x,l}^2+m_{y,l}^2\right)}\right)\right]. \qquad (9)$$

Оценка энергетического выигрыша перехода от параллельных систем передачи к последовательным в многолучевых каналах с медленными замираниями

Если фиксировать среднюю скорость передачи информации и общую среднюю мощность передатчика P_Σ * в последовательных и параллельных системах, то параметр h_0^2 является инвариантом, так как в каждом частотном канале параллельной системы средняя мощность $P_{\text{пер}}=P_\Sigma/n$ (n – число частотных каналов), но $T_{\text{пар}}=nT$. Занимаемая этими системами полоса частот также неизменна. Используя (3) – (5) для оценки помехоустойчивости последовательных систем, находим энергетический выигрыш в области больших отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигнала:

для односторонне-нормального (по лучам) канала

$$\eta=\left[L\Gamma\left(\frac{L}{2}\right)\sqrt{\pi}\Big/\Gamma\left(\frac{L+1}{2}\right)\right]^{2/L}\frac{1}{L\pi^2 p^{2-2/L}}, \qquad (10)$$

для райсовского (по всем лучам) канала

$$\eta=\frac{\exp\left[-\frac{\left(m_{x,\Sigma}^2+m_{y,\Sigma}^2\right)}{2L\sigma^2}\right]}{p^{1-1/L}\cdot 2L\left[\frac{(2L-1)!!}{2L!}\prod_{l=1}^{L}\exp\left\{-\frac{\left(m_{x,l}^2+m_{y,l}^2\right)}{2\sigma^2}\right\}\right]^{1/L}}, \qquad (11)$$

в релеевском канале

$$\eta=\frac{1}{p^{1-1/L}\cdot 2L}\left[\frac{2L!}{(2L-1)!!}\right]^{1/L}. \qquad (12)$$

Из (11) и (12) видно, что по сравнению с релеевским каналом в райсовском канале дополнительный выигрыш (проигрыш) определяется коэффициентом

$$\eta^*=\exp\left\{-\left[\left(\sum_{l=1}^{L}m_{x,l}\right)^2+\left(\sum_{l=1}^{L}m_{y,l}\right)\right]^2\Big/2L\sigma^2\right\}\left[\prod_{l=1}^{L}\exp\left\{-\frac{\left(m_{x,l}^2+m_{y,l}^2\right)}{2\sigma^2}\right\}\right]^{-1/L}.$$

---

* При фиксации пиковой мощности передатчика обсуждаемый энергетический выигрыш растёт.

Если параметры $m_{x,l}$, $m_{y,l}$ одинаковы по всем лучам, то

$$\eta^* = \exp\left\{\frac{-(L-1)}{2\sigma^2}\left(m_x^2 + m_y^2\right)\right\} < 1.$$

При больших L во многих случаях можно считать, что $\sum_{l=1}^{L} m_{x,l} \approx 0$, $\sum_{l=1}^{L} m_{y,l} \approx 0$ (т. е. эквивалентный канал для параллельных систем является подрелеевским [1] или релеевским при $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$). Тогда $\eta^* = \left[\prod_{l=1}^{L} \exp\left\{-\frac{\left(m_{x,l}^2 + m_{y,l}^2\right)}{2\sigma^2}\right\}\right]^{1/L}$ может оказаться и больше 1.

Из (5) и (9) находим энергетический выигрыш в области малых отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигнала:

$$\eta = \frac{\sum_{l=1}^{L}\left(m_{x,l}^2 + m_{y,l}^2\right)}{\left(\sum_{l=1}^{L} m_{x,l}\right)^2 + \left(\sum_{l=1}^{L} m_{y,l}\right)^2}.$$

Если параметры $m_{x,l}$, $m_{y,l}$ одинаковы по всем лучам, $\eta = \frac{1}{L} < 1$ (т. е. имеет место проигрыш).

По мере уменьшения $m_{x,\Sigma}$ и $m_{y,\Sigma}$ η растёт и может стать весьма существенным.

В таблице приведены значения выигрыша в децибелах для односторонне-нормального и релеевского каналов при числе лучей 2, 3, 4, 5 и вероятности ошибки 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}.

Канал								
L \ p	односторонне-нормальный				релеевский			
	2	3	4	5	2	3	4	5
10^{-2}	13,667	16,441	17,671	18,148	4,604	5,229	5,119	4,810
10^{-3}	23,067	29,774	32,671	34,148	9,604	11,895	12,619	12,810
10^{-4}	33,067	43,107	47,671	50,148	14,604	18,562	20,119	20,810

Выводы

В многолучевых радиоканалах с медленными флуктуациями параметрами качество связи при оптимальном (субоптимальном) поэлементном приёме существенно зависит от взаимного перекрытия лучей на интервале анализа даже если исключить влияние межсимвольной (но не внутрисимвольной) интерференции.

В области малых отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигнала последовательные системы могут для одних моделей канала обеспечивать энергетический выигрыш над параллельными системами, а для других – проигрыш.

В области больших отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигнала (в частности, для всей области подрелеевского канала) последовательные системы при вероятности ошибки $p \le 10^{-2}$ обеспечивают энергетический выигрыш над параллельными системами при числе лучей $L \ge 2$. Максимальное значение этого выигрыша при заданной модели канала зависит от соотношения p и L.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Радио и связь, 1982, 304 с.

2. Кловский Д. Д., Николаев Б. И. Инженерная реализация радиотехнических схем. – М.: Связь, 1975, 200 с.

3. Кловский Д.Д., Карташевский В.Г., Белоус С.А. Рекуррентная модификация алгоритма приёма в целом с поэлементным принятием решения// Радиотехника.–1991. – № 1, 170, 172

УДК 621.391:621396

ПОЭЛЕМЕНТНЫЙ ПРИЁМ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ В КАНАЛАХ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ И ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ПО РЕШЕНИЮ

Д.Д.Кловский

Вниманию читателей предлагается краткий обзор некоторых ранних работ автора в области адаптивной поэлементной обработки сигналов при последовательной (одноканальной) передаче дискретных сообщений по каналам с межсимвольной интерференцией (в частности, порожденной многолучевостью) и переменными параметрами. Этот материал поучителен для молодых специалистов и, кроме того, показывает несомненный отечественный приоритет в области оптимальной обработки сигналов в каналах с межсимвольной интерференцией (МСИ) и при использовании обратной связи по решению (ОСР).

Метод последовательной скоростной передачи дискретных сообщений по каналам с МСИ и переменными параметрами. В конце 50-х годов, когда автор стал заниматься проблемами теории электрической связи, в частности, поиском методов эффективной передачи дискретных сообщений по многолучевым (декаметрового диапазона) радиоканалам, у специалистов господствовало мнение, что при использовании сигналов с небольшой базой $2F_{\text{с}}T_{\text{с}}$ в каналах с рассеянием во времени (многолучевостью) следует использовать сигнальные посылки длительностью

$$T_{\text{с}} \gg \tau_{\text{кан}}, \qquad (1)$$

где $\tau_{\text{кан}}$ – память канала (максимальное время взаимного запаздывания лучей). При выполнении условия (1), т.е. когда можно пренебречь МСИ на интервале анализа элемента сигнала, алгоритм приёма получается достаточно простым. Но при этом скорость передачи (при двоичном коде) $R_1 = 1/T_{\text{с}} \ll 1/\tau_{\text{кан}}$ бит/с. Для обеспечения больших скоростей $R = nR_1$ предлагалось осуществить параллельную (n-канальную или многочастотную) передачу сообщений. Однако параллельным системам передачи (СП) присущ ряд принципиальных недостатков.

1. На отдельный(частотный) канал приходится лишь часть пиковой мощности передатчика, которая меньше $P_{\text{пик}}/n$, но может принять и значение $P_{\text{пик}}/n^2$,

2. Отдельный (частотный) канал передачи использует полосу частот F_i, составляющую лишь часть полосы частот канала $F_{\text{к}}$. Из-за селективных по частоте замираний в многолучевых радиоканалах коэффициенты передачи по отдельным частотным каналам могут быть существенно различны. При этом канал с малым коэффициентом передачи будет работать с вероятностью ошибки $p \approx 0,5$.

3. Аппаратурная реализация параллельного модема (в те годы преимущественно обсуждались варианты аналоговой реализации аппаратуры) громоздка, что характерно для систем с частотным разделением каналов, имеют большую массу и значительную потребляемую мощность.

4. Система критична к нелинейным искажениям в канале.

Последовательная передача сообщений с тактовым интервалом $T = 1/R = T_{\text{с}}/n$ могла снять отмеченные недостатки, но для этого надо было предложить метод (алгоритм) приёма, обеспечивающий приемлемую помехоустойчивость при учете МСИ в канале с меняющимися параметрами.

Метод последовательной (одноканальной) скоростной передачи дискретных сообщений по каналам с МСИ (в частности, многолучевым) и переменными параметрами был впервые предложен автором в 1958 г.[1] (соавтору Л.М. Гольденбергу принадлежит разработка цифровой реализации алгоритма приёма). В [1] рассматривалась синхронная многоуровневая (используем принятые сегодня терминологию и обозначения) модуляция, при которой принимаемый сигнал (без аддитивной помехи) при последовательной передачи M информационных посылок определялся из соотношения

$$s(l\Delta t) = \sum_{k=0}^{M-1} B^{(k)} g(l\Delta t - kT),\ l = \overline{1, L} \geq M, \qquad (2)$$

где $g(l\Delta t) = \int_0^{l\Delta t} f(x) g_{\text{и.х}}(l\Delta t - x)\,dx$ – реакция канала, измеренная на отрезок несущей $f(t)$; на интервале $[0, (Q+1)T]$ реакция $g(l\Delta t) \neq 0$ (считаем, что T кратно шагу временной

дискретизации Δt); $Q=[\tau_{\text{кан}}/T]$ – относительная память канала, $\tau_{\text{кан}}$ – длительность импульсной характеристики канала $g_{\text{и.х}}(t)$; $B^{(k)}$ – дискретный уровень, соответствующий кодовому символу из алфавита объемом m, переданному в момент времени $t=kT$.

Предлагалось оценки $\hat{B}^{(k)}(k=\overline{0,M-1})$ определять из системы уравнений (2) при квадратурной, полностью цифровой обработке сигнала. В матричной форме эти оценки имеют вид:

$$\hat{B}=SG^{-1}, \tag{3}$$

где $\hat{B}$ – вектор-столбец из M оценок $\hat{B}^{(k)}$; S – вектор-столбец из M отсчётов принимаемого сигнала $s(l\Delta t)$; G – прямоугольная матрица размером $(M+Q)M$, определяемая отсчётами характеристики канала $g(l\Delta t)$ [15]. Отметим, что оценки (3) при замене **S** на **Z** (вектор-столбец отсчётов принятой смеси – сигнал плюс шум) не раз рассматривались в различных работах по каналам с МСИ.

Если канал с медленно меняющимися параметрами периодически зондировать испытательными импульсами длительностью T (отдельными от пакетов информационных импульсов защитными интервалами $t_з=NT,\ N\geq Q$) и отслеживать реакцию канала $g(t)$ на эти импульсы, то обеспечивается адаптивный приём, т.е. адаптивная коррекция канала.

В [1] высказывалась мысль о возможности построения оптимального адаптивного поэлементного приёма в канале с МСИ в условиях, когда учитывается аддитивный шум.

Алгоритм оптимального поэлементного приёма с нулевой задержкой и обратной связью по решению. Анализируемое в месте приёма колебание (сигнал плюс шум) при оценке k-го символа на интервале $T_a^k=\left[kT,(k+1+D)T\right]$ можно представить в виде $z(t)=s^k(t)+g_{\text{м.и}}(t)+n(t)$, где $s^{(k)}(t)$ – отклик канала на передачу k-го символа; $g_{\text{м.и}}(t)=g_{\text{пр}}(t)+g_{\text{пос}}(t)$ – сигнал МСИ; $g_{\text{пр}}(t)$ – сигнал МСИ, обусловленный символами, переданными до анализируемого (k-го), а $g_{\text{пос}}(t)$ – после анализируемого; $n(t)$ – аддитивный шум в канале; D – задержка решения.

При многоуровневой модуляции

$$s^{(k)}(t)=B^{(k)}g(t-kT);\ g_{\text{пр}}(t)=\sum_{l=k-Q}^{k-1}B^{(l)}g(t-lT);\ g_{\text{пос}}(t)=\sum_{l=k+1}^{k+1+D}B^{(l)}g(t-lT).$$

В [2] при поиске простого алгоритма поэлементного приёма с нулевой задержкой решения $(D=0)$ в канале с МСИ и аддитивным шумом было предложено использовать обратную связь по решению (ОСР) и осуществлять приём (оценку) символа по правилу:

$$B^{(k)}=\arg\max_{b_i^{(k)}}\{l[z(t)-\hat{g}_{\text{пр}}(t)\big|b_i^{(k)}]\};$$

$$T_a^{(k)}=[kT,(k+1)T],\ i\in\overline{0,m-1},$$

где $\hat{g}_{\text{пр}}(t)$ – оценка сигнала $g_{\text{пр}}(t)$ (определяется ОСР).

При многоуровневой модуляции

$$\hat{g}_{\text{пр}}(t)=\sum_{l=k-Q}^{k-1}\hat{B}^{(l)}g(t-lT);$$

$$l\left[z(t)-\hat{g}_{\text{пр}}(t)\big|b_i^{(k)}\right]$$

– нормированный функционал правдоподобия передачи $B^{(k)}=b_i^{(k)}$.

Для детерминированного канала с МСИ, гауссовского белого шума и многоуровневой модуляции

$$\hat{B}^{(k)}=\arg\min_{b_i^{(k)}}\int_{kT}^{(k+1)T}\left[z(t)-\sum_{l=k-Q}^{k-l}B^{(l)}g(t-lT)-b_i^{(k)}g_0(t-kT)\right]^2dt, \tag{5}$$

где $g_0(t)$ – первый элемент длительности T реакции канала. Алгоритм (5), учитывающий при $Q>0$ лишь часть энергии сигнала, назван алгоритмом простейшего варианта СИИП (системы с испытательным импульсом и предсказанием). Его обобщение на произвольную

модуляцию и расчёт потенциальной помехоустойчивости даны в [3, 4].

В 1962 г. автором (тогда уже работавшим в Самарском электротехническом институте связи) совместно с Б.И. Николаевым была отправлена заявка на простейший вариант системы СИИП с алгоритмом (5). В то время это была первая заявка на последовательный метод передачи по каналам с МСИ с оптимальным поэлементным приёмом и ОСР. Её отклонили по причине «неработоспособности». Авторское свидетельство по этой заявке было получено лишь через 10 лет [15], когда последовательные методы передачи по каналу с МСИ, в том числе с ОСР, стали широко развиваться за рубежом.

Различные схемы, обеспечивающие поэлементный адаптивный приём в канале с МСИ на тактовом интервале с компенсацией эхо-сигналов от предшествующих посылок, были в зарубежной литературе названы адаптивными аквалайзерами с решающей обратной связью (РОС или ОСР) [11]. В [11] утверждается, что идея ОСР для борьбы с МСИ была в первые предложена Остином, что свидетельствует о незнании авторами обзора не только работ [1–4], но и монографий [6, 8, 9].

Следует отметить, что работы нашего института в области обработки сигналов в каналах с МСИ и в начале 80-х годов ещё были слабо освещены в зарубежной литературе [13], что неудивительно, если учесть действующие в то время ограничения на научные контакты.

Алгоритм приёма в целом с поэлементным принятием решения и ОСР. В конце 60-х годов алгоритм (4) был обобщён на случай поэлементного приёма с произвольной задержкой принятия решения. Этот алгоритм был назван приёмом в целом с поэлементным принятием решения и ОСР (ПЦППР). Первая открытая публикация по этому алгоритму [8] переведена на английский язык [9].

Приём осуществляется по правилу:

$$\hat{B}^{(k)} = \arg\max_{\mathbf{B}}^{(k)} \{ l[z(t) - \hat{g}_{\text{пр}}(t) \big| \mathbf{B}^{(k)}] \}; \quad T_a^{(k)} = \left[kT \;\; (k+1+D)T \right], \tag{6}$$

где $l[z(t) - \hat{g}_{\text{пр}}(t) \big| \mathbf{B}^{(k)}]$ – нормированный функционал правдоподобия передачи последовательности $\mathbf{B}^{(k)} = \left\{ b_i^{(k)}, \mathbf{B}_r \right\}$. Здесь $\mathbf{B}_r$, $r = \overline{1, m^D}$ – последовательность символов, образующих $g_{\text{пос}}(t)$.

Правило (6) предполагает, что решение $\hat{B}^{(k)}$ – первый символ цепочки $\mathbf{B}^{(k)}$, максимизирующей нормированный функционал правдоподобия.

Для детерминированного канала с МСИ, гауссовского белого шума и многоуровневой модуляции

$$\hat{B}^{(k)} = \arg\min_{\mathbf{B}^{(k)}} \int_{kT}^{(k+1+D)T} \left[z(t) - \sum_{l=k-Q}^{k-1} \hat{B}^{(l)} g(t - lT) - \sum_{l=k}^{k+1+D} B^{(l)} g(t - lT) \right]^2 dt \,. \tag{7}$$

Правило (7) известно как алгоритм ПЦППР в системе СИИП. Алгоритм учитывает всю энергию анализируемой посылки сигнала и может быть реализован путем рекуррентной обработки на тактовых интервалах длительностью T [16]. Это позволяет весьма наглядно при фиксированном $D = Q$ сравнить приём по алгоритму ПЦППР и с поэлементным приёмом по алгоритму Витерби в каналах с МСИ [7] в терминах решётчатых диаграмм. В алгоритме Витерби «выжившие» на каждом такте T пути определяются [10] сравнением метрик путей, приходящих в данный узел, и не зависят ни от глубины принятия решения, ни от принимаемых на фиксированной глубине решений.

В алгоритме ПЦППР группа «выживших» путей однозначно определяется принятым на глубине $(Q+1)$ решением: «выживают» пути, которые включают принятое решение и отсекаются все пути с остальными $(m-1)$ значениями символами на глубине $(Q+1)$.

Цифровое моделирование алгоритмов ПЦППР и Витерби в детерминированном канале с МСИ, аддитивным гауссовским белым шумом при задержке $D = Q = 4$ и использовании двоичных противоположных сигналов показывает, что алгоритмы практически не отличаются по помехоустойчивости [17] и сопоставимы по вычислительной сложности. Заметим, что введение в алгоритм Витерби ОСР для упрощения его реализации [14] еще

больше приближает характеристики качества двух упомянутых алгоритмов. Анализ показывает, что энергетический проигрыш этих алгоритмов по отношению к более труднореализуемому алгоритму оптимального поэлементного приёма в канале с МСИ незначителен [12].

Хотя эти два алгоритма в канале с МСИ характеризуются примерно одинаковой помехоустойчивостью и вычислительной сложностью [16] – они результат независимого поиска. Алгоритм ПЦППР был задуман как алгоритм поэлементного приёма в канале с МСИ и использовании обратной связи по решению, в то время как алгоритм Витерби перенесен Г. Форни из области декодирования [7] на демодуляци. в канале с МСИ.

Рекуррентная модификация алгоритма ПЦППР лучше, чем алгоритм Витерби, приспособлена для реализации на сигнальном процессоре, имеющей архитектуру с одним регистром-аккумулятором. Использование нерекуррентной модификации алгоритма ПЦППР [6, 8, 9] позволяет за счёт некоторого увеличения вычислительной сложности свести к минимуму количество используемых ячеек памяти.

Так, при одном и том же размере решётки m^Q (одинаковом числе перебираемых гипотез) нерекуррентная реализация алгоритма ПЦППР требует одной ячейки памяти (регистр обратной связи) для хранения предыдущих решений и осуществления ОСР. Для алгоритма Витерби требуется $2m^Q$ ячеек памяти: m^Q – для хранения «выживших» путей к каждому узлу решётки и m^Q – для хранения их метрик. Особенность нерекуррентной реализации – существование около $(Q+1)$ ячеек памяти, в которых хранится принятый сигнал. Это позволяет на определённом шаге обработке сигнала при необходимости возвращаться к анализу предыдущих отсчётов сигнала. В свою очередь, такая возможность открывает пути реализации алгоритмов сокращённого перебора гипотез [6, 8, 9, 15]: перебор на укороченном интервале, причём можно автоматически выбрать «наилучший» из укороченных интервалов, градиентный поиск кратчайшего пути и т.д.

Как показывают исследования [15], сокращённый перебор мало уступает полному, но выигрывает по быстродействию. В результате оказывается возможным приблизиться к оптимальным характеристикам демодуляции при весьма больших значениях Q.

Инженерные аспекты реализации алгоритмов (5), (7), их модификаций и СИИП в целом (преимущественно с использованием двоичных противоположных сигналов) для передачи дискретных сообщений по составным каналам радиосвязи (каскадное соединение радиоканала и коммутируемого проводного канала) в полосе стандартного телефонного канала обсуждались в [8, 9, 15]. Результаты испытаний СИИП на различных радиолиниях со скоростью передачи 1200…2400 бит/с приведены в [15]. Следует отметить, что в реализованных модемах СИИП оценка характеристики канала $g(t)$ (с последующим формированием всех опорных сигналов в месте приёма) проводится как по периодически передаваемым испытательным импульсам, так и по информационным посылкам.

Сравнительная помехоустойчивость последовательных (одноканальных) и параллельных (многоканальных) СП дискретных сообщений по многолучевым радиоканалам. Приведём результаты анализа помехоустойчивости СП при использовании двоичных сигналов в предположении, что в последовательных СП сигнал на интервале анализа $T_a^{(k)} = \left[kT \;\; (k+1+D)T\right]$ полностью компенсирован (идеальная ОСР). Тогда нижняя (нереализуемая сигналами с малой базой) граница вероятности ошибки для таких СП в детерминированном канале с МСИ и аддитивным белым гауссовским шумом*

$$p = Q\left[\sqrt{(\lambda/N_0)\int_0^{(Q+1)T} g^2(t)\,dt}\right], \qquad (8)$$

* Энергетический проигрыш СИИП из-за МСИ в многолучевых радиоканалах с замираниями и реальной ОСР относительно границы (8) исследовался аналитически и путём моделирования. В области малых ошибок в среднем он не превышает 3 дБ. Для двухлучевого радиоканала 3 дБ – это максимально возможный проигрыш.

где $Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$; N_0 – спектральная плотность шума; $\lambda=0{,}5;\ 1;\ 2$ соответственно для АМ, ЧМ, ФМ (при модуляции на $\pm\pi$).

Если сигналы лучей, образующих $g(t)$, не перекрываются во времени (характерно для последовательных скоростных СП, когда минимальное значение между лучами $\tau_{\min}>T$), то (8) можно записать

$$p=Q\left[\sqrt{\lambda h_0^2\sum_{l=1}^{L}\left(x_l^2+y_l^2\right)}\right], \tag{9}$$

где $h_0^2=\frac{1}{N_0}\int\limits_0^T f^2(t)\,dt$; x_l, y_l – квадратурные коэффициенты передачи канала по l-му лучу.

Если сигналы лучей, образующих $g(t)$, полностью перекрываются на интервале анализа (характерно для параллельных СП, когда максимальное запаздывание между лучами $\tau_{\max}\ll T_{\text{c}}$), то вероятность ошибки можно определить по (9), если заметить $\sum\limits_{l=1}^{L}\left(x_l^2+y_l^2\right)$ на $x_\Sigma^2+y_\Sigma^2$ и T_L на T_{c}. Здесь $x_\Sigma=\sum\limits_{l=1}^{L}x_l$; $y_\Sigma=\sum\limits_{l=1}^{L}y_l$.

Вероятность ошибки при медленных четырёхпараметрических независимых замираниях лучей (общей гауссовской модели [6]) найдём усреднением (9) по случайным гауссовским величинам x_l, y_l с параметрами $\overline{\overset{\circ}{x}_l}=m_{x,l}$, $\overline{\overset{\circ}{y}_l}=m_{y,l}$, $\overline{\overset{\circ}{x}_l^2}=\sigma_x^2$, $\overline{\overset{\circ}{y}_l^2}=\sigma_y^2$.

Можно также определить энергетический выигрыш при переходе от параллельных СП к последовательным при неизменной средней мощности передатчика**, средней скорости передачи информации, занимаемой полосе частот и фиксированных вероятности ошибки и модели канала в общем гауссовском канале.

В области больших отношений сигнал/шум для флуктуирующих составляющих сигнала имеем:

для односторонне-нормального канала (наиболее глубокие замирания в рамках общей гауссовской модели)

$$\eta=\left[\frac{L\Gamma(L/2)\sqrt{\pi}}{\Gamma(L+1/2)}\right]^{\frac{2}{L}}\frac{1}{L\pi^2p^{2(1-1/L)}}, \tag{10}$$

для райсовского ($\sigma_x^2=\sigma_y^2=\sigma^2$) канала

$$\eta=\exp\left[\frac{-\left(m_{x,\Sigma}^2+m_{y,\Sigma}^2\right)}{2L\sigma^2}\right]\left[\frac{(2L-1)!!}{2L!}\prod_{l=1}^{L}\exp\left\{\frac{-\left(m_{x,l}^2+m_{y,l}^2\right)}{2\sigma^2}\right\}\right]^{-\frac{1}{L}}\frac{1}{2Lp^{(1-1/L)}}, \tag{11}$$

где $m_{x,\Sigma}=\sum\limits_{l=1}^{L}m_{x,l}$; $m_{y,\Sigma}=\sum\limits_{l=1}^{L}m_{y,l}$.

В области малых флуктуаций сигналов в лучах

$$\eta=\sum_{l=1}^{L}\frac{m_{x,l}^2+m_{y,l}^2}{m_{x,\Sigma}^2+m_{y,\Sigma}^2}, \tag{12}$$

Из анализа (10) и (11) следует, что в области больших отношений сигнал/шум для флуктуирующих лучей последовательные СП всегда обеспечивают выигрыш над параллельными. Так, при $p=10^{-3}$ и $L=2$ имеем в релеевском канале $\eta=(9{,}6-3)=6{,}6$ дБ. Здесь, с учетом соображений, высказанных выше, выигрыш уменьшен на 3 дБ.

Из (12) видно, что если возможно фазирование сигналов лучей, то $\eta=1/L<1$. В этом

** При фиксированной пиковой мощности передатчика выигрыш растёт с увеличением числа параллельных каналов.

случае (при учёте лишь регулярных компонентов сигнала) последовательные СП проигрывают параллельным. На практике, однако, более вероятна ситуация, когда $m_{x,\Sigma}$ и $m_{y,\Sigma}$ близки к нулю (по мере увеличения L) и согласно (12) можно получить весьма существенный выигрыш.

Эти результаты подтверждаются моделированием и линейными испытаниями, из которых наиболее интересны сравнительные характеристики надёжности последовательных и параллельных СП (процент времени, в пределах которого вероятность ошибки не превышает заданной величины) [17].

Заключение. Методы оптимального и субоптимального адаптивного приёмов в каналах с МСИ, использующие принципы ОСР, имеют более чем 30-летнюю историю, с которой тесно связаны процессы становления и развития этого научного направления в КЭИС (ныне ПИИРС). Исследования показали, что скоростные последовательные системы передачи дискретных сообщений, основанные на принципах поэлементного приёма с ОСР, а также совместной демодуляции и декодирования [17], оказываются весьма перспективными (с учётом современной элементной базы) для оборудования не только проводных линий связи, но и многолучевых радиоканалов различных диапазонов волн, включая каналы с селективными замираниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольденберг Л.М., Кловский Д.Д. Метод приёма импульсных сигналов, основанный на использовании вычислительных машин // Тр. ЛЭИС, 1959. – Вып. VII(44). – С. 17–26.
2. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с переменными параметрами. Дис. на соиск. степени канд. техн. наук. – Л.: ЛЭИС, 1960. – 244 с.
3. Кловский Д.Д. Система оптимального приёма в каналах с эхо-сигналами / / Тр. уч. инст. связи. – Л., 1964. – Вып. 19. – С. 6–17.
4. Кловский Д.Д. Потенциальная помехоустойчивость в каналах с эхо-сигналами // Радиотехника. – 1964. – Т. 19. – № 12. – С. 24–34.
5. Austin M.E. Decision Feedback Equalization for Digital Communication over Dispersive Channels // MJT, Res. Lab. Electron Techn. Rep. 461. – Aug 1967.
6. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Радио и связь, 1982. – 304 с.
7. Форни Г.Д. Алгоритм Витерби // ТИИЭР, 1973. – Т. 67. – № 3. – С. 12–25.
8. Кловский Д.Д., Николаев Б.И. Инженерная реализация радиотехнических схем (в системах передачи дискретных сообщений в условиях межсимвольной интерференции). – М.: Связь, 1975. – 200 с.
9. Klovsky D.D., Nikolaev B.I. Sequential Transmission of Digital Information in the Presence of Intersymbol Interference // Mir Publishers – Moscow, 1978, 216 p.
10. Витерби А.Д., Омура Дж. К. Принципы цифровой связи и кодирования. – М.: Радио и связь, 1982.- 536 с.
11. Бельфиоре К.А., Парк Дж.Х. Компенсация посредством решающей обратной связи // ТИИЭР, 1979. – № 8. – С. 67–83.
12. Карташевский В.Г. Синтез и анализ оптимальных последовательных систем передачи дискретных сообщений в каналах с памятью. Дис. на соиск. степени канд. тех. наук. – М.: МЭИС, 1980.–200 с.
13. Benedetto S., Biglieri E., Castellani V. Digital Transmission Theory // Publisher – Prentice Hall. – 1987. – 640 p.
14. Bergmans J.W.H., Raiput S.A., Van de Laur F.A. On the use Decision Feedback for simplifying the Viterbi Detector // Philips J. Res. – 1987. – Vol 42.– № 4. – P. 399–428.
15. Николаев Б.И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. – М.: Радио и связь, 1988. 264 с.
16. Кловский Д.Д., Карташевский В.Г., Белоус С.А. Рекуррентная модификация алгоритма приёма в целом с поэлементным принятием решения // Радиотехника. – 1991. – № 1. – С. 58–59.
17. Кловский Д.Д., Карташевский В.Г., Белоус С.А. Приём сигналов со свёрточным кодированием в канале с межсимвольной интерференцией // Проблемы передачи информации. – 1991. – Вып. 2.– С. 97 – 100.

УДК 681.3:621.39

Радиотехника, 1994, № 9

Алгоритм мягкого декодирования линейных блочных кодов

Д.Д. Кловский, С.А. Белоус.

Предложена вычислительная процедура декодирования по максимуму правдоподобия произвольного кода, требующая в среднем меньшего времени на обработку блока по сравнению с алгоритмом полного перебора: приведены результаты моделирования.

Сокращение вычислительных затрат при декодировании произвольного линейного блочного кода остается актуальной задачей теории и практики помехоустойчивого кодирования [1,2].

Цель статьи – *разработка алгоритма с уменьшенной средней трудоёмкостью декодирования произвольного линейного кода.*

Правило декодирования запишем в виде

$$\widehat{\mathbf{X}} = \left(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_k\right) = \arg\max_{\mathbf{X}} \left\{ \sum_{i=1}^{N} z_i u_i\left(\mathbf{X}\right) \right\}, \tag{1}$$

где z_i, $i = 1, ..., N$ – отсчёты принимаемой реализации сигнала; $u_i(X)$ – кодовые символы, $u_i(X) \in \{-1,1\}$; x_i, $i = 1, ..., k$ – информационные символы $x_i \in \{0,1\}$.

Формула (1) заменой $u_i\left(\mathbf{X}\right) = 1 - 2y_i\left(\mathbf{X}\right)$ приводится к выражению

$$\widehat{\mathbf{X}} = \left(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_k\right) = \arg\max_{\mathbf{X}} \left\{ \sum_{i=1}^{N} B_i y_i\left(\mathbf{X}\right) \right\},$$

где

$$y_i\left(\mathbf{X}\right) = \sum_{j=1}^{k} \left(\bmod 2\right) d_{ij}\, x_j\,, \tag{2}$$

$y_i\left(\mathbf{X}\right) \in \{0, 1\}$, $\left[d_{ij}\right]$ – порождающая матрица линейного кода размера $N \times k$, $B_i = -z_i$.

Предлагаемая процедура поиска информационного вектора $\widehat{\mathbf{X}}$, максимизирующего целевую функцию $F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{N} B_i y_i\left(\mathbf{X}\right)$, использует последовательное исключение не содержащих $\widehat{\mathbf{X}}$ множеств $\left\{M_{n-1}\left(\mathbf{X}\right) \setminus M_n\left(\mathbf{X}\right)\right\}$, где $M_n\left(\mathbf{X}\right)$ – конечное множество неисключённых до n-го шага векторов $\mathbf{X}$, определяемое условием

$$M_n\left(\mathbf{X}\right) = \left\{\mathbf{X} : F\left(\mathbf{X}\right) > F\left(\mathbf{X}_{n-1}\right)\right\},$$

$\mathbf{X}_{n-1}$ – произвольно выбранный элемент множества $M_{n-1}\left(X\right)$. По определению $M_{n-1}\left(\mathbf{X}\right)$ последовательность $F\left(\mathbf{X}_n\right)$ монотонно возрастает, поэтому монотонно убывает последовательность множеств $M_n\left(\mathbf{X}\right)$, так что на некотором шаге r множество $M_r\left(\mathbf{X}\right)$ оказывается пустым, а один из элементов (любой) множества $M_{r-1}\left(\mathbf{X}\right)$ глобальный максимум целевой функции $F\left(\mathbf{X}\right)$ и является, таким образом, искомым информационным вектором $\widehat{\mathbf{X}}$. Вычислительные затраты на декодирование определяются преимущественно алгоритмом отыскания произвольного $\mathbf{X}_n \in M_n\left(\mathbf{X}\right)$, т. е. $\mathbf{X}_n$, удовлетворяющего неравенству

$$\sum_{i=1}^{N} B_i y_i\left(\mathbf{X}\right) > T\,, \tag{3}$$

где T – вещественная константа, а $y_i\left(\mathbf{X}\right)$ задаются соотношениями (2).

При решении задачи (3), (2) используются результаты [3]. Опишем основные этапы алгоритма решения указанной задачи. Предварительно неравенство (3) приводится к каноническому виду: 1) все коэффициенты B_i неотрицательны; 2) с ростом i коэффициенты B_i не возрастают. Первое условие для всех $B_i < 0$ выполняется с помощью замены переменных $y_i\left(\mathbf{X}\right) = 1 - \overline{y_i}\left(\mathbf{X}\right)$, где черта сверху обозначает инверсию. Каждой переменной $y_i\left(\mathbf{X}\right)$ ставится в соответствие индикатор инверсии: $a_i = 0$, если использовалась замена переменных, и $a_i = 1$, если замена переменных не использовалась. Второе условие обеспечивается сортировкой N слагаемых в левой части (3). В дальнейшем будем считать, что неравенство (3) записано в каноническом виде и значения всех a_i, $i = 1, ..., N$,

определены. Следующий этап состоит в поочередном отыскании базисных решений линейного псевдобулева неравенства.

$$\sum_{i=1}^{N} B_i y_i > T\ , \qquad (4)$$

где y_i считаются независимыми переменными, $y_i \in \{0,1\}$.

Решение $Y^* = \left(y_1^*,...,y_N^*\right)$ неравенства (4) называется базисным, если для каждого $y_i^* = 1$ вектор $\left(y_1^*,...,y_{i-1},0,y_{i+1}^*,...,y_N^*\right)$ не является решением неравенства. Базисное решение задает целый класс решений неравенства (4): любые нулевые компоненты базисного решения могут быть заменены единичными и полученный в итоге вектор снова будет являться решением (4).

В соответствии с [3] базисные решения неравенства (4) определяются по следующим правилам:

1) если $T < 0$, то существует единственное базисное решение $y_1 = ... = y_N = 0$;

2) если $T \ge 0$ и $B_1 \ge ... \ge B_p > T \ge B_{p+1} \ge ... \ge B_N$, то решения, если они существуют, имеют вид:

$y_1 = 1$ для некоторого $i \le p$, а остальные $N-1$ компонент равны нулю;

$y_1 = ... = y_p = 0$ и $\left(y_{p+1},...,y_N\right)$ - базисное решение неравенства $\sum_{i=p+1}^{N} B_i y_i > T$;

3) если $T \ge 0$, $B_i \le T$ для всех $i = 1, ..., N$ и $\sum_{i=1}^{N} B_i \le T$, то решения не существует;

4) если $T \ge 0$, $B_i \le T$ для всех $i = 1, ..., N$, $\sum_{i=1}^{N} B_i > T$, $\sum_{i=2}^{N} B_i \le T$ то решение имеет вид:

$y_1 = 1$ и $\left(y_2,...,y_N\right)$ – базисное решение неравенства $\sum_{i=2}^{N} B_i y_i > T - B_1$;

5) если $T \ge 0$, $B_i \le T$ для всех $i = 1, ..., N$, $\sum_{i=1}^{N} B_i > T$, $\sum_{i=2}^{N} B_i > T$, то решение имеет вид:

$y_1 = 1$ и $\left(y_2,...,y_N\right)$ – базисное решение неравенства $\sum_{i=2}^{N} B_i y_i > T - B_1$

$y_1 = 0$ и $\left(y_2,...,y_N\right)$ – базисное решение неравенства $\sum_{i=2}^{N} B_i y_i > T$.

В задаваемом каждым базисным вектором $Y^* = \left(y_1^*,...,y_n^*\right)$ классе решений (4) могут быть два типа решений: а) решения, которым с помощью соотношения (2) можно поставить в соответствие один или несколько векторов **X** (допустимые решения); б) решения, которым нельзя поставить в соответствие с помощью соотношений (2) ни одного вектора **X** (недопустимые решения).

На очередном этапе решения задачи (3), (2) проверяется наличие допустимых решений в задаваемых базисными решениями классах решений (проверка базисных решений на допустимость). Процедура проверки заключается в следующем. Каждой компоненте $y_1^* = 1$ вектора $\mathbf{Y}^* = \left(y_1^*,...,y_N^*\right)$ соответствует уравнение $\sum_{j=1}^{k} (\mathrm{mod}\, 2)\, d_{ij} x_j = a_i$, а всё базисное решение своими единичными (фиксированными) компонентами задаёт систему линейных двоичных уравнений. Полученная система уравнений решается методом Гаусса (последовательного исключения переменных): если система несовместна, то базисное решение, задающее её, является недопустимым; если же система совместна, то решив её, получаем одно из решений **X** исходного неравенства (3).

Алгоритм решения задачи (3), (2) заканчивается после получения первого решения **X** или в случае, когда все базисные решения оказались недопустимыми (задача (3), (2) не имеет решения). Для сокращения вычислительных затрат очередное базисное решение отыскивается только в том случае, если предыдущее базисное решение оказалось недопустимым

Упрощенный алгоритм декодирования представлен на рис. 1. В блоке 1 осуществляется выбор произвольного вектора $\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0$ (например, нулевого).

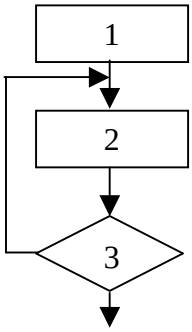


Рис.1

В блоке 2 выполняется локальная оптимизация целевой функции $F(\mathbf{X})$ с помощью любого из известных алгоритмов (например, алгоритма градиентного типа [4]); поиск локального максимума начинается с вектора $\mathbf{X}(n)$; найденное

значение максимума $F\left(X^*(n)\right)$ и вектор $X^*(n)$ запоминаются. В блоке 3 отыскивается любой вектор $\mathbf{X}(n+1)$, удовлетворяющий неравенству $F(\mathbf{X}) > F\left(\mathbf{X}^*(n)\right)$: если такой вектор существует, то с него начинается поиск локального максимума в блоке 2 на очередном шаге алгоритма: если же $\mathbf{X}(n+1)$ не существует, процесс декодирования завершается и в качестве решения $\widehat{\mathbf{X}}$ фиксируется $\mathbf{X}^*(n)$.

Введение в алгоритм декодирования процедуры локальной оптимизации (блок 2 на рис. 1) расширяет возможности сокращения вычислительных затрат: локальная оптимизация уменьшает число *r* шагов алгоритма, но требует дополнительных вычислений. Следует ожидать, что с ростом длины кодового блока окажутся предпочтительными более сложные процедуры локальной оптимизации.

С целью определения выигрыша по времени обработки кодового блока было проведено моделирование на ЭВМ (IBM AT-286-12 МГц, язык Turbo C2.0) предложенного алгоритма декодирования. Для измерений выбраны два кода: а) код Хемминга (7,4,3); б) расширенный код Голея (24,12,8). Локальная оптимизация (блок 2 на рис. l) в предложенном алгоритме выполнена методом координатного подъема [4]. На рис. 2 представлена зависимость отношения ξ времени декодирования блока с помощью алгоритма полного перебора к среднему времени декодирования блока с помощью предложенного алгоритма от величины $E_б / N_o$ ($E_б$ – энергия на бит, N_o – односторонняя спектральная плотность шума): кривая 1 – для кода Хемминга, кривая 2 – для кода Голея. Отметим, что при моделировании время обработки отдельного блока (которое для предложенного алгоритма является случайной величиной) не ограничивалось, поэтому сравниваемые алгоритмы обеспечивают одинаковую помехоустойчивость. Кривая 1 на рис.2 показывает, что применение предложенного алгоритма целесообразно даже при малых длинах кодового блока.

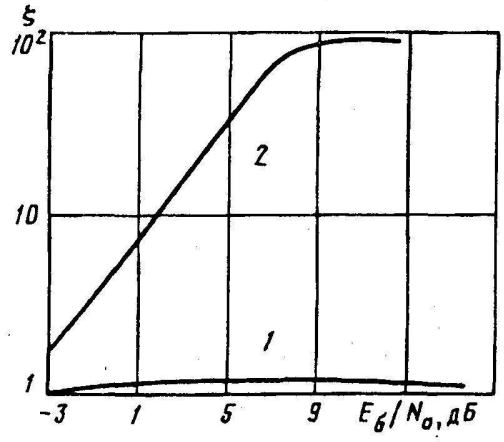


Рис. 2

Из анализа кривой 2 следует, что выигрыш во времени обработки остается существенным в области значений $E_б / N_o$, в которой оправдано применение помехоустойчивого кодирования, и увеличивается с ростом $E_б / N_o$ (для расширенного кода Голея зависимость вероятности ошибки на блок от $E_б / N_o$ см., например, в [5, с. 98]). Отметим, что необходимая для работы предложенного алгоритма память составляет $0\left(N^2\right)$ (наибольший массив используется при решении неравенства (3) и имеет размерность $N \times N$). Требует дальнейших исследований распределение числа операций, выполняемых при декодировании одного блока.

- Применение методов дискретной оптимизации позволяет существенно сократить средние вычислительные затраты на декодирование произвольного линейного кода.

Литература

1. Кларк Дж. мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. – М.: Радио и связь, 1987. – 391 с.
2. Туркин А.И. Рекуррентный приём сложных сигналов. – М.: Радио и связь, 1988. – 248 с.
3. Саати Т. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. – М.: Мир, 1973.
4. Ковалёв М.М. Матроиды в дискретной оптимизации. – Минск, БГУ, 1987.
5. Витерби А.Д., Омура Дж.К. Принципы цифровой связи и кодирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 536 с.

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ РАЗНЕСЁННОГО ПРИЁМА В СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ КАНАЛАХ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ И СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПОМЕХАМИ

В.Г. Карташевский Д.Д. Кловский

Электросвязь, № 17, 1995

Теория разнесённого приёма для каналов со слабо выраженным рассеянием во времени энергии передаваемого сигнала (отсутствием межсимвольной интерференции) достаточно подробно развита в [1 – 6], где обсуждаются схемы оптимальных и субоптимальных приёмников при различных видах разнесения и для разных типов аддитивных помех, действующих в рассматриваемой пространственно-временной области, а также анализируется помехоустойчивость обсуждаемых схем обработки.

В случае, когда в каждой ветви разнесения эффект межсимвольной интерференции (МСИ) представляет собой определяющий фактор, реализация оптимальной схемы приёмного устройства (например по критерию "идеального" наблюдателя) становится трудной задачей, особенно, при действии сосредоточенных помех, характерных для многих типов радиоканалов. К ним, в первую очередь, следует отнести КВ, УКВ и микроволновые каналы, используемые в системах подвижной радиосвязи, и др. Совокупность трёх существенных факторов – МСИ, разнесённого приема и сосредоточенных помех – делает весьма актуальной задачу анализа оптимальной или субоптимальной системы обработки сигналов в таких условиях.

Применение алгоритма ПЦППР. Как известно [7], в канале с МСИ предельно достижимая помехоустойчивость достигается путем приёма" в целом" всей переданной последовательности дискретных элементов. Когда последовательность бесконечна, наилучшие результаты можно получить с использованием алгоритма Витерби [8] или алгоритма ПЦППР (прием "в целом" на интервале рассеяния с поэлементным принятием решения) [9,10], основанного на использовании обратной связи по решению (ОСР) и обладающего примерно равными характеристиками помехоустойчивости с алгоритмом Витерби [11]

Применим алгоритм ПЦППР для реализации разнесённого приема в пространственно-временном канале с МСИ в случае сосредоточенных помех и синхронной передачи с тактовым интервалом T последовательности кодовых символов $\left\{b^{(k)}\right\}$, $k=\overline{0,\infty}$ с основанием кода m.

Пусть L – число ветвей разнесения (в дальнейшем предполагается дискретная по пространству обработка наблюдаемого поля, преимущественно применяемая на практике). В каждой ветви разнесения выберем интервал временного анализа T_a равным максимальной (по l) длительности реакции канала $g_l(t)$, $l=\overline{1,L}$ на элементарный сигнал длительностью T, соответствующий передаче одиночной кодовой посылки: $T_a=MT$.

Тогда на временном интервале $[kT, (k+M)T]$ вектор наблюдаемого сигнала

$$Z(t)=U_i(t)+U_{\text{пр}}(t)+W(t)\,, \tag{1}$$

где $U_i(t)=U(B_i t)=\left[u_{1i}(t),u_{2i}(t),...,u_{Li}(t)\right]^T$ – вектор полезного сигнала, соответствующий i-й реализации вектора кодовых символов B_i на интервале анализа

$$B_i=\left[b_i^{(k)},b_i^{(k+1)},...,b_i^{(k+M-1)}\right]^T=\left[b_i^{(k)},B_i'\right]^T;$$

$U_{\text{пр}}(t)=\left[u_{\text{пр}1}(t),...,u_{\text{пр}L}(t)\right]^T$ – вектор сигнала, соответствующий кодовым символам $\left\{b_{\text{пр}}^n\right\}$, предшествующим k-му, $n<k$; $W(t)=\left[w_1(t),...,w_L(t)\right]^T$ – вектор аддитивных помех, $(\cdot)^T$ – символ транспонирования.

В (1) предполагается, что с помощью системы синхронизации выравнены возможные различия задержек сигнала во всех ветвях разнесения.

При линейных видах модуляции

$$u_{li}(t)=\sum_{n=k}^{k+M+1} b_i^{(n)} g_l(t-nT),\ i=\overline{1,m^M},\ l=\overline{1,L}\,, \tag{2, а}$$

$$u_{пр\ l}=\sum_{n=k-M+1}^{k-1} b_{пр}^{(n)} g_l(t-nT)\,, \tag{2, б}$$

Если предположить что к моменту времени kT получены решения $\left\{\hat{b}_{\text{пр}}^{(n)}\right\}$ относительно кодовых

символов $\left\{b_{\text{пр}}^{(n)}\right\}$, $n<k$, то, при гауссовском векторе помех $W(t)$ решение о символе $b^{(k)}$, согласно алгоритму ПЦППР, будет принято по правилу

$$\hat{b}^{(k)}=\arg\max_{i}\left\{\int_{kT}^{(k+M)T}[Z(t)-\widehat{U}_{\text{пр}}(t)]^{T}U_{\text{оп}\,i}(t)dt-\frac{1}{2}\int_{kT}^{(k+M)T}U_{i}^{T}(t)U_{\text{оп}\,i}(t)dt\right\}, \qquad (3)$$

где $\widehat{U}_{\text{пр}}(t)$ – оценка векторов сигналов предшествующих символов, формируемая с помощью ОСР, согласно выражению (2,б), с заменой $\left\{b_{\text{пр}}^{(n)}\right\}$ на $\left\{\hat{b}_{\text{пр}}^{(n)}\right\}$ при известной или оцененной $g_l(t)$; $U_{\text{оп}\,i}(t)$ – опорное колебание, соответствующее *i*-й гипотезе относительно реализации вектора *B*;

$$U_{\text{оп}\,i}(t)=\int_{kT}^{(k+M)T}\Psi_{r}\left(t_1,t_2\right)U_{i}\left(t_1\right)dt_1\,, \qquad (4)$$

$\Psi_{r}\left(t_1,t_2\right)$ – решение интегрального уравнения

$$\int_{kT}^{(k+M)T}K_{r}\left(t_1,t_2\right)\Psi_{r}\left(t_2,t_3\right)dt_2=I\delta\left(t_1-t_3\right), \qquad (5)$$

где $K_{r}\left(t_1,t_2\right)=\overline{W(t_1)W(t_2)}$ – корреляционная матрица помех, I – единичная матрица, δ – дельта-функция.

Выражения (3) – (5) определяют при гауссовских помехах алгоритм обработки с оптимальным использованием сигналов ветвей разнесения. Свойства наблюдаемого поля при этом учтены корреляционной матрицей $K_{r}\left(t_1,t_2\right)$, элементы которой определяют при пространственном разнесении корреляцию помех в некоторых точках поля с координатами r_i и r_j, $i,j=\overline{1,L}$.

Помехоустойчивость алгоритма (3). Для случая "идеальной" обратной связи (предположение "идеальности" ОСР не устраняет МСИ, поскольку последняя представляет собой свойство канала, а не алгоритма обработки; в то же время, как показано в [12], реальная ОСР лишь незначительно ухудшает помехоустойчивость ПЦППР с идеальной ОСР), когда $\left\{b_{\text{пр}}^{(n)}\right\}=\left\{\hat{b}_{\text{пр}}^{(n)}\right\}$ для всех $n<k$, с помощью аддитивной верхней границы (неравенства Буля) нетрудно получить для вероятности перехода *k*-го символа из $b_i^{(k)}$ в $b_j^{(k)}$ при фиксированном на передаче векторе B_i' выражение

$$P\left(b_j^{(k)}\,|\,b_i^{(k)},B_i'\right)\le\sum_{i=1}^{m^{M-1}}Q\left\{\frac{1}{2}\sqrt{\int_{kT}^{(k+M)T}\left[U_{\text{оп}}\left(B_j,t\right)-U_{\text{оп}}\left(B_i,t\right)\right]^{T}\left[U\left(B_j,t\right)-U\left(B_i,t\right)\right]dt}\right\}, \qquad (6)$$

где $Q(x)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{x}^{\infty}\exp(-t^2/2)\,dt$.

Реализацию правила (3) можно упростить, диагонализируя матрицу $K_{r}\left(t_1,t_2\right)$ ортогональным преобразованием [4]

$$\Lambda=\Phi^{-1}K_{r}\Phi, \qquad (7)$$

где Φ – матрица собственных векторов матрицы K_r. Если сосредоточенная помеха в составе $W(t)$ представляет собой однолучевой сигнал, приходящий в точку *r* с азимутальным углом θ, то при независимости кривизны фазового фронта волны $\Delta\varphi$ от *t* корреляция функции поля $K_{r}\left(t_1,t_2,r_1,r_2\right)$ факторизуется и при разнесении на две антенны (L = 2) можно с учетом наличия "белого" флуктуационного поля с энергетическим спектром N_o получить [6]

$$K_{r}\left(t_1,t_2\right)=\begin{bmatrix}K_{11}\left(t_1,t_2\right)+K_{0}\left(t_1,t_2\right) & \rho K_{11}\left(t_1,t_2\right)\\ \rho K_{11}\left(t_1,t_2\right) & K_{11}\left(t_1,t_2\right)+K_{0}\left(t_1,t_2\right)\end{bmatrix}, \qquad (8)$$

где $K_{11}\left(t_1,t_2\right)=K_{n}\left(t_1,t_2\right)\cos[\omega_{n}(t_1-t_2)]$, $K_{0}\left(t_1,t_2\right)=N_0\delta(t_1-t_2)$, $K_{n}\left(t_1,t_2\right)$ – корреляционная функция огибающей сосредоточенной помехи с центральной частотой ω_n, $p=\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_{\text{п}}}\Delta r_{12}\right)\cdot\overline{\cos\left[\Delta\varphi\left(r_1\right)-\Delta\varphi\left(r_2\right)\right]}$ – коэффициент пространственной корреляции сосредоточенной помехи, $\lambda_{\text{п}}$ – длина волны сосредоточенной помехи, Δr_{12} – разность хода плоской волны между точками r_1 и r_2. При этом ортогонализация матрицы $K_{r}\left(t_1,t_2\right)$, согласно (7), дает

$$\Lambda(t_1,t_2)=\begin{bmatrix}(1-p)K_{11}(t_1,t_2)+K_0(t_1,t_2) & 0\\ 0 & (1+p)K_{11}(t_1,t_2)+K_0(t_1,t_2)\end{bmatrix} \quad (9)$$

Для любого реально возможного выбора $K_n(t_1,t_2)$ решение интегрального уравнения (5) можно получить спектральным методом [13] для стационарной коррелированной помехи в предположении, что время корреляции помехи $\tau_к$ существенно меньше длительность интервала анализа $T_а=MT$.

Тогда подкоренное выражение в (6) может быть представлено в виде

$$\int_{kT}^{(k+M)T}\left[U_{оп}(B_j,t)-U_{оп}(B_i,t)\right]^T\left[U(B_j,t)-U(B_i,t)\right]dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_{ji}^T(j\omega)G_\Lambda^{-1}(\omega)S_{ji}^*(j\omega)d\omega, \quad (10)$$

где $S_{ji}(j\omega)$ – матрица спектров разностного сигнала $U_{оп}(B_j,t)-U_{оп}(B_i,t)$, $G_\Lambda(\omega)$ - матрица энергетических спектров помехи, соответствующая матрице Λ, $G_\Lambda(\omega)=\mathrm{diag}\left[G_1(\omega),G_2(\omega)\right]$, $(\cdot)^*$ символ комплексного сопряжения.

Выберем в качестве модели $g_l(t)$ в (2) двухлучевую модель вида

$$g_l(t)=x_{l1}S(t)+y_{l1}\tilde{S}(t)+x_{l2}S\left[t-(M-1)T\right]+y_{l2}\tilde{S}\left[t-(M-1)T\right], \quad (11)$$

l = 1, 2, где x_{li},y_{li} – квадратурные компоненты передаточной функции канала по i-му лучу l-й ветви разнесения, $S(t)$, $\tilde{S}(t)$ – элементарный сигнал длительностью T на передаче и его сопряжение по Гильберту.

Пусть

$$K_n(t_1,t_2)=N_п\exp(-|t_1-t_2|/\tau_k), \quad (12)$$

где $N_п$ – средняя мощность сосредоточенной помехи.

Если ввести в рассмотрение векторы

$$X_l^T=[x_{l1},x_{l2},y_{l1},y_{l2}];\quad l=1,2, \quad (13)$$

то для аргумента Q-функции можно с учетом (11) и (12) получить

$$\arg Q=\frac{1}{2}\sqrt{X_1^TH_1X_1+X_2^TH_2X_2}, \quad (14)$$

где

$$H_1=\begin{bmatrix}A_1 & A_2 & 0 & 0\\ A_2 & A_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & A_1 & A_2\\ 0 & 0 & A_2 & A_1\end{bmatrix};\quad H_2=\begin{bmatrix}A_3 & A_4 & 0 & 0\\ A_4 & A_3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & A_3 & A_4\\ 0 & 0 & A_4 & A_3\end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$A_1=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=l}^{l+M-1}\sum_{n=l}^{l+M-1}\Delta_{ji}^{(k)}\Delta_{ji}^{(n)}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|S(j\omega)\right|^2\exp\left[j\omega T(n-k)\right]}{G_1(\omega)}d\omega,, \quad (16)$$

$$A_2=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=l}^{l+M-1}\sum_{n=l}^{l+M-1}\Delta_{ji}^{(k)}\Delta_{ji}^{(n)}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|S(j\omega)\right|^2\exp\left[j\omega T(n-k)\right]\cos\omega(M-1)T}{G_1(\omega)}d\omega, \quad (17)$$

$$k,\ n=l,\ l+1,\ \ldots,\ l+M-1;\ l,\ j=\overline{1,m^M}$$

A_3, A_4 – определяются аналогично A_1 и A_2 с заменой $G_1(\omega)$ на $G_2(\omega)$,

$$G_{\substack{1\\2}}(\omega)=2(1\mp\rho)\cdot N_n\tau_k\frac{1+(\omega\tau_k)^2+(\omega_n\tau_k)^2}{\left[1+(\omega\tau_k+\omega_n\tau_k)^2\right]\left[1+(\omega\tau_k-\omega_n\tau_k)^2\right]}+N_0, \quad (18)$$

$\Delta_{ji}^{(n)}=b_j^{(n)}-b_i^{(n)}$-кодовые разности, которые при m = 2 и использовании противоположных сигналов определяются как

$$\Delta_{ji}^{(n)}=\begin{cases}0 & b_j^{(n)}=b_i^{(n)},\\ 2 & b_j^{(n)}=1,\ b_i^{(n)}=-1,\ i,j=\overline{1,m^M},\\ -2 & b_j^{(n)}=-1,\ b_i^{(n)}=1,\end{cases} \quad (19)$$

$S(j\omega)$ – спектр сигнала $S(t)$.

Для определенности рассмотрим случай M = 4 и

$$\left|S\left(j\omega\right)\right|^2 = \frac{S_0^2}{\sqrt{2\pi\sigma_s^2}} e^{\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\sigma_s^2}}, \tag{20}$$

где ω_0 – центральная частота сигнала, σ_s -параметр, определяющий частотное рассеяние энергии сигнала относительно ω_0, полагая, что ширина спектра сигнала ограничена значением 2Ω и что $T = \pi/\omega_0$.

Каждое слагаемое в (6) определяет вероятность ошибки различения гипотезы B_i и альтернативы B_j. В канале с постоянными параметрами при отсутствии сосредоточенных помех и одиночном приеме с учетом (14) можно записать

$$P(B_j \mid B_i) = Q\left\{\sqrt{\frac{E}{2N_0} X_1^T D X_1}\right\}, \tag{21}$$

где E – энергия разностного сигнала в месте приёма ("эквивалентная" энергия),

$$D = \begin{bmatrix} D' & 0 \\ 0 & D' \end{bmatrix}, \quad D' = \begin{bmatrix} \sum_{n=k}^{k+M-1} \Delta_{ji}^{(n)^2} & \Delta_{ji}^{(k)} \Delta_{ji}^{(k+M-1)} \\ \Delta_{ji}^{(k)} \Delta_{ji}^{(k+M+1)} & \Delta_{ji}^{(k)^2} \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Выражение (21) позволяет перебором всевозможных реализаций B_i и B_j определить слагаемые суммы (6), имеющие наибольший "вес". Проведённые расчеты для M = 4 и противоположных сигналов показывают, что вектор кодовых разностей, равный (2, 0, 0, –2), определяет минимальное значение "эквивалентной" энергии системы сигналов, соответствующей векторам B_i и B_j в канале с постоянными параметрами. Вектора $\Delta_{ji}^{(n)}$ (2, –2, 0, –2), (2, 0, –2, –2), (2, 0, 0, 0), (2, 0, 2, –2), (2, 2, 0, –2) дают удвоенное значение "эквивалентной" энергии по отношению к минимальному значению. Остальные вектора, составленные из значений $\Delta_{ji}^{(n)}$ дают значение "эквивалентной" энергии, существенно превышающее минимальное и, следовательно, не играют роли в выражении (6). Поэтому с достаточной для практики точностью можно в данной ситуации для верхней границы вероятности ошибки P^B записать

$$P^B = (-1 \mid 1, B_i') \approx P(2,0,0,-2) + P(2,0,0,0) \tag{23}$$

Для канала с переменными параметрами будем считать, что каждый вектор X_l, l = 1,2 случаен с законом распределения

$$\omega\left(X\right) = \frac{1}{2\pi^{\frac{LM}{2}}\sqrt{\det R}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(X - m_x\right)^T R^{-1}\left(X - m_x\right)\right\}, \tag{24}$$

что соответствует общей гауссовской модели канала, т. е. четырёхпараметрическому закону распределения модуля и аргумента коэффициента передачи [1] по каждому лучу каждой ветви разнесения с матрицей корреляций R между квадратурными составляющими x_{li} и y_{li} для разных номеров i и l ($i, l = \overline{1, L}$). Предполагается, что для любых i и l $\overline{x_{li} \cdot y_{li}} = 0$. Усреднение (6) проведём с использованием аппроксимации (14):

$$Q\left(x\right) = \alpha \exp\left[-b\left(c + x\right)^2\right], \tag{25}$$

где a = 0,65; b= 0,443; c = 0,75.

При L = 2, M = 4, вводя расширенный вектор

$$X_P^T = \left[x_{11}, x_{12}, y_{11}, y_{12}, x_{21}, x_{22}, y_{21}, y_{22}\right] \tag{26}$$

выражение (14) можно представить в виде

$$\arg Q = \frac{1}{2}\sqrt{X_P^T H_P X_P}, \tag{27}$$

где матрица

$$H_P = \left[\begin{array}{c|c} H_1 & \\ \hline & H_2 \end{array}\right].$$

Далее, осуществляя замену в (27) с учётом (25), получим

(28)

$$C+\frac{1}{2}\sqrt{X_P^T H_P X_P}=\frac{1}{2}\sqrt{X_P^T H_P X_P+k_0}, \qquad (28)$$

где константа k_0 определяется условием нормировки: выбор $k_0=0$ дает границу для *Q(x)*, лучшую, чем [3]

$$Q(x)<\frac{1}{2}\exp\left(-x^2/2\right).$$

Согласно [2], усредняя по (24) можно вывести для средней вероятности ошибки различения гипотезы B_i и альтернативы B_j при *m* = 2 формулу,

$$\overline{P}\left(-1,B_j^{'}\middle|1,B_i^{'}\right)=\frac{\alpha\exp\left(-bk_0/4\right)}{\sqrt{\det\left(I+RH_P\right)}}\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}m_x^T H_P m_x+\frac{1}{2}m_x^T H_P\left(R^{-1}+H_P\right)^{-1}H_P m_x\right\}, \qquad (29)$$

которая позволяет рассчитывать вероятность ошибки в замирающем канале при любом виде замираний [1] и произвольной корреляции лучей для разнесённого приёма по двум ветвям в условиях МСИ и при действии сосредоточенных помех с известными корреляционными свойствами, когда обработка сигналов осуществляется с применением алгоритма ПЦППР.

Построение кривых $\overline{P}(h^2)$. Введём известные [1, 6] параметры для каждого луча:

$$\beta^2=\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2};\quad q^2=\frac{m_x^2+m_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2};\quad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{m_y}{m_x};\quad \overline{\gamma^2}=m_x^2+m_y^2+\sigma_x^2+\sigma_y^2 \qquad (30)$$

и пронормируем сигналы всех лучей по первому лучу первой ветви разнесения, т. е. выберем $\overline{\gamma_{11}^2}=1$ и $\overline{\gamma_{ji}^2}<1$ для $i, j\neq 1$.

Вводя также среднее отношение сигнал/шум

$$\overline{h^2}=\gamma_{11}^2 E/N_0,$$

которое для сигнала (20) представится как

$$\overline{h^2}=\frac{\gamma_{11}^2 S_0^2\left[1-2Q\left(\frac{\lambda}{\sigma_s}\right)\right]}{\pi N_0},$$

а также параметры, характеризующие взаимное расположение и соотношение ширины спектров сигнала и помехи, и отношение мощностей сосредоточенной и "белой" помехи:

$$\omega_n=\kappa\omega_0;\quad \Omega=v\omega_0;\quad \sigma_s/\omega_0=\mu;\quad \omega_0\tau_k=\xi;\quad \eta=N_п/\left(2\Omega N_0\right),$$

можно построить кривые $\overline{P}(h^2)$ для любой конфигурации векторов кодовых разностей $\Delta_{ji}^{(n)}$ в сумме (6).

На рис. 1 приведены результаты для наиболее "весомых" векторов кодовых разностей при следующих условиях: значения

$\overline{\gamma_{j_i}^2}$: $\overline{\gamma_{11}^2}=1;\ \overline{\gamma_{12}^2}=0,6;\ \overline{\gamma_{21}^2}=0,8;\ \overline{\gamma_{22}^2}=0,5$;

элементы матрицы R:

$R_{12}^{11}=0,7;\ R_{21}^{11}=-0,1;\ R_{22}^{11}=0,1;\ R_{21}^{12}=-0,1;\ R_{22}^{21}=0,5$;

R_{mn}^{ij} – коэффициент корреляции лучей *ij* и *mn* (*i*-й луч *j*-й ветви разнесения):

$\eta=0;\ p=0;\ x=1,1;\ v=0,5;\ \mu=0,5;\ \xi=12;$ вид замираний – релеевские по обоим лучам

$\left(\beta_l^2=1;\ q_l^2=0;\ l=\overline{1,2}\right)$.

Выбранная нормировка величин $\overline{\gamma_{ji}^2}$ даёт возможность использовать в (29) при расчёте вероятности k_0=2,25.

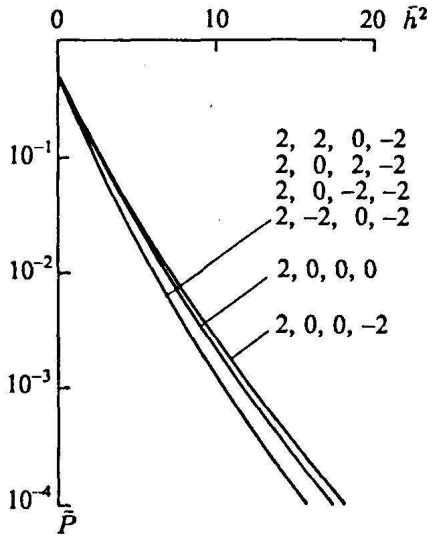


Рис. 1

Из рис. 1 следует, что рэлеевские замирания сигнала приводят в канале с МСИ к выравниванию слагаемых суммы (6), близких по значению с имеющими место в канале с постоянными параметрами "эквивалентных" энергий. В частности, из рис. 1 следует, что в широком диапазоне изменения $\overline{h^2}$

$$\overline{P}\left(2,0,0,0,-2\right)\approx\overline{P}\left(2,0,0,0\right).$$

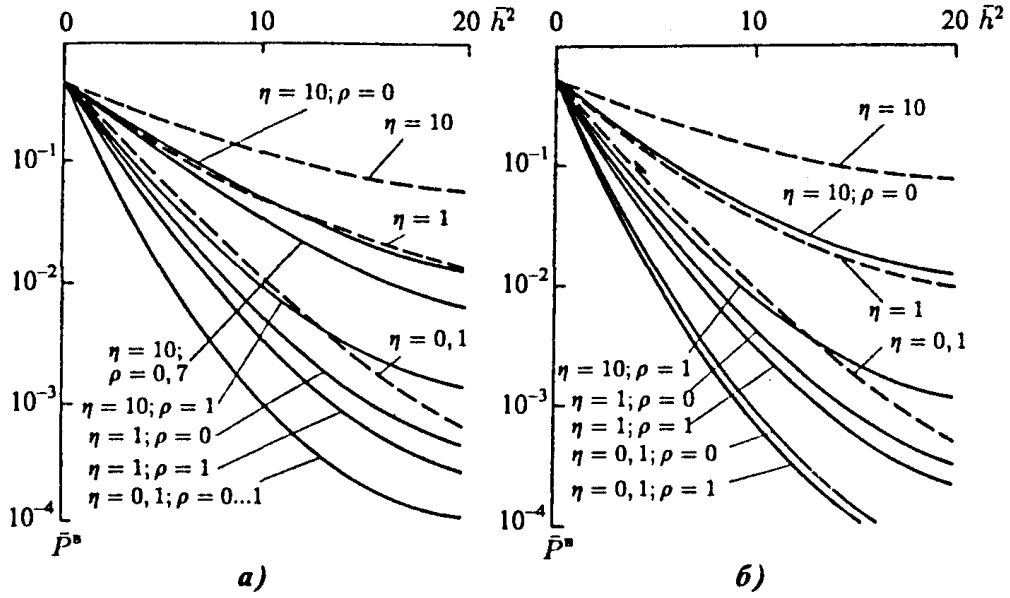


Рис. 2

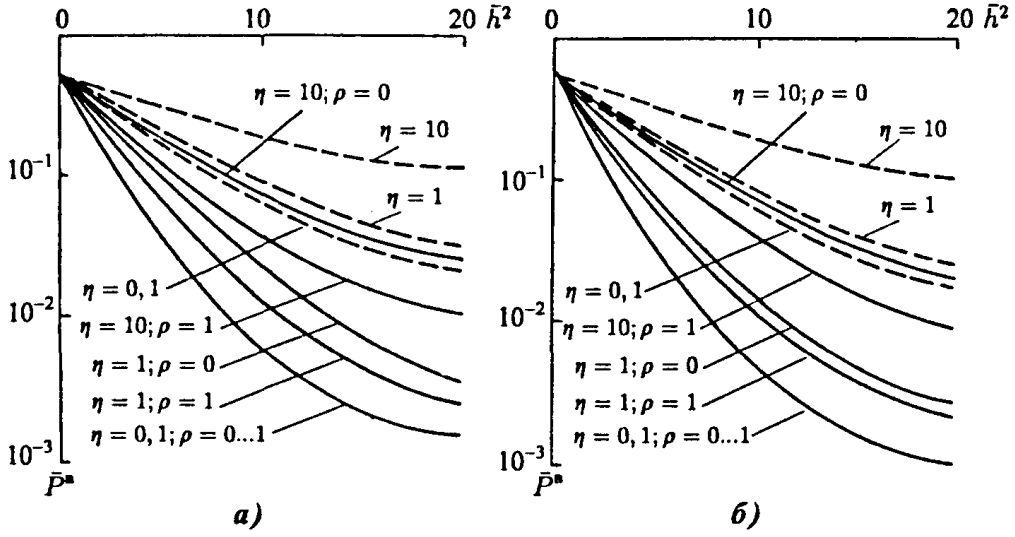


Рис. 3

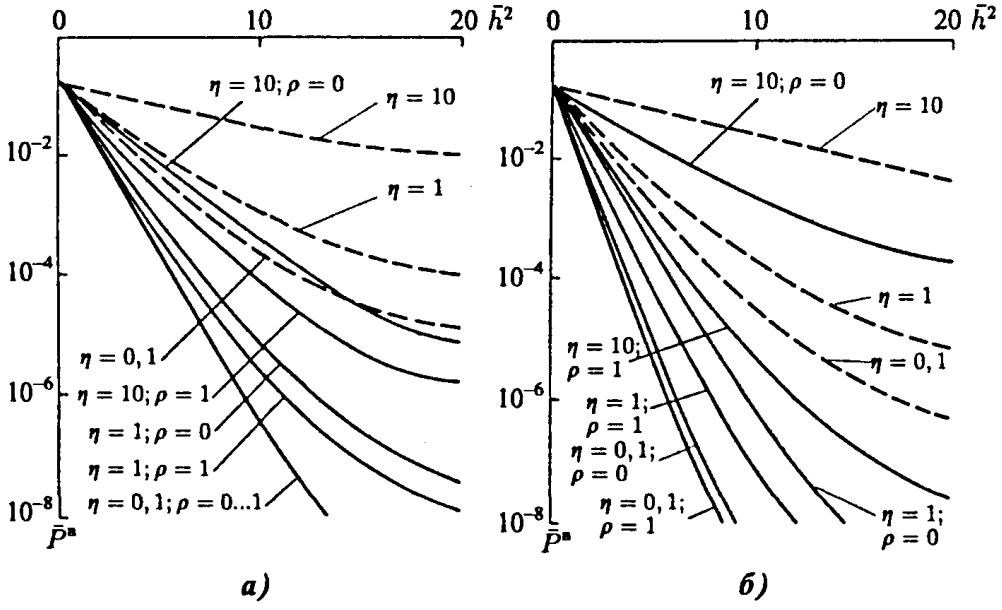


Рис. 4

Аналогичные результаты получаются и для каналов с другими видами замираний. Поэтому можно принять [исходя из (23)] для верхней границы вероятности ошибки в канале с замираниями

$$\overline{P}^{B}\left(-1\middle|1,B_i'\right)\approx 6\overline{P}(2,0,0,0) \qquad (31)$$

для любого вектора B_i', $i=\overline{1,2^{M-1}}$ кодовых сигналов на передаче. Считая реализации вектора B_i' равновероятными, для рассматриваемого случая получаем

$$\overline{P}^{B}\left(-1/1\right)=\overline{P}^{B}\left(-1/1,B_i'\right). \qquad (32)$$

С учётом (32) на рис. 2, 3, 4 приведены трафики верхней границы вероятности ошибки, рассчитанные соответственно для рэлеевского канала, канала с усечённо-нормальным законом замираний $(\beta_l^2=0;\, q_l^2=0)$ и райсовского $\left(\beta_l^2=1;\, q_l^2=10;\, \varphi_l=1;\, l=1,2\right)$ канала.

На рис. 2,*а*, 3,*а*, 4,*а* элементы матрицы *R* взяты такими же, как на рис. 1, а на рис. 2,*б*, 3,б, 4,*б* все $R_{\min}^{ij}$ равны 0,01. Значения $\overline{\gamma_{ij}^2},\kappa,\nu,\mu,\xi$ выбраны теми же, что и для рис. 1. Штриховыми линиями на всех рисунках приведены кривые для одиночного приема.

Анализ результатов, представленных на рис. 2, 3, 4 для рассматриваемого соотношения параметров сигнала и помехи, позволяет сделать следующие **выводы**:

1. В многолучевом канале с замираниями и гауссовской сосредоточенной помехой при оптимальном использовании сигналов ветвей разнесения и алгоритма ПЦППР наилучшая помехоустойчивость достигается при ярко выраженной регулярной составляющей коэффициента передачи каждого луча (райсовский канал). Наиболее сложным при этом можно считать канал с усечённо-нормальными замираниями. Например, для случая $\eta=1$ (одинаковая средняя мощность "белого" шума и сосредоточенной помехи) и $\rho=1$ для $\overline{P}^{B}=5\cdot 10^{-3}$ энергетический выигрыш перехода от усечённо-нормального канала к релеевскому при некоррелированных замираниях лучей составляет 2,3 дБ, а переход от релеевского канала к райсовскому дает выигрыш 5,5 дБ. Причём для $\overline{P}^{B}=10^{-2}$ выигрыш от разнесения составляет в усчённо-нормальном канале 5,2 дБ, в релеевском – 4,6 дБ, и в райсовском – 3 дБ, т. е. наибольший эффект от разнесения при наличии сосредоточенной помехи проявляется в худшем канале.

2. При существенном преобладании сосредоточенной помехи ($\eta=10$) наличие пространственной корреляции помехи ($\rho=1$) позволяет существенно повысить помехоустойчивость приема. Энергетический выигрыш от использования данной корреляции сильнее проявляется в "хороших" каналах (райсовский канал), Например, при $\overline{P}^{B}=10^{-2}$ переход от $\rho=0$ к $\rho=1$ даёт в усечённо-нормальном канале 2,4 дБ, в релеевском канале – 4 дБ, в райсовском – 4,8 дБ. По сравнению с одиночным приёмом выигрыш от использования пространственной корреляции при разнесённом приёме еще значительней. В райсовском канале для $\overline{P}^{B}=10^{-2}$ он составляет 7,8 дБ.

3. Наличие корреляции лучей полезного сигнала в каждой ветви разнесения увеличивает вероятность ошибки. Выигрыш по вероятности ошибки при отсутствии корреляции ярче выражен в "хороших" каналах. Следовательно, па практике при выборе ветвей разнесения следует стремиться к тому, чтобы замирания сигнала в них были некоррелированы, а составляющие сосредоточенных помех, наоборот, максимально коррелированы.

Выбранные модели сигнала и помехи позволяют проанализировать влияние введённых выше параметров на помехоустойчивость разнесённого и одиночного приёмов. Например, изменяя параметр κ можно установить, что его наихудшее значение равно 1, что соответствует случаю $\omega_0=\omega_n$. Уменьшение эффективной ширины спектра полезного сигнала (уменьшение μ) при фиксированной полосе обрабатываемых частот приводит к увеличению вероятности ошибки. Так, в релеевском канале при $\overline{h^2}=10$; $\eta=10$; κ = 1,1; ξ = 12; ρ = 1 изменение μ с 0,5 до 0,2 приводит к увеличению вероятности ошибки с 0,03 до 0,09. Последнее означает, что при разнесённом приёме для борьбы с сосредоточенными помехами предпочтительно использовать сигналы с равномерным спектром в пределах данной полосы частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Связь, 1969. – 375 с. (1 издание)

2. Андронов И.С., Финк Л.М. Передача дискретных сообщений по параллельным каналам. – М.: Сов. радио, 1971. – 408 с.

3. Ван Трис Г.Л. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Пер. с англ. – М.: Сов. радио, т.1, 1972 – 744 с.; т.3, 1977 – 662 с.
4. Кириллов Н.Е. Об оптимальной пространственно-временной обработке сигналов в условиях многолучевости и сосредоточенных помех. – В кн.: Передача информации по радиоканалам, содержащим статистически неоднородные среды. – М.: Наука, 1976.– С.171 – 189.
5. Сикарев А.А., Фалько А.И. Оптимальный прием дискретных сообщений. – М.: Связь, 1978. – 328 с.
6. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Радио и связь, 1982. – 304 с. (2 издание)
7. Forney G.D. Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the presence of Intersymbol Interference. // IEEE Trans. on IT, 1972, v. IT-18, № 3, PP. 363–378.
8. Форни Г.Д. мл. Алгоритм Витерби. // ТИИЭР, 1973, №3, с.12–25.
9. Кловский Д.Д., Николаев Б.И. Инженерная реализация радиотехнических схем. – М.: Связь, 1975. – 200 с.
10. Патент РФ № 832763, 1993. Способ демодуляции дискретных сигналов // Д.Д.Кловский, Б.И.Николаев, В.Г.Карташевский. – Опубл. в БИ №19, 1981.
11. Кловский Д.Д., Карташевский В.Г., Белоус С.А. Рекуррентная модификация алгоритма приёма в целом с поэлементным принятием решения // Радиотехника. – 1991. – №1. –т. 46. – С.58-59.
12. Кловский Д.Д., Карташевский В.Г., Николаев Б.И. О влиянии обратной связи по решению на помехоустойчивость последовательной системы обработки сигналов в каналах с памятью // Радиотехника, т.35, №9, 1980.
13. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. – М.: Сов, радио, 1970. – 334 с.
14. Тамм Ю.А., Гомозова Т.М. К аппроксимации интеграла вероятности // Электросвязь. – 1970. – №9.

УДК 621.395

ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ЧМ СИГНАЛОВ С МИНИМАЛЬНЫМ СДВИГОМ В МНОГОЛУЧЕВЫХ РАДИОКАНАЛАХ

Д.Д.Кловский, Б.И.Николаев, Ю.В.Алышев

В последнее время существенно возрос интерес к системам передачи дискретных сообщений, применяющих частотную модуляцию с непрерывной фазой (ЧМНФ), особенно к системе модуляции с минимальным частотным сдвигом (ММС), для которой характерен индекс модуляции $h = 0,5$ и узкая полоса частот в канале. Такие системы, имеющие к тому же минимальный пик-фактор сигнала, в частности, внедрены в цифровых системах спутниковой и мобильной сотовой радиосвязи, использующих принцип временного разделения абонентов [2]. Потенциальные характеристики систем ЧМНФ исследовались только в каналах без памяти (однолучевых каналах) [3,4], когда на передаче учитывалась память сигнала, порождаемая системой ЧМНФ (информационная связь между символами). Вместе с тем широкое внедрение систем ЧМНФ в условиях многолучевого распространения радиоволн (цифровые системы сотовой радиосвязи) делает актуальным исследование потенциальных характеристик систем ЧМНФ в каналах с памятью (каналах с рассеянием сигнала во времени). В [5] предпринята попытка исследования характеристик системы ММС, используемой в общеевропейском стандарте цифровой подвижной связи GSM при учете двулучевой модели канала. Однако второй луч рассматривается авторами как помеха для основного сигнала. Такая точка зрения радикально расходится с пониманием авторами статьи свойств многолучевого канала, который по существу дублирует полезную информацию в отдельных лучах, и следовательно, может при обеспечении оптимальной обработки принимаемого сигнала повысить помехоустойчивость приема [6–8]. Цель работы – нахождение алгоритмов оптимального (субоптимального) приёма сигналов ММС в многолучевом детерминированном радиоканале с аддитивным белым гауссовским шумом и анализ помехоустойчивости предложенных алгоритмов в этом канале.

Представление передаваемого сигнала с ММС. Канальный сигнал на передаче при двоичной ЧМНФ запишем в виде

$$u(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \pi h \sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^t g(t_1 - kT)\, dt_1 + \theta_0\right]^*, \qquad (1)$$

где T – тактовый интервал; $g(t)$ – аналоговый носитель цифровой информации (частотный импульс), который будем считать финитным на отрезке $[0,T]$ и удовлетворяющим условию $\int_0^t g(t_1)\, dt_1 = 1$; $c_k = \pm 1$ – двоичные кодовые импульсы; h – индекс модуляции. В простейшем случае $g(t) = 1/T$, $t \in [0,T]$.

Очень часто частотный импульс $g(t)$ принимает гауссовскую форму

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \mathrm{e}^{-(t-T/2)^2/2\sigma_t^2}$$

со среднеквадратичным значением $\sigma_t = T/6$ и нормирующим множителем $\lambda \approx 1,003$.

Комплексная огибающая сигнала (1)

$$\dot{U}(t) = U_0 \exp\left[\mathrm{i}\pi h \sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^t g(t_1 - kT)\, dt_1\right]. \qquad (2)$$

Представим (2) через значение начальной фазы $\varphi_{0,k}$, накопившейся к началу k-го

---

* В дальнейшем будем считать $\theta_0 = 0$, имея в виду когерентный метод приёма и соответствующее фазирование.

тактового интервала,

$$\dot{U}(t)=U_0\exp\mathrm{i}\left[\varphi_{0,k}+c_k\pi hq(t-kT)\right],$$
$$t\in\left[kT,(k+1)T\right] \qquad (3)$$

где

$$q(t)=\int_0^t g(t_1)\,dt_1 \qquad (4)$$

– фазовый импульс, $q(t)=1,\ t\geq T$,

$$\varphi_{0,k}=\pi h\sum_{k_1=0}^{k}c_{k_1}\ . \qquad (5)$$

Начальная фаза $\varphi_{0,k}$ определяет возможные состояния модулятора, число которых зависит от величины h. Поскольку начальная фаза берется по модулю 2π, то при $h=1$ число состояний равно двум, при $h=1/2$ – четырем, при $h=m/n$ (рациональная дробь) – $2n$.

Запишем (3) через квадратурные компоненты сигнала на двух смежных тактовых интервалах (k и $k+1$):

$$U_c(t)=U_0\cos\left[\varphi_{0,k}+c_k\pi hq(t-kT)+c_{k+1}\pi hq(t-(k+1)T)\right],$$
$$U_s(t)=U_0\sin\left[\varphi_{0,k}+c_k\pi hq(t-kT)+c_{k+1}\pi hq(t-(k+1)T)\right],\ t\in\left[kT,(k+2)T\right].$$

Информационный поток $\{c_k\}$ разобьём на два потока, соответствующие чётным и нечётным индексам k: $\{c_{2l}\}$ и $\{c_{2l+1}\}$.

С учетом (5) при $k=2l$ имеем $\varphi_{0,2l}=\pi\frac{1}{2}2m=\pi m$ (m – целое число). Тогда, пользуясь формулами косинуса и синуса суммы углов, можно записать

$$U_{s,l}(t)=U_0\cos\pi m\cdot\sin\left[c_{2l}\frac{\pi}{2}q(t-2lT)+c_{2l+1}\frac{\pi}{2}q(t-(2l+1)T)\right]. \qquad (6)$$

На отрезке $\left[2lT,(2l+1)T\right]$ формула (6) принимает вид

$$U_{s,l}(t)=U_0\cos\pi m\cdot c_{2l}\sin\left[\frac{\pi}{2}q(t-2lT)\right].$$

На отрезке $\left[(2l+1)T,(2l+2)T\right]$ с учетом (4) $q(t-2lT)=1$, поэтому, исходя из формулы $\sin\left(\pm\frac{\pi}{2}+\Psi\right)=\pm\cos\Psi$ и чётности косинуса, получаем

$$U_{s,l}(t)=U_0\cos\pi m\cdot c_{2l}\cos\left[\frac{\pi}{2}q(t-(2l+1)T)\right].$$

Обозначим $\cos\pi m\cdot c_{2l}=b_{2l}$, что можно интерпретировать как некоторую перекодировку. Следовательно, на отрезке $\left[2lT,(2l+1)T\right]$ для $U_{s,l}(t)$ имеем единое выражение

$$U_{s,l}(t)=U_0b_{2l}\left\{\sin\left[\frac{\pi}{2}q(t-2lT)\right]\nu(t-2lT)+\cos\left[\frac{\pi}{2}q(t-(2l+1)T)\right]\nu(t-(2l+1)T)\right\}, \quad (7).$$

где $\nu(t)=\begin{cases}1, & t\in[0,T]\\ 0, & t\notin[0,T]\end{cases}$ – срезающая функция.

В случае $k=2l+1$ из (5) следует $\varphi_{0,2l+1}=\pi m+\frac{\pi}{2}c_{2l}$. Подставляя в $U_c(t)$ значение $k=2l+1$, получаем

$$U_{c,l}(t)=-U_0\sin\left[\pi m+\frac{\pi}{2}c_{2l}\right]\cdot\sin\left[c_{2l+1}\frac{\pi}{2}q(t-(2l+1)T)+c_{2l+2}\frac{\pi}{2}q(t-(2l+2)T)\right].$$

На отрезке $\left[(2l+1)T,(2l+2)T\right]$ последнее выражение принимает вид

$$U_{c,l}(t)=-U_0\cos\pi m\cdot c_{2l}c_{2l+1}\sin\left[\frac{\pi}{2}q(t-(2l+1)T)\right].$$

На отрезке $\left[(2l+2)T,(2l+3)T\right]$

$$U_{c,l}(t) = -U_0 \cos \pi m \cdot c_{2l} c_{2l+1} \cos\left[\frac{\pi}{2} q\left(t - (2l+2)T\right)\right].$$

Обозначим $-\cos \pi m \cdot c_{2l} c_{2l+1} = -b_{2l} c_{2l+1} = b_{2l+1}$, что можно интерпретировать как некоторую перекодировку. Тогда на отрезке $\left[(2l+2)T, (2l+3)T\right]$ для $U_{c,l}(t)$ имеем единое выражение

$$U_{c,l}(t) =$$

$$= U_0 b_{2l+1} \left\{ \sin\left[\frac{\pi}{2} q\left(t - (2l+1)T\right)\right] \nu\left(t - (2l+1)T\right) + \cos\left[\frac{\pi}{2} q\left(t - (2l+2)T\right)\right] \nu\left(t - (2l+2)T\right) \right\}. \quad (8)$$

Таким образом, в каждой из квадратурных компонент $U_{c,l}(t)$ и $U_{s,l}(t)$ на интервале протяженностью $2T$ содержится информация о чётных и нечётных символах информационной последовательности, поступающих с тактовым интервалом T.

С учетом (7) и (8) запишем выражения для комплексной амплитуды на выходе частотного модулятора:

$$\dot{U}(t) = \sum_{l=0}^{\infty} U_{c,l}(t) + \mathrm{i} U_{s,l}(t) = U_0 \sum_{l=0}^{\infty} b_{2l}\, p\left(t - 2lT\right) + \mathrm{i} b_{2l+1}\, p\left(t - (2l+1)T\right), \quad (9)$$

где

$$p(t) = \sin\left[\frac{\pi}{2} q(t)\right] \nu(t) + \cos\left[\frac{\pi}{2} q(t-T)\right] \nu(t-T). \quad (10)$$

При $t = T$ $\sin\left[\frac{\pi}{2} q(t)\right] = 1$ и $\cos\left[\frac{\pi}{2} q(t-T)\right] = 1$. Поэтому $p(t)$ – непрерывная функция времени, причем на интервале существования $p(t) \geq 0$.

Представление принимаемого сигнала. Комплексную огибающую на выходе многолучевого детерминированного канала при передаче сигнала (10) запишем в виде:

$$\dot{S}(t) = \sum_{m=1}^{M} \dot{\gamma}_m(t) \dot{U}(t - \tau_m) =$$

$$= U_0 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{M} \left[b_{2l}\, p\left(t - \tau_m - 2lT\right) \dot{\gamma}_m(t) + \mathrm{i} b_{2l+1}\, p\left(t - \tau_m - (2l+1)T\right) \dot{\gamma}_m(t) \right], \quad (11)$$

где $\dot{\gamma}_m(t) = \gamma_m(t) \exp \mathrm{i}\left[\varphi_m(t) + \int_0^t \Delta\Omega_m(t_1)\, dt_1\right]$; $\gamma_m(t)$ – модуль комплексного коэффициента передачи канала по m-му лучу; τ_m – среднее запаздывания m-го луча; $\varphi_m(t)$ – общий фазовый сдвиг в m-м луче, $\Delta\Omega_m(t)$ – общий частотный сдвиг в m-м луче, обусловленный различными причинами, в том числе доплеровским сдвигом (с учетом узкополосности сигнала).

Будем считать, что на интервале анализа информационного сигнала T_A параметры практически не меняются, и поэтому (11) запишем в виде

$$\dot{S}(t) = U_0 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{M} \left[b_{2l}\, p\left(t - \tau_m - 2lT\right) X_m(t) - \right.$$

$$- b_{2l+1}\, p\left(t - \tau_m - (2l+1)T\right) Y_m(t) + \mathrm{i} b_{2l}\, p\left(t - \tau_m - 2lT\right) Y_m(t) +$$

$$\left. b_{2l+1}\, p\left(t - \tau_m - (2l+1)T\right) X_m(t) \right], \quad (12)$$

где $X_m(t) = \gamma_m \cos\left(\Delta\Omega_m t + \varphi_m\right)$, $Y_m(t) = \gamma_m \sin\left(\Delta\Omega_m t + \varphi_m\right)$ – квадратурные компоненты коэффициента передачи канала по m-му лучу.

Из (12) видно, что каждая из квадратурных компонент сигнала в месте приёма содержит информацию как о чётных, так и о нечётных информационных символах.

Для конструирования оптимального (субоптимального) когерентного приёмника перепишем (12) в виде

$$\dot{S}(t) = U_0 \sum_{l=0}^{\infty} \left[b_{2l}\, g_X\left(t, 2lT\right) - b_{2l+1}\, g_Y\left(t, (2l+1)T\right) + \right.$$

$$+\mathrm{i}b_{2l}g_Y\left(t,\,2lT\right)+b_{2l+1}g_X\left(t,\left(2l+1\right)T\right)\Big],\qquad(13)$$

где $g_X\left(t,\xi\right)=\sum_{m=1}^{M}\Big[p\left(t-\tau_m-\xi\right)X_m\left(t\right)$, $g_Y\left(t,\xi\right)=\sum_{m=1}^{M}\Big[p\left(t-\tau_m-\xi\right)Y_m\left(t\right)$.

Алгоритм демодуляции. Из (13) видно, что для построения оптимального демодулятора нужно прежде всего оценить в месте приёма опорные сигналы. Для этого могут быть использованы различные методы, в частности, передача по каналу «обучающей» последовательности (зондирующего сигнала) [9].

В частном случае, если доплеровские сдвиги в лучах отсутствуют или они одинаковы и скомпенсированы на приёмной стороне, то

$$X_m\left(t\right)=X_m,\;\; Y_m\left(t\right)=Y_m,\qquad(14)$$

и $g_X\left(t,\xi\right)=g_X\left(t-\xi\right)$, $g_Y\left(t,\xi\right)=g_Y\left(t-\xi\right)$, где $g_X\left(t\right)=\sum_{m=1}^{M}\Big[p\left(t-\tau_m\right)X_m$, $g_Y\left(t\right)=\sum_{m=1}^{M}\Big[p\left(t-\tau_m\right)Y_m$, и, следовательно, оцениванию подлежат лишь $g_X\left(t\right)$ и $g_Y\left(t\right)$. Именно этот случай будет рассматриваться в дальнейшем.

При известной характеристике канала оптимальный приём в многолучевом канале с аддитивным гауссовским белым шумом можно реализовать на основе алгоритма Кловского–Николаева (АКН), который называют также алгоритмом ПЦППР [9], или на основе алгоритма Витерби (АВ). Поскольку, как показывают теоретические исследования и моделирование, помехоустойчивость этих алгоритмов практически одинакова при одинаковой задержке принятия решения *D*, в дальнейшем будем анализировать только АКН, так как он имеет ряд реализационных преимуществ по сравнению с АВ [10].

Запишем этот алгоритм в виде [6]:

$$\hat{b}_k=\arg\min_{b_{k,i}}\min_{j}\left\{\int_0^{T_A}\Big[z\left(t\right)-s_{\text{о.с}}\left(t\right)-s\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)\Big]^2dt\right\},\qquad(15)$$

где $b_{k,i}$ – i-я позиция символа, передаваемого на *k*-м интервале; $T_A=\left(D+1\right)T$ – интервал анализа элемента сообщения; *D* – задержка (измеряемая целым числом тактовых интервалов) принятия решения об элементе сообщения; $s_{\text{о.с}}\left(t\right)$ – предсказанный сигнал на интервале анализа, обусловленный символами, предшествующими анализируемому, о которых уже вынесено решение; $s\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)$ – сигнал на интервале анализа, обусловленный анализируемым *k*-м символом и совокупностью (вектором) символов, участвующих в образовании конкретной реализации опорного сигнала $\mathbf{b}_j=\left(b_{k+1},b_{k+2},...,b_{k+D}\right)$.

Согласно алгоритму(15), оценка $\hat{b}_k$ определяется путем сравнения 2^{D+1} сложных гипотез (о сигналах $s\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)$) и принятия в качестве решения первого элемента выбранной цепочки.

На рис.1 приведена структурная схема реализации алгоритма (15), где введены следующие обозначения: *ЗУ*$_1$ – запоминающее устройство, в котором хранятся отсчёты входного колебания $z\left(t\right)$ на интервале анализа T_A; *БОХК* – блок оценивания характеристик канала; *БФОС* – блок формирования опорных сигналов $s\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)+s_{\text{о.с}}\left(t\right)$; *ВБ* – вычислительный блок, осуществляющий вычитание, возведение в квадрат и интегрирование; *БСВ* – блок сравнения и выбора, сравнивающий метрики (расстояния) между входным и всевозможными опорными сигналами и выбирающий минимальную из них, которая определяет позицию решения $\hat{b}_k$; *ЗУ*$_2$ – запоминающее устройство, хранящее и подающее на *БФОС* по цепи обратной связи выбранные решения.

Практическая реализация алгоритма (15) предпочтительна в квадратурном варианте, при котором в схеме рис. 1 на входе включается расщепитель входного сигнала $z\left(t\right)$ на квадратурные компоненты $z_X\left(t\right)$ и $z_Y\left(t\right)$; а блоки *БОХК* и *БФОС* выполняются для отдельных компонент.

В блоке *ВБ* реализуется операция

$$\int_0^{T_A}\left\{\left[z_X(t)-s_{\text{о.с}X}(t)-s_X\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)\right]^2+\left[z_Y(t)-s_{\text{о.с}Y}(t)-s_Y\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)\right]^2\right\}dt\,,$$

где $s_{\text{о.с}X}(t)$, $s_{\text{о.с}Y}(t)$ – компоненты предсказанного сигнала $s_{\text{о.с}}(t)$, $s_X\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)$, $s_Y\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)$ – компоненты сигнала $s\left(t,b_{k,i},\mathbf{b}_j\right)$.

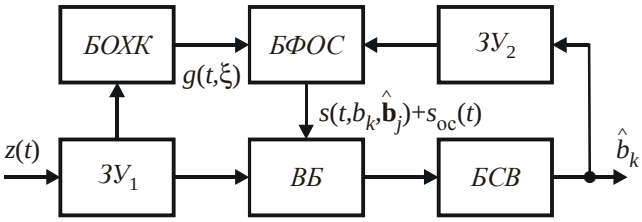


Рис. 1

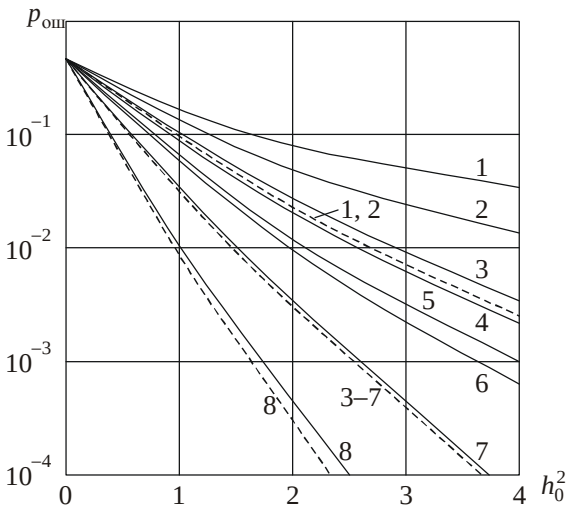


Рис. 2

Результаты моделирования на ЭВМ. Нахождение вероятности ошибки при реализации алгоритма (15) или АВ в многолучевом канале в общем случае затруднено [7, 8]. Нижнюю границу вероятности ошибки найдём в предположении «идеальной» обратной связи по решению, полагая, что сопутствующий вектор символов известен точно на приёме. В этом случае, учитывая, что ожидаемые сигналы при различных позициях символа представляют собой пару противоположных сигналов, получаем для нижней границы [10] $p^{\text{н}}=Q\left(\sqrt{2h_{\text{э}}^2}\right)$, где $h_{\text{э}}^2$ – эквивалентное отношение сигнал/шум в канале, зависящее от лучей и интенсивности шума; $Q(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty}\mathrm{e}^{-\left(t^2/2\right)}dt$.

В условиях разделения лучей в месте приёма (когда $2T<\Delta\tau_{\min}$, где $\Delta\tau_{\min}$ – минимальное запаздывание между лучами) имеем

$$h_{\text{э}}^2=h_0^2\sum_{m=1}^{M}\gamma_m^2\,, \tag{16}$$

где $h_0^2=E_{\text{п}}/N_0$, $E_{\text{п}}$ – энергия элемента сигнала на передаче; N_0 – спектральная плотность белого гауссовского шума (БГШ) на положительных частотах. При этом запаздывающие лучи добавляют энергию в отклик канала и снижают нижнюю границу $p^{\text{н}}$ независимо от взаимного фазового сдвига.

Если условие разделения лучей не выполняется, то вместо (16) с учётом (14) имеем

$$h_{\text{э}}^2=\frac{1}{T}h_0^2\int_0^{T_A}\left[\left(\sum_{m=1}^{M}p\left(t-\tau_m\right)X_m\right)^2+\left(\sum_{m=1}^{M}p\left(t-\tau_m\right)Y_m\right)^2\right]dt=\eta h_0^2\,, \tag{17}$$

где η – изменение отношения сигнал/шум за счет многолучёвости.

Так, например, при $M=2$, $\tau_2-\tau_1=T$, $\varphi_1=0$

$$h_{\text{э}}^2=h_0^2\left(\gamma_1^2+\gamma_2^2+\frac{\gamma_1\gamma_2}{T}\cos\varphi_2\int_0^{T_A}\sin pq(t)\,dt\right).$$

При прямоугольном частотном импульсе $q(t)=t/T$, и

$$h_{\text{э}}^2=h_0^2\left(\gamma_1^2+\gamma_2^2+\frac{2}{\pi}\gamma_1\gamma_2\cos\varphi_2\right). \tag{18}$$

Отметим, что при обычной ФМ-2 в этих условиях лучи разделяются, и справедливо

(16), т.е. $h_э^2 = h_0^2\left(\gamma_1^2 + \gamma_2^2\right)$.

Для получения более точных значений вероятности ошибки было произведено машинное моделирование, включающее модуляцию по (9), преобразование в канале по (12), генерирование БГШ с дисперсией, соответствующей заданному h_0^2 по (16), демодуляцию по алгоритму (15) и подсчёт числа и частости ошибок. Объем выборки $\{b_k\}$ составлял 100 000 на каждую точку кривой зависимости $p = f\left(h_0^2\right)$.

В таблице приведены значения h_0^2, $h_э^2$ (вычисленные по (18)) и частости ошибок p, полученные для двухлучевой модели канала с $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, $\varphi_1 = 0; \pi/2; \pi$ для систем модуляции ФМ-2, ММС ($h = 0{,}5$) при «идеальной» связи (ИС) ($s_{о.с}(t)$ в (15) формируется на основе безошибочных данных – «подсказка» от передатчика) и при реально используемой обратной связи по решению (ОСР). Графики для ММС, построенные по данным таблицы, приведены на рис. 2 как функции от h_0^2.

Для различных исследуемых режимов нижняя граница вероятности ошибки показана штриховыми линиями на рис. 2. Численные значения параметра $h_э^2$ зависят от соотношения параметров лучей в канале и выбранной системы сигналов.

Таблица

Вид модуляции	φ_2	ИС/ОСР	Частость ошибок p при h_0^2, равном				№ кривой на рис. 2
			1	2	3	4	
ФМ-2	0		$\eta = 2$, $h_э^2 = 2$	4	6	8	
		ИС	0,0509	0,0125	0,0035	0,0011	5
		ОСР	0,0932	0,0276	0,0085	0,0028	3
	$\pi/2$	ИС	0,027	0,0029	0,00039	-	7
		ОСР	0,027	0,0030	0,00039	-	7
	π	ИС	0,0511	0,0126	0,0033	0,0012	5
		ОСР	0,0935	0,0278	0,0088	0,0030	3
ММС	0		$\eta = 3$, $h_э^2 = 3$	6	9	12	
		ИС	0,0092	0,00039	-	-	8
		ОСР	0,0095	0,00044	-	-	8
	$\pi/2$		$\eta = 2$, $h_э^2 = 2$	4	6	8	
		ИС	0,0421	0,0087	0,00243	0,00061	6
		ОСР	0,0760	0,0219	0,0061	0,0014	4
	π		$\eta = 1$, $h_э^2 = 1$	2	3	4	
		ИС	0,115	0,0495	0,0238	0,0118	2
		ОСР	0,160	0,0879	0,0493	0,0274	1
Однолучевой канал		$\eta = 1$	0,079	0,0227	0,00715	0,00234	

Выводы. 1. Оптимальная (субоптимальная) обработка сигналов ММС в многолучевых каналах существенно усложняется по сравнению с обработкой в однолучевом (неискажающем) канале.

2. Так как сигнал системы ММС при индексе модуляции $h = 0{,}5$ допускает квадратурное представление, возможна реализация оптимального (субоптимального) когерентного приема таких сигналов в многолучевом канале на основе АКН. Такой канал, как и канал на основе АВ, обеспечивает практически равную помехоустойчивость при заданной задержке принятия решения об отдельном символе, но его реализация (особенно цифровая) существенно проще.

3. При равной интенсивности двух лучей максимальная вероятность ошибки соответствует случаю, когда взаимный фазовый сдвиг $\varphi_2 = \pi$, в то время как минимальная вероятность ошибки обеспечивается при $\varphi_2 = 0$.

4. Из сравнения нижних границ вероятности ошибки видно, что при взаимном запаздывании лучей, равном *T*, для ФМ-2 $h_э^2 = 2h_0^2$ и не зависит от фазового сдвига между лучами, в то время как для ММС величина $h_э^2$ изменяется от h_0^2 до $3h_0^2$.

5.Из кривых видно также, что во всех исследуемых режимах алгоритм АКН при ОСР обеспечивает помехоустойчивость, несущественно отличающуюся от помехоустойчивости при ИС.

Анализу помехоустойчивости алгоритма АКН при приёме сигналов ММС в стохастическом многолучевом канале будет посвящена отдельная работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Банкет В.Л., Дорофеев В.М. Цифровые методы в спутниковой связи. – М.: Радио и связь, 1988. – 240 с.

2. D'Aria G., Zingarelli V. Synchronization techniques and Viterbi equalizers for TDMA mobile radio// Technical reports. – 1989. – V. 17.– P. 125–131.

3. Емельянов П.Б., Парамонов А.А. Дискретные сигналы с непрерывной фазой // Зарубежная радиоэлектроника. – 1990.– **№** 12. – С. 17–34.

4. Парамонов А.А. Методы приёма дискретных сигналов с взаимной связью между символами / Докторская диссертация. – М.: 1994.

5. Varshney P.,Kumar S. Performance of GMSK on a land mobile radio channel // IEEE Trans. on VT. – 1991. – V. 40. – P. 607-614.

6. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Радио и связь, 1982. – 304 с.

7. Николаев Б.И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. – М.: Радио и связь, 1988. – 264 с.

8. Кловский Д.Д. Поэлементный приём дискретных сообщений в каналах с межсимвольной интерференцией и обратной связью по решению. // Электросвязь. – 1992. – № 3. – С. 3–6.

9. Кловский Д.Д., Николаев Б.И. Инженерная реализация радиотехнических схем. – М.: Связь, 1975. – 200 с.

10. Кловский Д.Д., Николаев Б.И. Потенциальные характеристики много- и одноканальных систем ПДС в частотно-селективных каналах // Анализ и модели сигналов и систем связи. Сб. трудов учебных институтов связи. – 1994. – № 159. – С. 3–18.

Non-Parametrical Focusing in the Synthetic Aperture Radar

O.V.Goriachkin[1)], D.D. Klowsky[2)]

[1)]Central Specialized Design Bureau, Pskovskaya Str.18, 443009 Samara, Russian Federation
[2)]Institute of Telecommunication, Lev Tolstoj Str.23, 443010 Samara, Russian Federation

Abstract

The SAR image reconstruction problem can be posed as a problem of inversing the convolution operator with unknown kernel.
The difficulties of solving such problem are overcome by using a nonstationary random field model to describing the SAR input.
The image reconstruction algorithm is built according to the adaptive Bayesian scheme, i.e. the kernel of transform estimate is used for inverse operator construction, which is obtained directly on the processed SAR data.

1. Introduction

The signal received by the SAR is a two-dimensional integral transform of the underlying surface average backscatter coefficient [1]. Under some assumptions such transform, in the signal local area, has form of two-dimensional convolution:

$$\dot{S}(t_1,t_2)=\int_D \dot{K}_a(t_1-\tau_1)\dot{K}_r(t_2-\tau_2)\dot{\xi}(\tau_1,\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2 \qquad (1)$$

,where $\dot{S}(t_1,t_2)$ - the SAR received signal (hologram); $\dot{K}_a$, $\dot{K}_r$ - azimuthal and range sections of the transform kernel, respectively; $\dot{\xi}$ - the average backscatter coefficient; D - integral domain area. Note, the kernel of equation (1) represents the SAR impulse response. Azimuthal section of kernel is, so named, "SAR track signal", and range section is the SAR transmitted signal. The problem of obtaining a SAR image, which is a modules of backscatter coefficient, belongs to the inverse class problem. That means necessary to restore the surface backscatter coefficient on the basis of series of the existing hologram under condition of the known kernel of transform.

In order to establish the inverse transform it is necessary to know with a high level accuracy the kernel of transform in (1). However, in practice a same factors leads to the impossibility of exact knowledge of the SAR impulse response, such as: SAR motion errors, distortion both of track signal and transmitted signal structure due atmospheric propagation and unusual operation of SAR hardware.

The same apriory vagueness, which partially emerging in this case, regarding the kernel parameters can be overcome with the widelyspread Doppler centroid estimating and autofocusing techniques [1][2]. However, these methods enable to estimate only the parameters of quadratic phase approximation of the SAR track signal. In the case when the dependence of phase being sought is described by more complex function or it is totally unknown the given algorithms are inapplicable.

The solution of the problem of the linear system impulse response reconstruction is possible if the two condition are satisfied: 1) the statistic model describing the input action (the field of the average backscatter coefficient in this case) precisely enough corresponding to reality; 2) the reconstruction problem for the present statistical model is soluble.

The constructive approach for making the statistical model of backscatter coefficient is impossible due to the immense diversity of the real reflecting surfaces and mechanisms describing it. A model can be made only in terms of the phenomenological approach. That's may we state a practically obvious fact: the average backscatter coefficient distribution is essentially nonstationary. As it will be shown further this fact is quite enough to speak about the possibility of at least a partial solution of the reconstruction problem.

2. The linear system impulse response reconsruction for the case of a nonstationary input.

Let $\dot{\xi}$ - is a complex nonstationary random process which have a covariance function $\dot{B}_\xi(t_1,t_2)$ and zero mean. Consider the statistics of output process $\dot{S}(t_1,t_2)$ in frequency domain.

The Fourier transform of each process realisation yields the realisation of the process $\dot{S}(\omega_1,\omega_2)$ in the frequency domain. The given process also has a zero mean and covariance which can be written as :

$$\dot{B}_S(\omega_1,\omega_2)=\dot{K}(\omega_1)\dot{B}_\xi(\omega_1,\omega_2)K^*(\omega_2) \qquad (2)$$

$$\dot{B}_\xi(\omega_1,\omega_2)=\int \dot{B}_\xi(t_1,t_2)\exp\left(-i\left(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2\right)\right)dt_1 dt_2 \qquad (3)$$

Since, $\dot{B}_\xi(t_1,t_2)$ is a positively defined function, then $\arg\left[B_\xi(\omega_1,\omega_2)\right]=0$ and complex function $\dot{B}_S(\omega_1,\omega_2)$ can be given in form:

$$\left(\dot{B}_S(\omega_1,\omega_2)\right(=\left(\dot{K}(\omega_1)\right(B_\xi(\omega_1,\omega_2)\left(\dot{K}^*(\omega_2)\right(\qquad (4)$$

$$\arg\left(\dot{B}_S(\omega_1,\omega_2)\right)=\arg\left(\dot{K}(\omega_1)\right)-\arg\left(\dot{K}(\omega_2)\right) \qquad (5)$$

Thus, if we estimate the covariance of the process $\dot{S}(t_1,t_2)$ in frequency domain, then phase of system transfer function to the accuracy of the constant can be obtained from the latter equation. The amplitude of the normalised transfer function can be reconstructed if an additional condition is imposed upon the statistical model of the process $\dot{\xi}$, namely, its stationarity in the frequency domain. This condition is observed only in one case, if $\dot{\xi}$ is a nonstationary on dispersion delta-correlated process in time domain. Regarding this condition the equation (3) will have the form:

$$\dot{B}_s(\omega_1,\omega_2)=\dot{K}(\omega_1)\cdot B_\xi(\omega_1-\omega_2)\cdot K^*(\omega_2)$$

The solution of the equation (4) and (5) yells an estimate of the linear system transfer function with an accuracy up to an unknown permanent complex factor.

Notice, that within the stationary process it is possible to reconstruct the transfer function of linear system only by analysing the highest orders spectra, which is impossible for Gaussian random process the model of which are often used for describing the complex backscatter coefficient of the reflecting surface. Unlike the bispectral estimating we use only the second order statistics and do not impose the requirement of the input action being non-Gaussian

3. The impulse response reconstruction of the radar channel.

Suppose, that the field of backscatter coefficient is described by a nonstationary delta-correlated Gaussian random process in form:

$$\dot{\xi}(\tau_1,\tau_2)=\sigma(\tau_1,\tau_2)\cdot\dot{\eta}(\tau_1,\tau_2)$$

where σ - is a positive non-random unknown function; η - delta-correlated Gaussian stationary random process. For the SAR case σ - is interpreted as an actual radar image and η is multiplicative interference which distorting SAR image (speckle-noise).

Consider the problem of the complex normalised transfer function reconstruction of the K_a or K_r system in a discrete spectrum. According to (4),(5),(7) we speak about the estimating of a covariance matrix of a random finite length vector, that is:

$$\dot{s}_m=\left\{\dot{s}(\omega_i,t_m),i=1\ldots N,m=1\ldots M\right\}$$

,where N - is the discrete length of $s(\omega,t)$, M - is the member of analysed realisation on variable t, reflecting the dependence upon the coordinate which is used for the collecting of statistics.

The member of realisations is chosen due to assuming the equation (1). Designate B_S-covariance matrix with $\dot{B}_S(\omega_i,\omega_j,t_m)$ elements, K - diagonal matrix with $\dot{K}(\omega_i)$ elements, B_m - matrix with $\dot{B}_\xi(\omega_i-\omega_j,t_m)$ elements. Under this conditions the equation (2) will live the form:

$$B_S=KB_mK \qquad (8)$$

The simplest Bayesian reconstruction algorithm uses a limited estimate of the covariance matrix, in this case:

$$B_S=\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}s_m s^*_m \qquad (9)$$

By applying the obtained estimate of covariance matrix, the solution of the reconstruction problem can be given in the form:

$$\arg(\dot{K}(\omega_i)) = \sum_{l=1}^{i} \arg(\dot{B}_s(\omega_l, \omega_{l+1})) \qquad (10)$$

$$\dot{K}(\omega_i) = \sqrt{\dot{B}_s(\omega_i, \omega_i)} \qquad (11)$$

The discrete inverse Fourier transfer from complex vector $\dot{K}$ given an estimate of the SAR impulse response. Note, this estimate uses only the first and the second diagonals of the covariance matrix, which is advantage in algorithm realisation.

Yet a selective covariance matrix does not possess the property of a positive definitiness, which can bad to substantial errors in impulse response reconstruction. Besides that the error increases sharply in the time domain due to the Fourier transform properties. The reconstruction error can be lowered by using a large number of realisations *M* (about of 1000 and more) that obviously do not create special problems in the probing signal restoration but is essential in the SAR track signal restoration for the member of realisation in this case is limited by the focusing zone and by the zone of time stability of impulse response. The solution of the reconstruction problem of the track signal in this case is possible if structural reconstruction of the covariance matrix estimate are used. However, this lead to complex iteration algorithm more doubtful in practice application.

The accuracy of algorithm presented above is very complex problem for analytical analysis. We have made only the first estimation, that was based on second order statistics of four-dimensional Wishart's distribution. In this case, the standard deviation of transfer function estimate given by:

$$\frac{\mathrm{D}\left[\hat{B}_s\left(\omega_i, \omega_j\right)\right]}{\left(B_s\left(\omega_i, \omega_j\right)\right(} \approx \frac{1}{N} \qquad (12)$$

$$\mathrm{D}\left[\arg\left(\hat{B}_s\left(\omega_i, \omega_j\right)\right)\right] \approx \frac{1}{2N}\frac{1-\rho^2}{\rho} \qquad (13)$$

,where $\hat{B}_s\left(\omega_i, \omega_j\right)$ - estimate of covariance matrix of the raw SAR data, ρ - parameter, which show degree of non-stationarity for the radar scene. Note, that if $\rho \to 0$, then reconstruction of the transfer function phase became impossible.

From (12) and (13) we can see, that accuracy of the phase estimate growing with a number of independent realisation.

This algorithm of reconstruction was tested on data obtained during experiments with MARS (L-band airborne SAR developed in Centre for Remote Sensing of the Earth, Kharkov, Ukraine). As results, we can to summarised following:

- The estimate accuracy of the phase of transform function have dependence from radar scene. The best estimation was achieved in the locally nonhomogenous fragments.
- High dynamics of the parameters of the kernel's azimuthal section in time domain, that was typical for airborne SAR, lead to emergence of the biased phase estimate or high estimates error.
- The range section of the transform kernel always be reconstructed with high fidelity and not dependent from the radar scene.

4. Conclusion

The proposed approach to estimating the SAR complex transfer function provide the processing of SAR data without apriory knowledge of the system parameters. This feature can be actual for the high resolution spaceborne SAR and for the bistatic radar.

The algorithm for the system transfer function reconstruction utilised the sampled estimate of covariance matrix in frequency domain and demand more processed realisations. This conditions will be made the general limitation in the azimuthal processing of airborne SAR data.

Acknowledgments

The authors whishes to thank colleague from the Centre for Remote Sensing of Earth (Ukraine) for the experimental data and a long standing support, also, special thank to VDE/DFG for the kind provided opportunity to take our participation in Conference.

References

[1] Mrazek, C.; Mc Candles, S.; A multi-look correlation auto-focus technique for synthetic aperture radar data. IEEE NTC'83, May 1983.

[2] Madsen, S.N.; estimating The Doppler Centroid of SAR Data. IEEE Trans. on Aerosp. and Electronic System Vol. AES-25, No.2 1989

Алгоритм оценки системной характеристики пространственно-временного канала при цифровой обработке сигналов радиолокатора с синтезированной апертурой, использующий знаковую ковариационную матрицу сигналов во временной области

Горячкин Олег Валериевич, к.т.н.,
ведущий инженер ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс»,
443009, г.Самара, ул. Псковская 18, тел. (846-2) 299354,
факс: (846-2) 272070, E-mail: dsrts@cskb.samara.su

Кловский Даниил Давидович, д.т.н., проф.,
Заслуженный деятель науки и техники РФ, Действительный член АИН РФ,.
зав. кафедрой ТОРС ПГАТИ,443010, г.Самара, ул. Л. Толстого 23,
тел. (846-2) 335558, факс: (846-2) 324864, E-mail: lih@oil.samara.su

Реферат

Повышение качества цифровой обработки изображений радиолокатора с синтезированной апертурой связано с преодолением априорной неопределенности относительно системной характеристики стохастического пространственно-временного радиолокационного канала (задача восстановления неизвестного ядра в уравнении Фредгольма первого рода). Для решения задачи оценивания системной характеристики используется метод, основанный на нестационарной модели пространственно-временного канала РСА. Особенность данного метода является высокая чувствительность получаемых оценок к нелинейным искажениям сигналов в аппаратурном тракте РСА. Для решения данной проблемы предложен алгоритм оценки, использующий выборочную знаковую ковариационную матрицу отраженных радиолокационных сигналов во временной области. Эффективность предложенного алгоритма подтверждается экспериментальной проверкой с использованием информации авиационной РСА X-диапазона «ИК-ВР» Этот алгоритм может быть использован для обработки информации космических РСА, работающих диапазонах длин волн более 30см и имеющих высокое пространственное разрешение, а также на стадии экспериментальной отработки аппаратуры РСА для проверки канала и подтверждения пространственного разрешения.

Введение

Перспективы развития космических РСА связаны с расширением диапазона рабочих частот (освоения P, UHF, VHF диапазонов) и повышением пространственного разрешения. Влияние атмосферных и траекторных ошибок в этих диапазонах настолько велико [1], что приводит к невозможности использования классических методов обработки сигналов в РСА, в том числе и основанных на использовании автофокусировки. Данная проблема классифицирована в [2] как задача преодоления непараметрической неопределенности при восстановлении радиолокационных изображений.

В [5] был предложен способ восстановления искаженной в атмосфере или аппаратурном тракте импульсной характеристики радиолокационного канала, основанный на использовании модели нестационарного случайного процесса. Алгоритмом решения в этом случае является статистический алгоритм обращения оператора свертки с неизвестным ядром [3,5].

Т.е. мы рассмотрим случай, когда уравнение наблюдения можно записать в виде стохастического интеграла:

$$\dot{S}(mT,t) = \int \dot{h}(\tau - t) \cdot \sigma(\tau, mT) \cdot d\dot{\chi}(\tau, mT) \qquad (1)$$

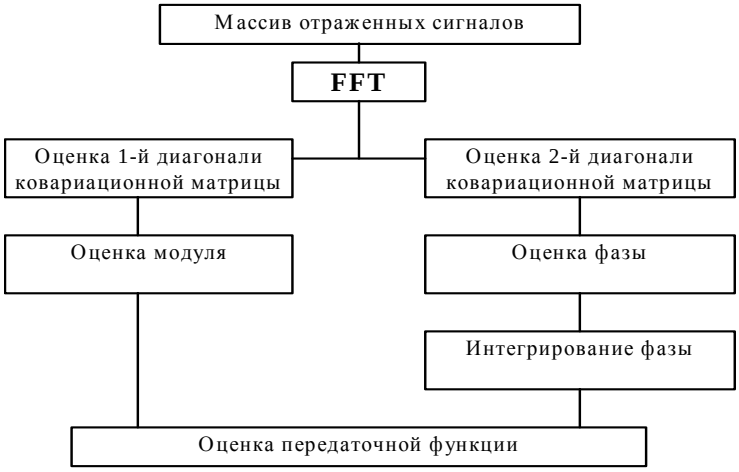


Рис. 1 Блок-схема алгоритма оценки системной характеристики радиолокационного канала

где: $\dot{S}(mT,t)$ - массив отраженного сигнала РСА, $\sigma(\tau,mT)$ - положительная функция, mT - азимутальная координата, t - координата по оси времени задержки. Блок-схема алгоритма решения задачи оценивания неизвестного ядра уравнения (1) показан на Рис.1., [1,3,5]. Результаты экспериментальной проверки [1] показали, что этот алгоритм дает смещенную оценку зондирующего сигнала РСА. Причины данного смещения следует искать среди таких факторов как: 1) наличие в тракте коррелированного аддитивного шума; 2) нелинейных эффектов малоразрядного квантования и жесткого ограничения; 3) краевых эффектов возникающих в случае попадания ярких отражателей на границу области анализа.

Первый фактор приводит к тому, что спектральная плотность шума неравномерна в полосе частот пропускания тракта. Ковариационная матрица стационарного шума диагональная в спектральной области и не влияет на вторую диагональ ковариационной матрицы, а значит и на восстанавливаемую фазу. Однако, выборочная ковариационная матрица шума имеет не равные нулю коэффициенты во второй диагонали при ограниченном числе используемых реализаций, что может привести к неравномерному по полосе частот смещению в оценке фазы. Способ преодоления данного ограничения очевиден - при использовании алгоритма [3] необходима предварительная запись и последующий анализ «шумовой голограммы». Устранение третьего фактора - оптимальный подбор параметров временного стробирования в приемнике РСА.

Второй фактор оказывает наиболее существенное влияние на точность восстановления. Математическое моделирование эффектов квантования и ограничения в алгоритме изображенном на Рис.1 показало, что малоразрядное квантование (<4 разрядов) или ограничение сигнала на уровне 1-й σ приводят к существенным искажениям оценки.

<u>Алгоритм обработки</u>

Для преодоления влияния нелинейных искажений в тракте целесообразно использовать широко распространенный прием - сделать эти искажения полностью предсказуемыми. Для этого мы используем связь между ковариационной функцией сигнала прошедшего идеальный ограничитель с исходной ковариационной функцией. Фактически, это означает реконструкцию искомой ковариационной матрицы по знаковым корреляциям во временной области.

Используя [4], для нестационарного процесса можно получить следующую формулу реконструкции:

$$B_S(t_1,t_2)=\Omega(t_1)\cdot\Omega(t_2)\cdot\left(\begin{array}{l}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xx}(t_1,t_2)\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yy}(t_1,t_2)\right)\right)+\\ +\,j\cdot\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xy}(t_1,t_2)\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yx}(t_1,t_2)\right)\right)\end{array}\right) \qquad (2)$$

Здесь $r_{xx}, r_{yy}, r_{xy}, r_{yx}$ - корреляция знаковой последовательность исходной голограммы; Ω - функция с.к.о. сигнала во временной области; $B_S(t_1,t_2)$ - искомая ковариационная функция.

Тогда алгоритм оценки системной характеристики РСА в сечении наклонной дальности можно представить в виде последовательности следующих шагов:

1. Обозначая массив отраженных сигналов (радиоголограмма) в виде $\dot{S}(i,j)$, $i=1...N$, $j=1...M$, i- индекс по координате дальности, j- индекс по координате азимута, запишем оценку нестационарной дисперсии и знаковой корреляции квадратурных компонент отраженных сигналов во временной области

$$
\begin{aligned}
W(i) &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}\left|\dot{S}(i,j)\right|^2 \\
r_{xx}(i,k) &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N} sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right) sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right) \\
r_{xy}(i,k) &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N} sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right) sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right) \\
r_{yx}(i,k) &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N} sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right) sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right) \\
r_{yy}(i,k) &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N} sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right) sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right)
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

2. Используя формулу (2) реконструкции ковариационной функции искаженного сигнала во временной области, получим:

$$
S(i,k) = \sqrt{W(i)W(k)}\left(\begin{array}{l}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xx}(i,k)\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yy}(i,k)\right)\right) + \\ j\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xy}(i,k)\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yx}(i,k)\right)\right)\end{array}\right) \qquad (4)
$$

3. Восстановление ковариационной матрицы в спектральной области:

$$
Q_R(m,n) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\dot{S}(i,k)\exp\left(j\frac{2\pi}{N}in\right)\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}km\right) \qquad (5)
$$

4. Восстановление системной характеристики канала РСА осуществляется по следующей формуле:

$$
\dot{h}_R(m) = \sqrt{Q_R(m,m) - D_R^1(m)}\exp\left(j\sum_{n=1}^{m}\arg\left(Q_R(n,n-1) - D_R^2(n)\right)\right)
$$

$D_R^1(m)$ – первая диагональ ковариации аддитивных помех (6)

$D_R^{21}(m)$ – вторая диагональ ковариации аддитивных помех

Экспериментальные результаты

Экспериментальная проверка работоспособности данного метода проводилась с использованием информации самолетной РСА Х - диапазона «ИК-ВР», разработанной в НИИ ТП, г. Москва. Основные характеристики данной системы приведены в Табл.1. Особенность данной системы является то, что принимаемые приемником отраженные сигналы оцифровываются без сжатия по дальности. А сама процедура сжатия реализуется в процессе восстановления РЛИ. Т.о. мы имели возможность проверить работоспособность предлагаемого алгоритма при восстановлении зондирующего сигнала данной РСА. Х-диапазон для самолетных РСА не приводит к заметному влиянию среды распространения, а имеющиеся результаты стендовых испытаний по проверке фазо-частотных характеристик сквозного аппаратного тракта, позволяют считать зондирующий сигнал данной РСА идеальным с точки зрения проверки предлагаемых в данной работе методов.

Таблица 1

Параметры РЛК «ИК-ВР»	Значение
Длина волны	3 см
Поляризация	В
Рабочая высота полета	1...10 км
Полоса захвата	5...20 км
Разрешающая способность:	
• Обработка в реальном масштабе времени на борту самолета	20×20 м
• Обработка в наземных условиях	3×3 м
Полоса зондирующего сигнала (ЛЧМ)	50 МГц

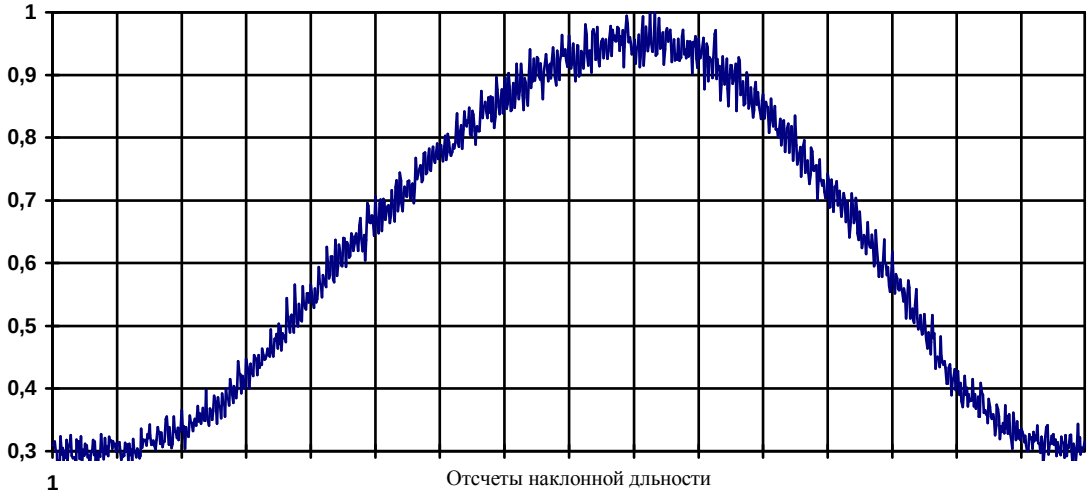


Рис. 2 Нормированная амплитуда принимаемого сигнала РСА «ИК-ВР» в сечении наклонной дальности.

Поэтому в качестве критерия соответствия мы рассмотрим функцию неопределенности данной РСА, как, с одной стороны, корреляцию математической модели зондирующего сигнала и сигнала полученного в результате наземных испытаний аппаратуры РСА (тестового сигнала); с другой стороны, корреляцию математической модели и оценки зондирующего сигнала полученной нашим алгоритмом. Соответствие данных функций и будет являться мерой качества.

В соответствии с основной идеей предлагаемых алгоритмов входной случайный процесс при восстановлении зондирующего сигнала РСА должен быть существенно нестационарен. Рис.2 показывает, что это действительно имеет место в реальной голограмме РСА. Причем данная нестационарность обусловлена модуляцией отраженного сигнала РСА диаграммой антенны в угломестной плоскости.

В соответствии с блок-схемой (Рис.1), по 1-й диагонали ковариационной матрицы в спектральной области оценивается модуль передаточной функции зондирующего сигнала. Результаты оценки по реальной голограмме показаны на Рис.3

Данные график свидетельствует, что оценка модуля спектра зондирующего сигнала и истинное значение (тестовый сигнал) отличаются. Связано, это с влиянием прежде всего: аддитивных сосредоточенных по спектру помех - линейчатый спектр, наличием аддитивного шума - постоянная подставка и небольшого линейного искажения спектра вследствие неидеальной характеристики приемного устройства.

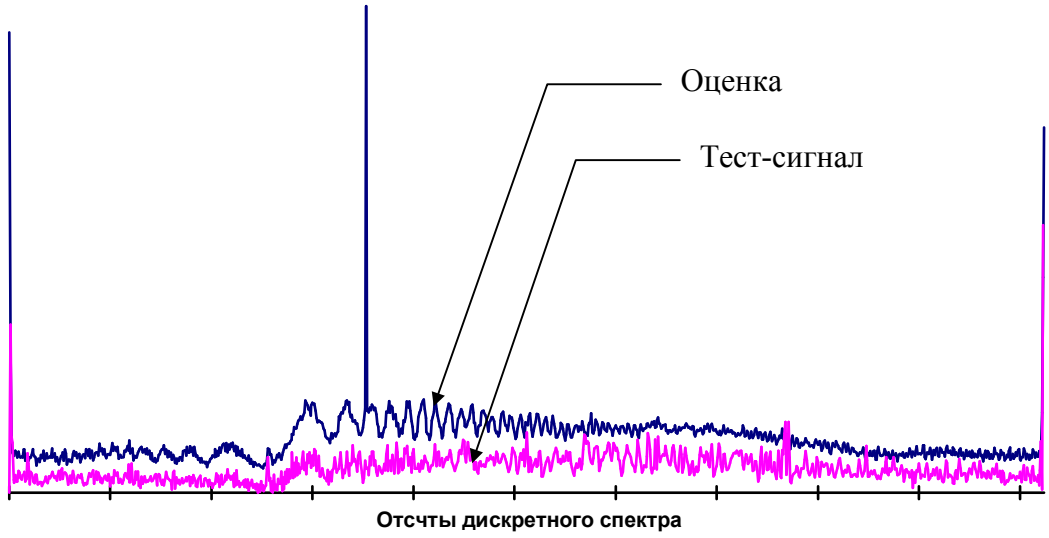


Рис. 3 Оценка модуля спектра зондирующего сигнала по голограмме и спектральная амплитуда тестового сигнала РСА «ИК-ВР».

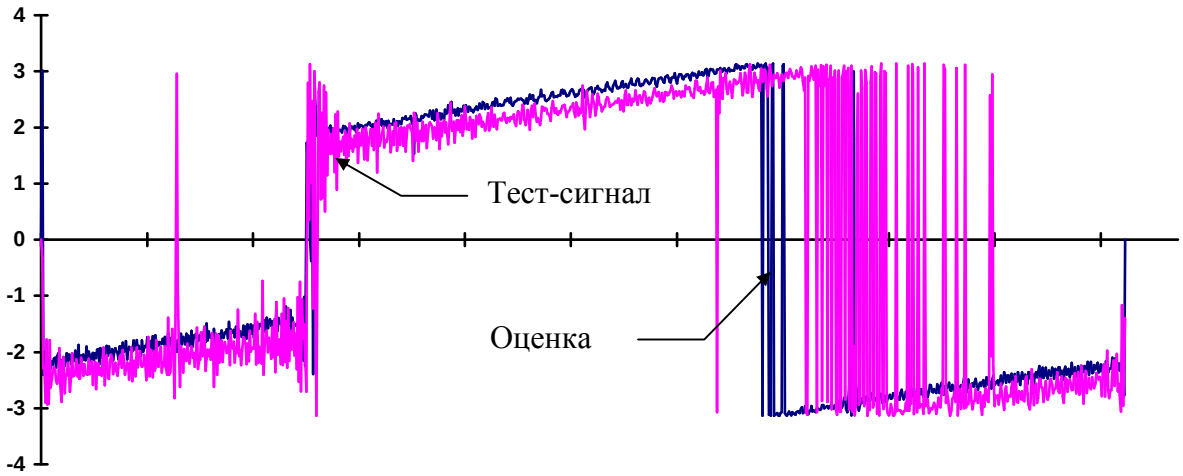


Рис. 4 Фаза 2-й диагонали спектральной ковариационной матрицы (производная фазы спектра зондирующего сигнала в соответствии с (2.33))

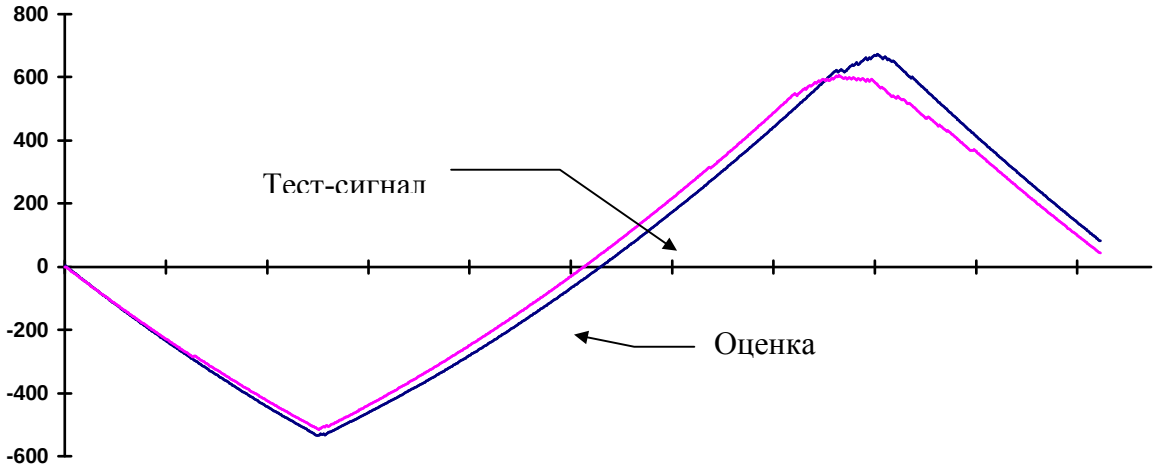


Рис. 5 Восстановленная фаза спектра зондирующего сигнала РСА «ИК-ВР»

На Рис.4-Рис.5 показаны этапы восстановления фазы спектра зондирующего сигнала и соответствие оцениваемых характеристик по голограмме и характеристик тестового сигнала, полученного при наземной калибровке. В целом мы видим, что оценка качественно соответствует истинному значению зондирующего сигнала.
Результат применения алгоритма соответствующего Рис.1 показан на Рис.6. Результат применения алгоритма (3-6) показан на Рис.7 и говорит о высокой степени соответствия оценки зондирующего сигнала истинному значению.
Результаты данного анализа позволяют рекомендовать данную структуру алгоритма (3-6), как основную для обработки по дальности, при непараметрической неопределенности относительно зондирующего сигнала РСА.

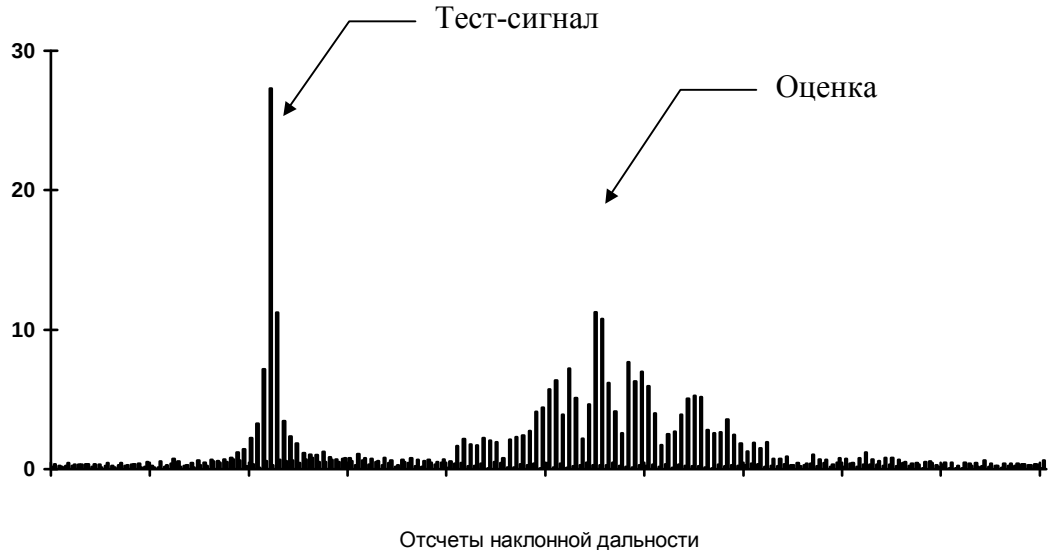


Рис. 6 **Функция неопределенности тестового сигнала и функция неопределенности оценки зондирующего сигнала.**

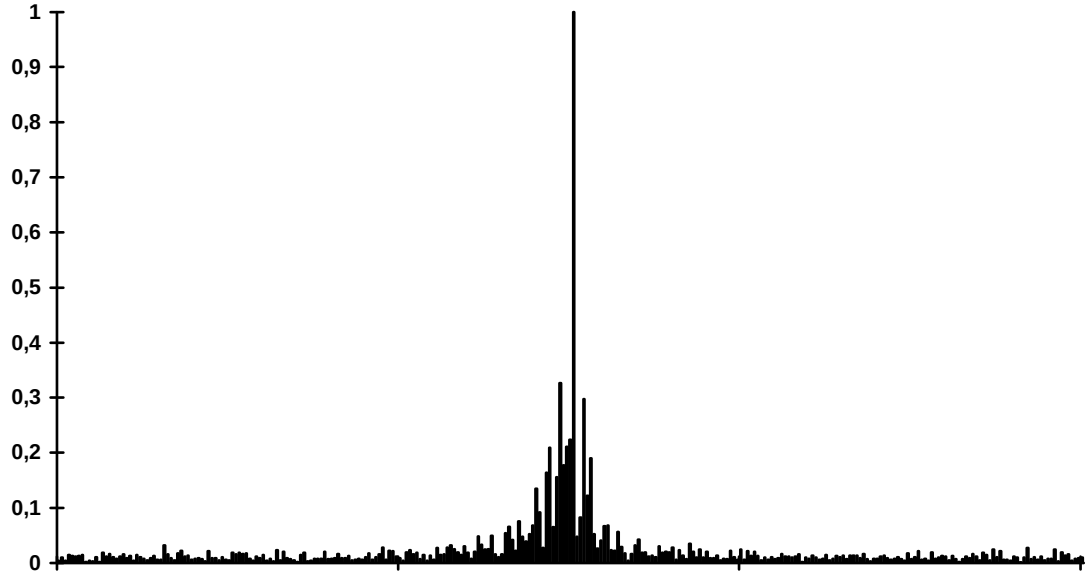


Рис. 7 Корреляция оценки, полученной алгоритмом со знаковой корреляцией и тестового сигнала.

Литература:

1. Горячкин О.В. Обработка радиолокационных данных при априорной неопределенности

характеристик пространственно-временного сигнала радиолокатора с синтезированной апертурой.// Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, г. Самара, ПИИРС, 1997г. - 141 с.
2. Горячкин О.В. Автоматическая фокусировка изображений в радиолокаторе с синтезированной апертурой.// ТУЗС «Анализ сигналов и систем связи». Спб 1996, №161, с.128-134.
3. Горячкин О.В., Кловский Д.Д. Статистический алгоритм обращения оператора свертки с неизвестным ядром.// В сб. докладов научно-технической конференции «Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация».-г. Воронеж 1996, с.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. -М.: «Радио и связь», 1989, 656с.
5. O.V.Goriachkin, D.D.Klovsky New Method for Wideband Low Frequency SAR Data Processing. // Proceedings Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark, Vol.2, p.147-154.