

01

## Метод оптимального параметрического синтеза широкополосных согласующих переходов

© О.В. Осипов, Д.Н. Панин, А.В. Никушин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций  
и информатики, Самара  
E-mail: nanometa@yandex.ru

Поступило в Редакцию 13 февраля 2013 г.

Предложен метод синтеза плавных согласующих переходов, основанный на численном интегрировании дифференциального уравнения для коэффициента отражения от неоднородности. Получены и проанализированы оптимальные профили волнового сопротивления, частотные зависимости коэффициента отражения по мощности. Показано, что предлагаемый метод позволяет существенно оптимизировать решение задачи синтеза за счет минимизации расчетного времени.

При разработке радиотехнических устройств зачастую приходится решать задачи о распространении волн в неоднородных средах, материальные параметры которых зависят от пространственных координат [1,2]. В частности, отрезки неоднородных линий передачи широко используются в технике СВЧ- и КВЧ-диапазонов.

В данной работе рассматривается неоднородность, образованная переходом между двумя линиями передачи различного поперечного сечения. Интерес к таким переходам связан с тем, что на практике возникает необходимость соединения двух линий передачи, имеющих различные геометрические размеры. Такие переходы должны обеспечивать хорошее согласование как можно в более широком диапазоне частот [3–6]. Известно, что переходы с непрерывным изменением электрофизических параметров (плавные переходы) по сравнению со ступенчатыми переходами при прочих равных условиях обеспечивают наименьшее отражение в широкой полосе частот [7]. Наиболее часто применяются на практике экспоненциальный, чебышевский и вероят-

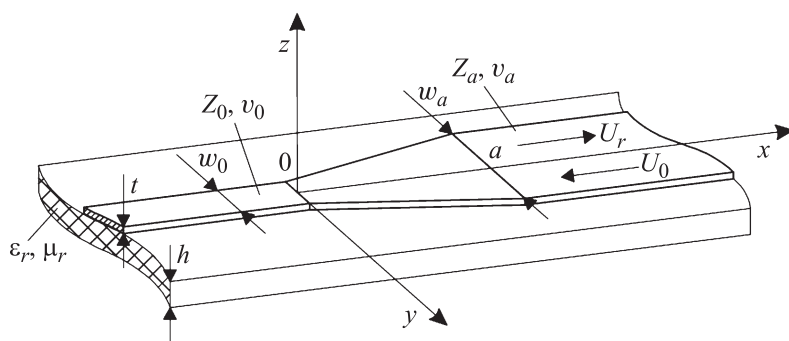


Рис. 1. Отрезок неоднородной линии передачи.

ностный переходы [8], последний из которых является предельным случаем ступенчатого перехода с максимально плоской характеристикой.

Рассмотрим отрезок неоднородной линии передачи на примере микрополосковой линии (рис. 1). На участке  $0 \leq x \leq a$  линия характеризуется погонной емкостью  $C(x)$ , индуктивностью  $L(x)$  и проводимостью  $G(x)$ , комбинации которых дают локальные значения волнового сопротивления  $Z(x) = \sqrt{L(x)/C(x)}$  и фазовой скорости  $v(x) = 1/\sqrt{L(x)C(x)}$ . Соответствующие величины для однородных выходного и входного участков линии обозначим через  $Z_0$  и  $Z_a$ ,  $v_0$  и  $v_a$ . Рассматриваемый отрезок линии передачи описывается системой телеграфных уравнений [7]:

$$\frac{dU}{dx} = -jkn(x)\rho(x)V, \quad \frac{dV}{dx} = -[jkn(x)\rho^{-1}(x) + 2\delta(x)]U. \quad (1)$$

В системе уравнений (1) введены следующие обозначения:  $V(x) = I(x)Z_0$ ,  $k = \omega/v_0$ ,  $n(x) = v_0/v(x)$ ,  $\rho(x) = Z(x)/Z_a$ ,  $2\delta(x) = G(x)Z_a$ .

Пусть на участок неоднородности против оси  $Ox$  падает электромагнитная волна с комплексной амплитудой  $U_0$ . Отношение комплексной амплитуды отраженной волны  $U_r$  к  $U_0$  представляет собой коэффициент отражения:  $R = U_r/U_0$ . В системе уравнений (1) для удобства перейдем к нормированным на  $U_0$  переменным:  $Y_1 = U/U_0$ ,  $Y_2 = V/U_0$ . Тогда (1)

примет следующий вид:

$$\frac{dY_1}{dx} = A_{12}(x)Y_2(x), \quad \frac{dY_2}{dx} = A_{21}(x)Y_1(x), \quad (2)$$

где  $A_{12} = -jkn(x)\rho(x)$ ,  $A_{21} = -jkn(x)\rho^{-1}(x) - 2\delta(x)$ .

Соответствующие рассматриваемой физической ситуации граничные условия для системы уравнений (2) имеют вид

$$Y_1(a) = R + 1, \quad Y_2(a) = R - 1, \quad Y_1(0) = T, \quad Y_2(0) = -\frac{T}{\rho_0}, \quad (3)$$

где  $T = U_t/U_0$  — коэффициент прохождения;  $\rho_0 = Z_0/Z_a$  — перепад волнового сопротивления.

Граничные условия (3) при  $a = 0$  позволяют определить значение коэффициента отражения от перехода между двумя линиями с волновыми сопротивлениями  $Z_a$  и  $Z_0$ :

$$R(0) = \frac{\rho_0 - 1}{\rho_0 + 1}. \quad (4)$$

Соотношение (2) используется в качестве начального условия при решении дифференциального уравнения для коэффициента отражения [7]:

$$\frac{dR}{d\xi} = \frac{1}{2} [A_{21}(\xi)(1 + R)^2 - A_{12}(\xi)(1 - R)^2], \quad (5)$$

где  $\xi = a/x$  — нормированная координата.

Если при решении задачи синтеза не требуется значение распределения поля волны в неоднородности, то для расчета коэффициента отражения следует решать задачу Коши (4), (5). Отметим, что уравнение (5) является нелинейным с переменными коэффициентами и поэтому решается численно.

Введем на неоднородном участке линии  $0 \leq x \leq a$  равномерную сетку с шагом  $h = a/N$ , где  $N = 1$  — число узловых точек. При этом узел с номером  $n = 0$  лежит на левой границе неоднородности, а узел  $n = N$  — на правой. Производная в дифференциальном уравнении (5) аппроксимируется центральной разностью

$$\left. \frac{dR}{d\xi} \right|_n = \frac{R_{n+1} - R_{n-1}}{2h} + O(h^2). \quad (6)$$

В формуле (6) индекс  $n$  использован для обозначения значений функции и производной, взятых в узле с номером  $n$ , т. е. в точке  $\xi = nh$ . С учетом данной аппроксимации уравнение (5) в  $n$ -м узле принимает вид

$$R_n = R_{n-2} - hA_{12}^{n-1}(k)(1 - R_{n-1})^2 + hA_{21}^{n-1}(k)(1 + R_{n-1})^2. \quad (7)$$

Для узла  $n = 1$  запишем выражение, используя значения функций в точке  $\xi_{1/2} = h/2$ :

$$R_1 = R_0 = \frac{h}{2} [A_{12}^{1/2}(k)(1 - R_{1/2})^2 + A_{21}^{1/2}(k)(1 + R_{1/2})^2]. \quad (8)$$

Значение  $R_{1/2}$  вычисляется с использованием аппроксимации производной в уравнении (6) правой разностью:

$$R_{1/2} = R_0 - \frac{h}{4} [A_{12}^0(k)(1 - R_0)^2 - A_{21}^0(k)(1 + R_0)^2]. \quad (9)$$

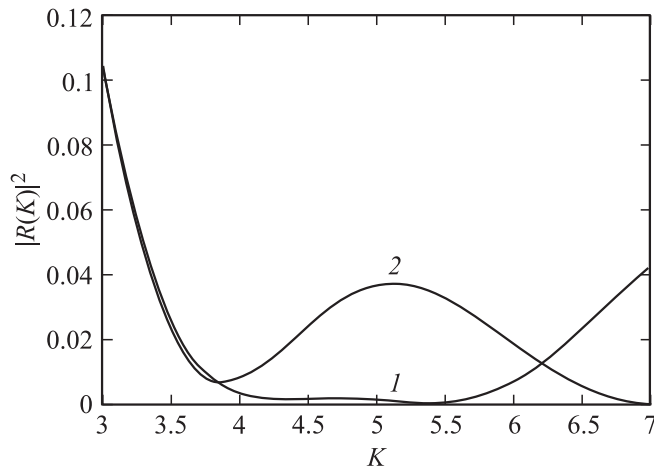
Выражения (7)–(9) представляют собой разностную схему, имеющую второй порядок точности по шагу дискретизации и требующую лишь однократного вычисления правой части уравнения (5). Сопоставимый по точности двухэтапный метод Рунге–Кутты характеризуется меньшим быстродействием по причине двукратного вычисления правой части (5).

Синтез профиля волнового сопротивления плавного перехода формулируется как задача минимизации целевой функции рассогласования [7]:

$$\Phi(\vec{\alpha}) = \sum_{m=1}^M b_m |R(k_m; \vec{\alpha})|^2 \quad (10)$$

на заданной сетке частот  $k_m$  в пространстве параметров  $\vec{\alpha}$  профиля волнового сопротивления  $\rho(x; \vec{\alpha})$ , где  $b_m$  — весовые коэффициенты. Вычисляя значения  $R(k_m; \vec{\alpha})$  при помощи разностной схемы (7)–(9), для поиска минимума целевой функции (10) можно воспользоваться одним из прямых методов оптимизации. Представленный здесь алгоритм можно использовать как для анализа, так и для синтеза согласующих переходов.

В качестве примера использования изложенного метода проведем синтез кусочно-линейного перехода, образованного последовательностью двух линейных. Пространственный профиль волнового сопротивления, зависящий от двух нормированных параметров  $\rho_*$  и  $a_*$ , может



**Рис. 2.** Частотные характеристики квадратов модулей коэффициентов отражения от параболического и кусочно-линейного профилей волнового сопротивления.

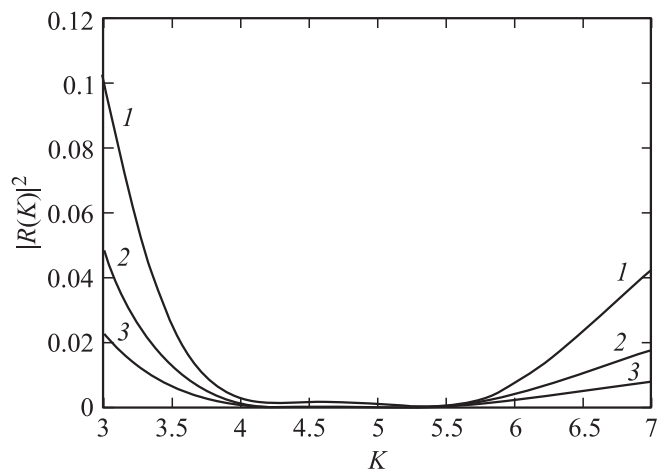
быть описан выражением

$$\rho(x; a_*, \rho_*) = \begin{cases} \rho_0 + (\rho_* - \rho_0) \frac{x}{a_*} & \text{при } 0 \leq x/a \leq a_*, \\ \rho_0 + \frac{1 - \rho_*}{1 - a_*} \left( \frac{x}{a} - a_* \right) & \text{при } a_* \leq x/a \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

В качестве исходных данных для синтеза перехода между линиями выбиралась частотная зависимость коэффициента отражения от параболического перехода

$$\rho(x) = \rho_0 - 2(\rho_0 - 1)(x/a) + (\rho_0 - 1)(x/a)^2. \quad (12)$$

На рис. 2 приведена зависимость модуля коэффициента отражения по мощности от нормированной частоты  $K = ka$  при  $\rho_0 = 10$  (1 — для кусочно-линейного профиля; 2 — для параболического профиля). Как видно из рис. 2, оптимизированный кусочно-линейный переход обеспечивает более хорошее согласование в широкой полосе частот, чем параболический.



**Рис. 3.** Частотные характеристики квадратов модулей коэффициентов отражения от синтезированных плавных кусочно-линейных переходов с различным перепадом волновых сопротивлений.

На рис. 3 приведены графики частотной зависимости коэффициента отражения по мощности от синтезированных кусочно-линейных переходов с  $\rho_0 = 10$  (кривая 1),  $\rho_0 = 5$  (кривая 2) и  $\rho_0 = 3$  (кривая 3). Видно, что полученные синтезированные кусочно-линейные переходы обеспечивают хорошее согласование линии передачи в полосе частот  $4 \leq K \leq 6$ .

Таким образом, в работе предложен быстрый алгоритм численного анализа частотных характеристик переходов между линиями с различными волновыми сопротивлениями. На основе ранее полученного в [7] уравнения для коэффициента отражения на неоднородном участке линии передачи разработан метод оптимального параметрического синтеза плавных согласующих переходов между линиями передачи с различными волновыми сопротивлениями. Проведен синтез кусочно-линейного перехода. Показано, что оптимальный кусочно-линейный переход имеет лучшую характеристику согласования в большем диапазоне частот, чем переход более высокого порядка — параболический. Разработанный метод синтеза плавных согласующих переходов позволит проектировать такие устройства, как согласующие трансформаторы, фильтры, соединительные элементы линии передачи и т.д.

## Список литературы

- [1] *Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Радио и связь, 2005. 648 с.
- [2] *Неганов В.А., Яровой Г.П.* Теория и применение устройств СВЧ. М.: Радио и связь, 2006. 720 с.
- [3] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 218 с.
- [4] *Берестнев Д.П., Зайцев В.В.* // Радиотехника. 1993. № 5–6. С. 66.
- [5] *Фуско В.* СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
- [6] *Сушкевич В.И.* Нерегулярные линейные волноводные системы. М.: Сов. радио, 1967. 295 с.
- [7] *Зайцев В.В., Панин Д.Н., Яровой Г.П.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2002. Т. 5. № 2. С. 59–62.
- [8] *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988. 432 с.