О.В. Горячкин

Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи

Москва
«Радио и связь»
2003

УДК 621.396

Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М.: Радио и связь, 2003. – 230с.: ил.
ISBN 5-256-01712-8.

Книга посвящена новому направлению цифровой обработки сигналов, известному как «слепая обработка сигналов». Методы и алгоритмы слепой обработки сигналов находят свои приложения в системах связи, задачах цифровой обработки речи, изображений, сигналов радиолокации и радиоастрономии, в медицине.

Рассмотрены вопросы теории и практического применения методов слепой обработки сигналов в задачах оценки каналов связи с межсимвольной интерференцией, широкополосной радиолокации, компенсации искажений в космических РЛС с синтезированной апертурой, задачах обработки многозональных оптических изображений.

Описан ряд новых алгоритмов слепой обработки сигналов, в том числе, основанных на использовании полиномиальных статистик случайных векторов.

Для научных работников, специалистов, занимающихся разработкой радиотехнических систем различного назначения, цифровой обработкой сигналов и изображений. Может быть полезна аспирантам и студентам, интересующимся новыми направлениями ЦОС и её приложениями.

Табл. 2. Ил. 93. Библиогр.146 назв.

Рецензенты: д.т.н.,проф. Д.Д. Кловский,
д.т.н.,проф. С.М. Широков

ISBN 5-256-01712-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Задачу слепой обработки сигналов (СОС) можно определить как цифровую обработку сигналов, прошедших через канал с неизвестными характеристиками на фоне шумов.

Подобные задачи возникают в различных приложениях цифровой обработки сигналов и изображений. Это цифровая связь, радиолокация, радионавигация, радиоастрономия, распознавание речи, обработка изображений, медицина и т.п.

Исторически, решение этих задач строились в рамках специфических условий конкретных приложений. По мере накопления результатов в последние годы создались предпосылки для построения систематической теории решения «слепой проблемы».

Настоящая книга, пожалуй, первая попытка систематического изложения современной теории и практики слепой обработки сигналов на русском языке.

Основные методы СОС представленные в монографии отражают область научных интересов и результаты автора, полученные в последние годы. Среди них следует отметить новый подход к решению задач СОС на основе полиномиальных статистик, разработанный автором на основе объединения методов теории вероятностей и алгебраической геометрии.

Несмотря на то, что основные приложения СОС, рассматриваемые в данной книге, это цифровая связь по каналам с рассеянием и замираниями, космическая радиолокация с синтезированием апертуры, обработка многоспектральных изображений, предлагаемые методы универсальны, и могут быть применены в любых других приложениях СОС.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю проф. Д.Д. Кловскому за многолетнюю, отеческую поддержку, а также ряд полезных замечаний и советов высказанных при рецензировании монографии.

Автор благодарен рецензенту книги проф. С.М. Широкову за высказанные замечания, советы и интересные дискуссии по теме монографии.

Автор выражает глубокую признательность руководству Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики (ПГАТИ), всячески способствовавшему научной работе автора и выходу монографии.

Глава 1.

ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ СЛЕПОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

1.1. Обобщенная формулировка проблемы

Слепая обработка сигналов (СОС) (blind signal processing) это относительно новая технология цифровой обработки сигналов (ЦОС), получившая свое развитие в течение последних 10-15 лет. Методы и алгоритмы слепой обработки находят свои приложения в системах связи, в задачах цифровой обработки речи, изображений, сигналов радиолокации и радиоастрономии.

В общем виде задачу слепой обработки можно сформулировать как цифровую обработку неизвестных сигналов, прошедших линейный канал с неизвестными характеристиками на фоне аддитивных шумов.

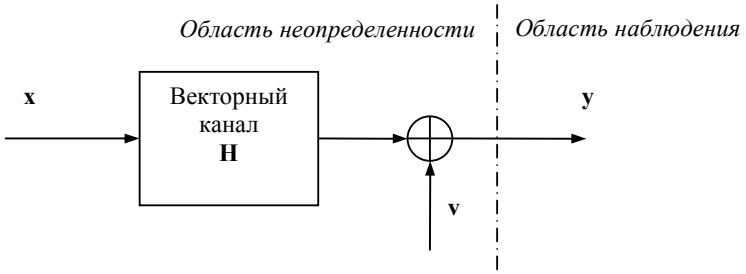

Рис.1.1. «Слепая» проблема оценивания канала.

Подобные задачи возникают в различных приложениях цифровой обработки сигналов и изображений, поэтому достаточно часто решение этих задач строились на учете специфики конкретного приложения. По мере накопления результатов в последние годы создались предпосылки для построения систематической теории решения «слепой проблемы».

Различают два основных типа задач слепой обработки сигналов: слепая идентификация канала (оценка неизвестной импульсной характеристики или передаточной функции), слепое выравнивание (или коррекция) канала (непосредственная оценка информационного сигнала). В обоих случаях для обработки доступны только реализации входного сигнала приемного устройства.

В случае слепой идентификации оценка импульсной характеристики может далее использоваться для оценки информационной последовательности, т.е. является первым этапом слепого выравнивания.

Задачи слепой обработки предполагают широкий класс моделей для описания наблюдаемых сигналов. В наиболее общем случае непрерывная модель системы описывается следующим выражением:

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t,\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau + \mathbf{v}(t), \tag{1.1}$$

где: $\mathbf{y}(t)$ - наблюдаемый векторный сигнал со значениями в $\mathbf{C}^m$, $\mathbf{H}(t,\tau)$ - $m \times n$ неизвестная матрица импульсных характеристик (ИХ) с элементами $\{h_{i,j}(\tau)\}$; $\mathbf{v}(t)$- аддитивная помеха (векторный случайный процесс со значениями в $\mathbf{C}^m$, как правило с независимыми компонентами); $\mathbf{x}(\tau)$- неизвестный информационный сигнал со значениями в $\mathbf{C}^n$.

Системы, описываемые выражением (1.1) называют системами с множественным входом и множественным выходом (в англоязычной литературе Multiple-Input Multiple-Output или MIMO).

В частном случае, когда $\mathbf{H}(t,\tau) = \mathbf{H}(t-\tau)$ мы имеем случай стационарной системы, при этом (1.1) имеет вид:

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t-\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau + \mathbf{v}(t), \tag{1.2}$$

Если компоненты матрицы $\mathbf{H}(\tau)$ имеют вид $\{h_{i,j}\delta(\tau)\}$, мы получаем модель, используемую в задачах слепого разделения источников (Blind Source Separation или BSS):

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \tag{1.3}$$

где: $\mathbf{H}$ - $m \times n$ неизвестная, комплексная, т.н. «смешивающая» матрица с элементами $\{h_{i,j}\}$; $\mathbf{x}(\tau)$- неизвестные сигналы.

В частном случае, когда сигналы источников являются реализациями стационарных, статистически независимы друг от друга случайных процессов, мы имеем задачу, которую в последние годы все чаще называют анализом независимых компонент [18] (АНК).

При этом модель, используемую в анализе независимых компонент, часто представляют в виде:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v}, \tag{1.4}$$

где: $\mathbf{y}$ и $\mathbf{v}$ - случайные вектора, $\mathbf{x}$ - случайный вектор с независимыми компонентами, $\mathbf{H}$ - детерминированная неизвестная матрица.

Задача АНК формулируется как задача поиска такой проекции вектора $\mathbf{y}$ на линейное пространство векторов $\mathbf{x}$ компоненты, которой статистически независимы. При этом доступна только некоторая выборка случайного вектора $\mathbf{y}$ и известна статистика шумового вектора $\mathbf{v}$.

АНК является некоторым развитием хорошо известного в статистике метода принципиальных компонент, где вместо более сильного свойства статистической независимости используется свойство некоррелированности.

Если в (1.2) $n=1$ и $m>1$, то модель системы может быть описана более простым выражением:

$$\mathbf{y}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{h}(t-\tau)x(\tau)d\tau+\mathbf{v}(t), \tag{1.5}$$

где $\mathbf{h}(\tau)$ - неизвестная импульсная характеристика m-мерного канала; $x(\tau)$ - неизвестный комплексный информационный сигнал со значениями в $\mathbf{C}$.

Системы, описываемые моделями вида (1.5) называют системами с одним входом и множественным выходом (Single-Input Multiple-Output или SIMO).

В случае, если $n=1$ и $m=1$, то мы имеем модель системы с одним входом и выходом (Single-Input Single-Output или SISO):

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t-\tau)x(\tau)d\tau+v(t). \tag{1.6}$$

Задачи слепой идентификации канала на основе моделей (1.5) и (1.6) далее мы будем называть задачами стационарной слепой идентификации векторного и скалярного канала соответственно.

Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления импульсной характеристики системы с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам.

С первого взгляда подобная задача может показаться некорректной, однако это не так, если слепое оценивание канала опирается на использование структуры канала или известные свойства его входа. Естественно, что в свою очередь подобные свойства зависят от особенностей конкретного приложения методов слепой идентификации.

1.2. Основные приложения и модели СОС

Существующие и потенциальные области применения технологий СОС можно классифицировать следующим образом:

- Системы передачи информации
    - системы цифровой коротковолновой связи
    - сети и системы мобильной связи
    - цифровое телевидение
    - хаотические системы связи
    - системы радиоразведки, несанкционированного доступа, радиоконтроля цифровых систем передачи информации.
- Радиолокация
    - сверхширокополосная радиолокация
    - космические радиолокаторы дистанционного зондирования Земли
    - радиолокационные системы контроля космического пространства
- Другие приложения СОС
    - компенсация искажений в системах формирования и обработки изображений
    - компенсация искажений в системах распознавания речи
    - цифровая обработка сигналов в медицинской технике
    - технологии обработки сигналов в задачах геологии

1.2.1. СОС в системах связи

В практике цифровых систем связи, рассчитанных на высокоскоростную передачу через каналы с различного вида рассеянием, ИХ канала, как правило, не известна с достаточной точностью для возможности синтеза оптимальных модуляторов и демодуляторов.

Например, при цифровой связи по коммутируемым телефонным сетям ИХ канала связи меняется каждый раз при наборе нового номера, т.к. маршрут по каналу каждый раз различен. Это пример стационарного проводного канала, характеристики которого просто не известны априори [16].

В радиоканалах ИХ нестационарны в основном вследствие многолучевого распространения радиоволн на трассе передатчик – приемник, эффектов рефракции и дифракции широкополосных радиосигналов в тропосферных и ионосферных слоях.

К числу таких каналов относятся каналы ионосферной радиосвязи в диапазоне частот 3 – 30 МГц, каналы радиосвязи с тропосферным рассеянием в диапазоне частот 300 – 3000 МГц и в полосе частот 3000 – 30000 МГц, каналы космической связи с ионосферным рассеянием в диапазоне частот 30 – 300 МГц [16].

В системах подвижной связи в диапазоне от 1000 – 2000 МГц многолучевой характер распространения сигнала вызван в основном переот-

ражениями радиоволн от зданий и сооружений, особенностей рельефа. Подобные эффекты возникают и в подводных акустических каналах.

В системах цифровой транкинговой связи, использующих TDMA, системах удаленного радиодоступа, локальных офисных радиосетях каналы также характеризуются существенным временным рассеянием.

Тенденции развития современных систем связи характеризуются все более ужесточающимися требованиями к максимальному использованию объема канала.

В системах последовательной передачи дискретных сообщений по каналам, характеризующимся возникновением эффекта межсимвольной интерференции, компенсация рассеяния с помощью тестирования канала испытательным импульсом - это ключевая технология реализации эквалайзеров различного типа [16].

Однако время (от 20% до 50%), затрачиваемое на тестирование канала, все более привлекательный ресурс для модернизации стандартов TDMA, особенно в системах подвижной связи (например, в стандарте GSM примерно 18% информационного кадра используется для передачи испытательного импульса).

Еще один пример, это компьютерные сети, где связь между терминалами и центральным компьютером устанавливается в асинхронном режиме так, что в некоторых случаях, обучение приемника невозможно.

Альтернативой тестированию канала в этих системах является использование методов слепой обработки сигналов.

Модель системы передачи дискретных сообщений с учетом рассеяния в канале может быть представлена в виде следующего выражения [78]:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t,\tau)\cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} s_k(\tau-nT,a_n)\cdot d\tau+v(t) \qquad (1.7)$$

где: $y(t)$ - сигнал в приемнике; $\{a_n\}$ - последовательность информационных символов алфавита $A=\{a_1,...,a_k,...,a_M\}$; $s_k(\tau,a_k)$ - канальный сигнал, соответствующий k-му символу; $h(\tau,t)$ - импульсная характеристика канала связи; $v(t)$- аддитивная помеха, T - тактовый интервал. Для линейной цифровой модуляции (1.7) можно преобразовать к виду (1.8).

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} h(t,\tau)\cdot s_0(\tau-nT)\cdot d\tau+v(t). \qquad (1.8)$$

Для каналов с медленными временными замираниями справедливо следующее упрощение:

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)\cdot s_0(\tau-nT)\cdot d\tau+v(t). \qquad (1.9)$$

В различных случаях априорной параметрической и структурной неопределенности модель канала содержит ряд параметров и/или функций неизвестных на приемной стороне.

Неопределенность в рассматриваемом контексте может возникать не только вследствие прохождения информационных сигналов систем передачи через неизвестный искажающий канал, но и в случаях неизвестной структуры и параметров тестовых сигналов, используемых в системе передачи. Подобная проблема может возникнуть в задачах радиоразведки или радиоконтроля.

В случае «полной» непараметрической неопределенности относительно импульсной характеристики канала и канального сигнала мы имеем дискретно-временную модель системы передачи в виде (1.10), соответствующую модели с одним входом и выходом (1.6):

$$y(l)=y(t)\big|_{t=lT}=\sum_{n=0}^{L-1} h(n)x(n-l)+v(l), \qquad (1.10)$$

где: $x(l)$ - неизвестная информационная последовательность, описываемая той или иной статистической моделью, $h(l)$ - неизвестная импульсная характеристика сквозного дискретного канала системы передачи, L - память канала, $v(l)$ - неограниченная последовательность статистически независимых, произвольно «окрашенных» отсчетов шума.

Импульсная характеристика сквозного канала может рассматриваться как детерминированная, так и случайная функция. Когда канал стационарный, выходная последовательность стационарна в дискретном времени. Для линейных, постоянных во времени, детерминированных каналов, когда частота дискретизации выше скорости передачи символов (обычно в целое число m раз), дискретизированный сигнал является циклостационарным, или, что эквивалентно, может быть представлен как вектор стационарной последовательности, лежащий в основе модели с одним входом и множественным выходом (1.5), где мы складываем в стек m - последовательность входных отсчетов, в течение приема очередного входного символа.

Тогда дискретно-временная модель системы передачи может быть представлена в виде:

$$\mathbf{y}(l)=\sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{h}(n)x(n-l)+\mathbf{v}(l) \qquad (1.11)$$

В этом выражении $\mathbf{y}(l)$ и $\mathbf{h}(n)$ m-мерные вектора сигнала в приемнике и импульсной характеристики.

Другой случай, описываемый моделью векторного канала (1.11) возникает в случае пространственного разнесения нескольких приемных антенн (разнесенный прием).

В последние годы большой интерес исследователей в области связи вызывает возможность использования шумовых сигналов. По некоторым оценкам подобные системы могут обеспечить скорости передачи в радиоканале до 1 Гбит/с (сегодня экспериментально достигнутый уровень скорости передачи составляет десятки Мбит/с).

Основная идея здесь, это использование шумового (хаотического) сигнала в качестве несущего колебания системы передачи информации (т.н. прямохаотические системы связи [31]).

Информация вводится в хаотический сигнал с помощью амплитудной модуляции шумового сигнала или путем изменением параметров источника детерминированного хаоса. Поэтому использование специального тестового сигнала в этих системах становится нецелесообразным. В тоже же время, использование шумового сигнала в качестве несущего колебания создает широкие возможности применения в этих системах как детерминированных, так и статистических методов слепой идентификации.

Впервые алгоритм прямого слепого выравнивания канала связи в цифровых системах с амплитудной модуляцией был предложен, по-видимому, Сато в 1975г. [19]. Алгоритм Сато был впоследствии обобщен Д. Годардом в 1980г. [20] для случая комбинированной амплитудно-фазовой модуляции (известен также как «алгоритм постоянных модулей»).

В общем виде алгоритмы данного типа относятся к классу так называемых стохастических градиентных алгоритмов слепого выравнивания, которые строятся по принципу адаптивного эквалайзера (данный класс алгоритмов называют также алгоритмами Базганга).

Сигнал ошибки адаптивного эквалайзера в данном случае формируется безинерционным нелинейным преобразованием выходного сигнала, вид которого, зависит от используемой сигнально-кодовой конструкции [16].

Существенным, для алгоритмов данного типа, является то, что входные сигналы в цифровых системах связи, как правило, негауссовы, а влияние канала, приводящее к наложению большого числа этих сигналов, вследствие центральной предельной теоремы теории вероятностей, нормализует наблюдаемые отсчеты сигнала в приемнике. Поэтому сигнал ошибки в этих алгоритмах чувствителен именно к этим свойствам сигналов на выходе эквалайзера. Отличительным достоинством данных алгоритмов является отсутствие требований к стационарности ИХ канала на интервале оценивания. Причем заметим, что абсолютное большинство алгоритмов

слепой идентификации и коррекции, так или иначе, требуют такой стационарности.

Этапом в развитии методов слепой обработки сигналов в системах связи стало использование статистик высокого порядка для идентификации каналов, входные сигналы которых описываются моделью стационарных негауссовских случайных процессов [6,16]. В рамках данных методов, как правило, удается найти явное решение для неизвестного канала.

Относительно недавно понятая возможность использования статистик 2-го порядка для слепой идентификации векторного канала связи ($m > 1$) существенно приблизила перспективу внедрения технологий слепой обработки в системы связи и спровоцировала целое направление работ последних лет [13,21], в рамках которого на сегодняшний день найдено целое семейство быстросходящихся алгоритмов идентификации. При этом для идентифицируемости канала существенно наличие хотя бы 2-х независимых каналов приема.

Использование статистик 2-го порядка для слепой идентификации скалярного канала ($m = 1$) возможно в целом для нестационарной модели входного сигнала и в частном случае периодически-коррелированного (циклостационарного) сигнала.

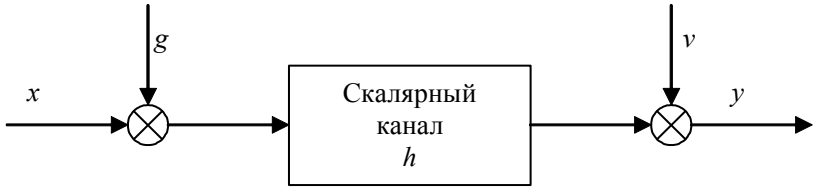

Рис. 1.2. Модель нестационарного по входу канала связи.

Возможность слепой идентификации в случае циклостационарности сигнала на выходе была показана в [22], для принудительной циклостационарной модуляции сигнала на входе в [23] (Рис.1.2), в общем случае для нестационарного входа в [17].

Дискретно-временная модель широкого класса систем передачи дискретных сообщений может быть записана в виде:

$$y_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l g_{l+k} x_{l+k}, \qquad k = 0,...,N-1, \tag{1.12}$$

где: $h_l, l = 0,...,L-1$ - импульсная характеристика канала связи; $g_i, i = 0,...,N+L-2$ - модулирующая последовательность; $x_i, i = 0,...,N+L-2$ - информационная последовательность. В зависимости

от вида модулирующей последовательности мы можем получить различные структуры передаваемых сигналов (Рис.1.3).

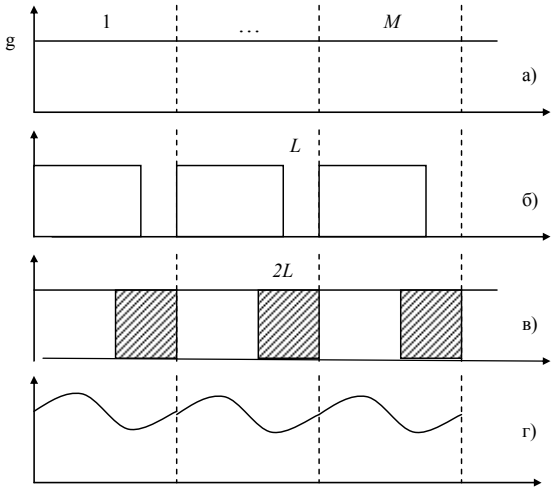

Рис.1.3. Входные сигналы системы передачи: а) стационарная последовательность; б) последовательность с пассивной паузой; в) последовательность с активной паузой; г) последовательность с циклостационарной модуляцией общего вида.

Системы с модулирующими последовательностями, показанными на Рис.1.3.б,в,г относятся к классу систем с нестационарным входом. Наличие такого типа нестационарности в входных сигналов уже является достаточным условием для идентифицируемости канала связи вслепую.

При этом в системах с активной паузой (системы с испытательным импульсом) на тестирование канала тратится максимальное время. В тоже время в системах с циклостационарной модуляцией общего вида (Рис.1.3.г), как и в системах со стационарным входом мы не тратим время на тестирование неизвестного канала связи.

1.2.2. СОС в радиолокации

В современной радиолокации использование для зондирования все более широкополосных электромагнитных импульсов напрямую связано с увеличением временной разрешающей способности и, следовательно, информативности этих систем.

Однако влияние тракта и среды распространения радиоволн возрастает пропорционально полосе частот используемых сигналов, что часто

приводит к потере когерентности системы. Особенно этот эффект существенен для сверхширокополосной радиолокации.

Задачу слепой обработки сигналов в данном случае можно сформулировать как проблему оптимального когерентного приема неизвестных сигналов отраженных от протяженного объекта конечных размеров.

Такая проблема возникает в частности при активной радиолокации космических объектов через атмосферу Земли. РЛС подобного типа используются сегодня не только в системах противовоздушной, противоракетной и космической обороны, системах предупреждения о ракетном нападении, но и в задачах контроля за космическим «мусором», который за 40 лет космической эры заполняя околоземное космическое пространство, создает все большие проблемы для космической деятельности человечества.

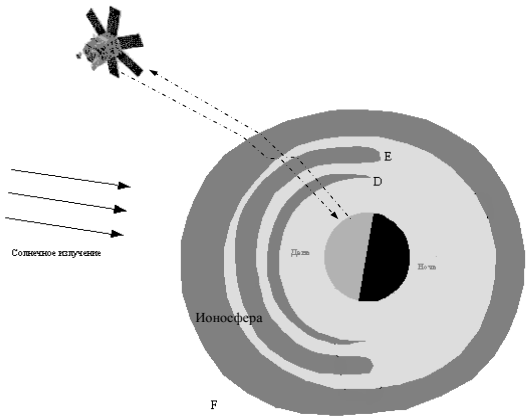

Рис.1.4. Радиолокация космических объектов через ионосферу Земли.

В этом случае пачка зондирующих сигналов РЛС, проходя туда и обратно через атмосферу (см. Рис.1.4) получает искажения, вызванные частотной зависимостью коэффициента преломления ионосферы и поляризационной дисперсией, возникающей вследствие эффекта Фарадея. Масштабы влияния данного эффекта рассмотрены в [32]. В соответствии с этими данными существенные дисперсионные искажения радиосигнала возникают уже в S диапазоне и быстро возрастают при увеличении полосы частот и длины волны.

В большинстве случаев модель сигнала РЛС, отраженного от пространственно распределенной цели можно представить в виде:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau - nT)\xi(\tau, n)d\tau + v(t) \qquad (1.13)$$

где: $y_n(t)$ - последовательность отраженных импульсов; $\xi(\tau, n)$ - коэффициент обратного рассеяния лоцируемого объекта; $h(t)$ - искаженный зондирующий импульс РЛС.

Коэффициент обратного рассеяния зависит от структуры и геометрии объекта, ориентации объекта и РЛС, их относительного движения, параметров зондирующего сигнала. Эта информация может быть использована для решения задач распознавания радиолокационного объекта и получения данных об его форме [25,26].

Геометрическую структуру радиолокационного объекта можно восстановить при достаточно большом пространственном разнесении приемников РЛС (радиолокационной базе) [27,28]. В этом случае реализуется возможность получения многоракурсных проекций, и задача сводится к использованию томографических методов [29].

В случае локации объекта из одной точки пространства распознавание объекта может быть осуществлено по временным, поляризационным или время-частотным портретам радиолокационной цели (сигнатурам).

Во всех этих задачах для восстановления коэффициента обратного рассеяния мы должны точно знать форму зондирующего импульса РЛС. В тоже время при распространении зондирующего импульса его форма меняется при прохождении через атмосферу [30] и приёмный тракт.

В этом случае для восстановления коэффициента обратного рассеяния лоцируемого объекта мы имеем задачу слепой идентификации скалярного или векторного радиолокационного канала. Причем в отличии от приложений слепой идентификации в системах связи, где практически всегда можно использовать технику испытательных импульсов для идентификации неизвестного канала, в радиолокации подобный подход практически невозможен.

Радиолокация поверхности Земли с летательных аппаратов с помощью радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА) за последние 30 лет прошла путь от единичных научных экспериментов до устойчиво развивающейся отрасли дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) [33].

От применения этих систем научное сообщество ожидает в ближайшем будущем существенного прогресса в решении таких глобальных проблем, как предсказание землетрясений и извержений вулканов, пони-

мания процессов глобального изменения климата и в науке о Земле в целом.

Помимо научного назначения эти системы сегодня являются уникальным инструментом при решении таких практических задач, как контроль чрезвычайных ситуаций, экологический мониторинг, картография, сельское хозяйство, мореплавание во льдах и прочее. Следует также отметить, что эти системы являются одним из эффективных инструментов контроля за выполнением договоров по разоружению.

Расширение областей применения РСА стимулирует постоянный рост требований к их пространственному разрешению, а также освоению новых частотных диапазонов.

При этом становится все более значимым эффект деградации пространственного разрешения радиолокационных изображений (расфокусировка), который возникает в этих системах вследствие погрешности траекторных измерений, влияния среды распространения, движения цели.

Задача автоматической фокусировки изображений радиолокаторов с синтезированной апертурой впервые стала актуальной в связи с повышением пространственного разрешения авиационных РСА до уровня единиц метров в конце 80-х и первой половине 90-х годов. Проблема была вызвана тем, что навигационные системы самолета не могли с необходимой точностью обеспечить измерение траектории перемещения фазового центра антенны РСА, что является необходимым условием получения высокого пространственного разрешения [34].

Рис.1.5. Радиолокационное изображение авиационной РСА L – диапазона «МАРС» (ЦРМ ДЗЗ им. А.И. Калмыкова, г. Харьков, Украина) дефокусированное изображение слева, фокусированное изображение справа.

Если параметры относительного движения объекта и РЛС известны то, используя методы прямого или обращенного синтеза апертуры воз-

можно построение радиолокационного изображения объекта. В этом случае модель отраженного сигнала может быть представлена в виде:

$$y(t,\tau)=\iint\limits_{D(t,\tau)} h(t,\tau,\theta,\sigma)\xi(\theta,\sigma)d\theta d\sigma+v(t,\tau) \qquad (1.14)$$

где: $\xi(\theta,\sigma)$ - комплексный коэффициент отражения подстилающей поверхности; $h(t,\tau,\theta,\sigma)$ - пространственно-временной сигнал РЛС с синтезированной апертурой, отраженный точечной целью (импульсная характеристика радиолокационного канала); θ,σ - координаты элемента подстилающей поверхности (азимут, дальность); t,τ - временные координаты двумерного отраженного сигнала.

В системах, использующих методы обращенного синтеза апертуры, телескопических РСА размер области интегрирования $D(t,\tau)$ значительно больше размера объекта в плоскости t,τ модель сигнала (1.14) можно представить в виде двумерной свертки:

$$y(t,\tau)=\iint\limits_{D} h(t-\theta,\tau-\sigma)\xi(\theta,\sigma)d\theta d\sigma+v(t,\tau) \qquad (1.15)$$

Качественно, процесс формирования радиолокационных изображений в РСА показан на Рис.1.5.

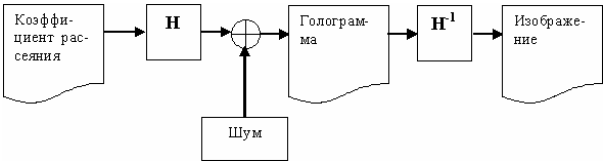

Рис.1.6. Формирование изображения в РСА.

В целом задача формирования радиолокационных изображений относится к классу обратных задач. Неопределенность относительно одного или нескольких параметров псевдообратного или регуляризирующего оператора $\mathbf{H}^{-1}$ и составляет существо проблемы параметрической фокусировки радиоизображений [35].

В такой постановке проблема в большинстве случаев была успешно решена разработкой алгоритмов цифровой автофокусировки изображений РСА.

Широко известны две основных группы алгоритмов автофокусировки, это: алгоритмы, основанные на использовании критерия качества в

виде локальных статистик РСА изображений и алгоритмы, использующие корреляционные свойства расфокусированных изображений [35,36].

В большинстве случаев, эти алгоритмы обеспечивают достижение заданного уровня разрешения, однако, в случае, когда РСА устанавливается на летательных аппаратах легкого класса (малая авиация, вертолеты, беспилотные самолеты), вариации параметров фокусировки становятся сравнимы с интервалом синтеза апертуры. В этом случае получение заданного уровня разрешения требует использования более адекватных моделей траекторного сигнала и более эффективных алгоритмов автофокусировки.

В отличие от задачи параметрической фокусировки, когда неизвестны один или несколько параметров траекторного сигнала; в задаче непараметрической фокусировки приходится восстанавливать неизвестный оператор $\mathbf{H}^{-1}$ в целом [35].

Задача непараметрической фокусировки (слепой идентификации) возникает в основном вследствие эффектов распространения сигналов РСА в атмосфере [37] и характерна в большей степени для РСА космического базирования и авиационных РСА, уровень пространственного разрешения которых достигает единиц сантиметров и требует использования сверхширокополосных сигналов.

1.2.3. Слепая обработка изображений

Коррекция линейных искажений изображений различного происхождения (оптических, акустических, рентгеновских, инфракрасных) это задача восстановления двумерного, пространственно ограниченного, неотрицательного сигнала [39], искаженного линейным оператором.

Модель такого сигнала также может быть описана выражениями (1.14) или (1.15) с учетом того, что $y(t,\tau)$ и $\xi(\theta,\sigma)$ положительные, пространственно ограниченные функции. В тех случаях, когда изображение формируется как интенсивность поля некоторого когерентного источника, модель такого изображения может быть представлена в виде:

$$y(t,\tau)=\left|\iint_D h(t-\theta,\tau-\sigma)x(\theta,\sigma)d\theta d\sigma+v(t,\tau)\right| \qquad (1.16)$$

Источники линейных искажений это, например дефокусировка объектива оптической системы формирования изображения, скоростной сдвиг (смаз) изображения вследствие движения объекта в процессе экспозиции, различного рода дифракционные ограничения (т.е. ограничение пространственного спектра изображения регистрирующим устройством), влияние среды распространения (например, атмосферная турбулентность).

Часто исследователю известна форма импульсной характеристики искажающего изображение канала [39], тогда коррекция изображения мо-

жет быть осуществлена линейным оптимальным или субоптимальным фильтром, построенным в соответствии с той или иной стратегией регуляризации [40].

Слепая коррекция изображений (blind image deconvolution) задача, возникающая в случае отсутствия априорной информации об ИХ канала формирования.

Особенно актуальна задача слепой коррекции линейных искажений изображений в задачах дистанционного зондирования Земли, астрономии, медицине.

Возможности слепой идентификации скалярных двумерных каналов несколько шире, чем одномерных. Это обстоятельство не раз отмечалось в литературе [41] и исторически привело к более интенсивному внедрению методов слепой обработки в данном случае.

Хорошо известно, например, что ковариационные функции стационарного процесса на выходе линейной системы не содержат информации о фазе её передаточной функции, и слепая идентификация канала по модулю передаточной функции возможна только для узкого класса систем с минимальной фазой.

Интересно, что для дискретных случайных полей это, вообще говоря, не так. Т.е. для двумерных дискретных сигналов возможности восстановления фазы по модулю передаточной функции значительно шире. Этот несколько неожиданный результат был получен методом математического моделирования Фьенапом в 1978г. (см. обзор [42]).

Объяснение этому факту заключается в том, что в кольце полиномов от двух и более переменных над полем комплексных чисел существует достаточно мощное множество неприводимых полиномов в отличие от кольца полиномов от одной переменной где, как известно, не существует неприводимых полиномов, степень которых больше 1.

Поэтому если двумерный дискретный сигнал имеет z-преобразование, неразложимое на более простые множители, то очевидно используя единственность факторизации многочлена на неприводимые множители мы можем восстановить дискретный сигнал по его автокорреляции или что эквивалентно по его амплитудному спектру [43].

Естественно, что данное свойство двумерных сигналов можно использовать и для решения задачи детерминированной слепой идентификации канала формирования изображения [44].

Рассмотрим модель двумерной дискретной свертки:

$$y(k,m)=\sum_{l}\sum_{n}h(k-l,m-n)x(l,n) \tag{1.17}$$

Это же соотношение может быть записано в виде произведения полиномов кольца $\mathbf{C}[z_1,z_2]$:

$$y(z_1, z_2) = h(z_1, z_2) x(z_1, z_2) \tag{1.18}$$

где:

$$y(z_1, z_2) = \sum_l \sum_n y(l, n) z_1^l z_2^n ;\ h(z_1, z_2) = \sum_l \sum_n h(l, n) z_1^l z_2^n ;$$

$$x(z_1, z_2) = \sum_l \sum_n x(l, n) z_1^l z_2^n$$

Если полиномы $h(z_1, z_2)$ и $x(z_1, z_2)$ неприводимы в кольце $\mathbf{C}[z_1, z_2]$, то факторизуя $y(z_1, z_2)$ мы решаем проблему слепой идентификации.

Конечно, практическое применение подобного подхода существенно ограничено сложностью процедуры факторизации полиномов от многих переменных и наличием шума.

Алгоритм, имеющий некоторое практическое значение и основанный на свойстве неприводимости полиномов (1.18) известен как алгоритм «нулевого листа» был предложен в [45]. Алгоритм использует свойства поверхностей, точки которых являются корнями полиномов канала и истинного изображения. Концептуально близкий алгоритм был предложен в [46].

Дополнительным некоторым ограничением области применения данного подхода является использование предположения о пространственной ограниченности сигналов.

Помимо свойств z-преобразований от сигналов конечной протяженности для слепой идентификации используются также неотрицательность истинного изображения, различные параметрические модели (см. обзор [47]).

1.2.4. Другие приложения СОС

В последние годы наблюдается бурное развитие биомедицинских компьютерных технологий. Возможности цифровой обработки электрокардиограмм, энцефалограмм, электромиограмм, магнитоэнцефалограмм существенно расширили возможности диагностики широкого класса заболеваний.

Особенностью применения данных методов является необходимость разделения сигналов изучаемых органов от шумов различного происхождения и мешающих сигналов (например, разделение кардиограмм матери и ребенка).

В этих технологиях находят своё прямое применение методы слепого разделения источников и анализа независимых компонент. Модели наблюдаемых сигналов, используемые в этих приложениях, описываются выражениями (1.2) и (1.3) [144].

Проблема распознавания речи ключевая задача во многих областях робототехники и кибернетики. Технологии распознавания речи могут использоваться для управления действием различного рода машин и механизмов, ввода и поиска данных в компьютере и т.п.

В системе регистрации звуковой информации, доступный для распознавания сигнал это свёртка первоначального речевого сигнала и импульсной характеристики датчика и окружающей среды.

При этом параметры датчика также как и параметры среды изменяются чрезвычайно. Телефонные трубки различаются по степеням искажения, спектрального состава и уровня сигнала. Микрофоны изготовляются разнообразными способами и расположены в различных позициях телефонной трубки, с отверстиями различных размеров, расположены в различных точках в пределах звукового поля вокруг рта. Устройство распознавания, которое хорошо подходит для одного специфического датчика в одной специфической среде, могло бы работать очень плохо в других условиях. Поэтому, желательно чтобы эти параметры не влияли на работу алгоритма распознавания. Слепая идентификация используется в данной задаче для восстановления первоначального речевого сигнала [48,144].

Борьба с реверберацией необходима, в тех случаях, когда первоначальный речевой сигнал искажён акустикой окружающей среды, т.к. акустика окружающей среды зависит от геометрии и материалов комнаты и местоположения микрофона.

Так как первоначальный речевой сигнал неразличим и акустика окружающей среды неизвестна, слепая идентификация может использоваться в адаптивной борьбе с реверберацией.

Одной из показательных задач иллюстрирующих проблематику слепого разделения независимых источников является т.н. проблема разделения нужного разговора на фоне других говорящих людей, музыки, посторонних шумов (cocktail party problem). Мы можем заметить, что наш мозг легко с этим справляется, в тоже время, для компьютера это очень сложная задача.

Прикладное значение эта проблема имеет для разработки адаптивных систем прослушивания при записи звуковой информации на несколько микрофонов, установленных в помещении.

В задачах геологии, сейсмологических исследованиях используются технологии регистрации сигналов источников механических колебаний как искусственного происхождения (закладка в шурф динамита), так и естественного (землетрясение). Эти сигналы используются для оценки коэффициентов отражения различных пластов земной коры.

Слепая проблема возникает здесь вследствие непредсказуемости и соответственно неопределенности формы возбуждающего импульса [144].

Глава 2.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ СЛЕПОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

2.1. Идентифицируемость векторного канала

Рассмотрим задачу слепой идентификации векторного канала, т.е. канала со скалярным входом и векторным выходом. Условия слепой идентифицируемости канала обычно формулируются в отсутствии шумов.

При этом различают задачи статистической и детерминированной идентификации, имея в виду модель информационной последовательности.

С практической точки зрения это означает, что в случае детерминированной идентификации нам доступны одна или крайне ограниченное количество реализаций входного сигнала, для статистической идентификации мы имеем в принципе неограниченную выборку.

Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления передаточной функции и/или импульсной характеристики канала с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам.

Пусть идентифицируемый канал описывается следующими выражениями:

$$y_l^{(k)}(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i^{(k)} x_{i+l}(z). \qquad (2.1)$$

В этом выражении: $y_l^{(k)}(z)$ - полином степени $(t-1)$ над полем комплексных чисел, образованный блоком из t отсчетов на выходе k-го канала, $k = 1,...,M$, $l = 0,...,N-1$ - номер блока выходных отсчетов; $L = \max\{L_1,...,L_M\}$ - максимальная длина векторного канала; $x_l(z)$ - полином степени $(t-1)$ над полем комплексных чисел, образованный блоком из t информационных отсчетов на входе канала.

Наша задача найти условия, которым должны удовлетворять информационная последовательность и отсчеты векторного канала, при выполнении которых набор полиномов $\{y_l^{(1)}(z),...,y_l^{(M)}(z)\}$ кольца $C[z]$, $l = 0,...,N-1$ однозначно характеризует коэффициенты канала $h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(M)}$ и коэффициенты информационной последовательности.

<u>Пример 1</u>. Пусть $M = 2$ и пусть известно, что $L = 2$.

а) Если $\mathbf{y}^{(1)} = (0,-2,0,0)$, $\mathbf{y}^{(2)} = (2,0,-2,2)$ то задача слепой идентификации имеет единственное решение $\mathbf{h}^{(1)} = (1,1)$, $\mathbf{h}^{(2)} = (1,-1)$ и $\mathbf{x} = (1,-1-1,1,-1)$.

б) Если $\mathbf{y}^{(1)} = (2,0,-2,0)$, $\mathbf{y}^{(2)} = (0,2,0,-2)$, то задача слепой идентификации имеет, по крайней мере, два решения 1) $\mathbf{h}^{(1)} = (1,1)$, $\mathbf{h}^{(2)} = (1,-1)$ и $\mathbf{x} = (1,1-1,-1,1)$, 2) $\mathbf{h}^{(1)} = (1,-1)$, $\mathbf{h}^{(2)} = (-1,-1)$ и $\mathbf{x} = (1,-1-1,1,1)$.

Заметим, что если бы мы знали информационную последовательность, т.е. решали задачу классической идентификации, то в обоих случаях имелось бы единственное решение для канала.

Действительно пусть $\mathbf{y}^{(k)} = \left(y_0^{(k)},...,y_{N-1}^{(k)}\right)$, тогда:

$$\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{X}_H(L)\mathbf{h}^{(k)}, \qquad (2.2)$$

где: $\mathbf{h}^{(k)} = \left(h_0^{(k)},...,h_{L-1}^{(k)}\right)$, $\mathbf{X}_H(L)$ - ганкелева матрица, составленная из отсчетов информационной последовательности. Тогда известна следующая теорема [3], являющиеся прямым следствием теоремы Кронекера-Капелли.

<u>Теорема 1.</u> Для идентифицируемости скалярного канала по известной информационной последовательности для любых значений $\mathbf{h} = \left(h_0,...,h_{L-1}\right)$ необходимо и достаточно, чтобы $rank\left(\mathbf{X}_H(L)\right) \geq L$.

Очевидно, что данная теорема устанавливает также необходимое условие для слепой идентификации.

В рассмотренном примере $rank\left(\mathbf{X}_H(2)\right) = 2$ и соответственно имеется единственное нормальное решение для каждого канала при известном входе.

Однако как это видно из примера задача слепой идентификации требует значительно более жестких ограничений на информационную последовательность, чем задача классической идентификации.

Рассмотрим случай детерминированной идентификации векторного канала для $M = 2$ в полиномиальной интерпретации.

Анализируя структуру преобразования (2.1) легко заметить, что если $N = L$, то справедливо следующее соотношение:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(1)}(z)h_l^{(2)} - \sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(2)}(z)h_l^{(1)} = 0 . \qquad (2.3)$$

В этом уравнении $2L$ неизвестных $h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},h_0^{(2)},...,h_{L-1}^{(2)}$. Выберем $2L$ различных значений формальной переменной $z_1,...,z_{2L}$. Тогда используя (2.3) мы можем записать $2L$ однородных линейных уравнений относительной $2L$ неизвестных коэффициентов канала.

В матричной форме, получим:

$$\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L})\mathbf{h} =$$

$$= \begin{pmatrix} y_0^{(1)}(z_1) & ... & y_{L-1}^{(1)}(z_1) & -y_0^{(2)}(z_1) & ... & -y_{L-1}^{(2)}(z_1) \\ \text{M} & & \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ y_0^{(1)}(z_{2L}) & ... & y_{L-1}^{(1)}(z_{2L}) & -y_0^{(2)}(z_{2L}) & ... & -y_{L-1}^{(2)}(z_{2L}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_0^{(2)} \\ \text{M} \\ h_{L-1}^{(2)} \\ h_0^{(1)} \\ \text{M} \\ h_{L-1}^{(1)} \end{pmatrix} = 0 \tag{2.4}$$

Для того, чтобы система линейных уравнений (2.4) имела единственное нетривиальное решение в соответствии с теоремой Кронекера-Капелли необходимо и достаточно чтобы ранг матрицы $\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L})$ был равен $(2L-1)$. Используя формулы (2.1) матрицу системы уравнений (2.4) можно представит в виде:

$$\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L}) =$$

$$= \begin{pmatrix} x_0(z_1) & ... & x_{2L-2}(z_1) \\ \text{M} & & \text{M} \\ x_0(z_{2L}) & ... & x_{2L-2}(z_{2L}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_0^{(1)} & ... & 0 & -h_0^{(2)} & ... & 0 \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ h_{L-1}^{(1)} & & h_0^{(1)} & -h_{L-1}^{(2)} & & -h_0^{(2)} \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & ... & h_{L-1}^{(1)} & 0 & ... & -h_{L-1}^{(2)} \end{pmatrix} =$$

$$= \mathbf{X}(z_1,...,z_{2L})\mathbf{H}_{1,2}. \tag{2.5}$$

Т.о. для идентифицируемости системы необходимо и достаточно, чтобы выполнялись два условия:

1) ранг $(2L \times 2L-1)$ матрицы $\mathbf{X}(z_1,...,z_{2L})$ равен $(2L-1)$, для любых различных $z_1,...,z_{2L}$;

2) ранг $(2L-1 \times 2L)$ матрицы $\mathbf{H}_{1,2}$ равен $(2L-1)$.

Для того чтобы матрица $\mathbf{H}_{1,2}$ имела ранг $(2L-1)$ необходимо что бы нашелся не равный нулю минор порядка $(2L-1)$. Используя перестановку строк матрицу $\mathbf{H}_{1,2}$ для случая $L_2 \geq L_1$ можно представить в виде:

$$\mathbf{H}_{1,2} = \mathbf{T}^{-1}\begin{pmatrix} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & \mathrm{M} & & & \mathrm{M} \\ & -h_0^{(2)} & & & h_0^{(1)} \\ Syl(h_1(z),h_2(z))^T & \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ & -h_{L_2-1}^{(2)} & & -h_{L_2-1}^{(2)} & h_{L_1-1}^{(1)} \\ 0 & \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ & 0 & \dots & -h_{L_2-1}^{(2)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Где $\mathbf{T}$ - матрица перестановки, $Syl(h_1(z),h_2(z))$ это матрица Сильвестра, образованная коэффициентами полиномов $h_1(z)$ и $-h_2(z)$, которые соответствуют каналам $h_0^{(1)},\dots,h_{L_1-1}^{(1)}$ и $h_0^{(2)},\dots,h_{L_2-1}^{(2)}$. Поскольку $\det(Syl(h_1(z),h_2(z)))$ равен результанту полиномов $h_1(z)$ и $h_2(z)$, то в соответствии с известным фактом теории результантов [1] $\det(Syl(h_1(z),h_2(z)))=0$ только если полиномы $h_1(z)$ и $h_2(z)$ имеют общий корень. Тогда если длина $L_2 = L$, то главный минор матрицы (2.6) равен $\left(-h_{L-1}^{(2)}\right)^{L-L_1+1}\det(Syl(h_1(z),h_2(z)))$, т.е. не равен нулю.

Первое условие содержит в себе еще два ограничения которые становятся более очевидны, если представить матрицу $\mathbf{X}(z_1,\dots,z_{2L})$ в виде:

$$\mathbf{X}(z_1,\dots,z_{2L}) = \begin{pmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{t-1} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & & \mathrm{M} \\ 1 & z_{2L} & \dots & z_{2L}^{t-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_{2L-2} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{2L-1} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{2L} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & & \mathrm{M} \\ x_t & x_{t+1} & & x_{t+2L-2} \end{pmatrix} = \quad (2.6)$$

$$= \mathbf{V}_t^{2L}(z_1,\dots,z_{2L}) \cdot \mathbf{X}_H(2L-1).$$

Где: $\mathbf{V}_t^{2L}(z_1,\dots,z_{2L})$ - матрица Вандермонда имеет ранг $2L-1$ если $t \geq 2L-1$, $\mathbf{X}_H(2L-1)$ - ганкелева матрица, составленная из отсчетов информационной последовательности.

Линейная сложность детерминированной последовательности это наименьшее значение D такое, что $\mathbf{X}_H(D)$ имеет полный ранг по столб-

цам или существуют такие не равные нулю одновременно $\{\lambda_j\}$ для которых:

$$x_i = -\sum_{j=1}^{D} \lambda_j x_{i-j} \quad i = D,...,t+2L-2 .$$

Линейная сложность характеризует степень предсказуемости детерминированной последовательности ограниченной длины. Для того чтобы матрица $\mathbf{X}_H(2L-1)$ имела полный ранг по столбцам, линейная сложность информационной последовательности должна быть больше $(2L-2)$.

Теперь мы можем объяснить пример 1. В случае а) идентификация возможна, т.к. линейная сложность входной последовательности равна 3, в случае б) несмотря на то, что каналы не имеют общих нулей, идентификация неоднозначна т.к. линейная сложность входной последовательности равна 2.

Т.о. мы определили необходимые и достаточные условия идентифицируемости векторного канала для случая $M = 2$. Сформулируем этот результат в виде следующей теоремы, обобщив его на случай $M > 2$.

<u>Теорема 2.</u> Для идентифицируемости детерминированного векторного канала необходимо и достаточно выполнения следующих условий:

1) полиномы $h_1(z),...,h_M(z)$ не должны иметь общих корней;

2) линейная сложность информационной последовательности должна быть больше $(2L-2)$;

3) длина информационной последовательности должна быть больше $(4L-3)$ или длина вектора данных больше $(3L-2)$.

Доказательство:

Случай $M = 2$ был нами доказан. Докажем теперь общий случай.

Уравнение (2.3) для любой пары образованной i-м и j-м каналом имеет вид:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(i)}(z) h_l^{(j)} - \sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(i)}(z) h_l^{(j)} = 0 , \tag{2.8}$$

где: $i, j = 1,...,M$.

Среди этих уравнений нетривиальных и несовпадающих $K = M(M-1)/2$ для $L \cdot M$ неизвестных. Из них мы всегда можем сформировать дополнительные, выбирая сечения $z_1,...,z_S$ так что $s \cdot K \geq L \cdot M$.

Запишем (2.8) в матричной форме, аналогично (2.4).

Пусть:

$$\mathbf{Y}^{(i)}(z_1,...,z_s)=\begin{pmatrix} y_0^{(i)}(z_1) & ... & y_{L-1}^{(i)}(z_1) \\ \text{M} & & \text{M} \\ y_0^{(i)}(z_s) & ... & y_{L-1}^{(i)}(z_s) \end{pmatrix},\ i=1,...,M \tag{2.9}$$

$$\mathbf{Y}_i(z_1,...,z_s)=$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & ... & 0 & \mathbf{Y}^{(i+1)}(z_1,...,z_s) & -\mathbf{Y}^{(i)}(z_1,...,z_s) & ... & 0 \\ \text{M} & & \text{M} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & ... & 0 & \mathbf{Y}^{(M)}(z_1,...,z_s) & 0 & ... & -\mathbf{Y}^{(i)}(z_1,...,z_s) \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

$$\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)=\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1(z_1,...,z_s) \\ \text{M} \\ \mathbf{Y}_{M-1}(z_1,...,z_s) \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

Матрица $\mathbf{Y}^{(i)}(z_1,...,z_s)$ имеет размер $(s\times L)$, блочная матрица $\mathbf{Y}_i(z_1,...,z_s)$ имеет размер $((M-i)\cdot s\times L\cdot M)$ и $\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$ соответственно $(K\cdot s\times L\cdot M)$.

Определим вектор $\mathbf{h}^T=\left(h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(M)}\right)$, тогда (2.4) можно записать в виде:

$$\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\cdot\mathbf{h}=0 \tag{2.12}$$

Для однозначной идентификации необходимо и достаточно, что бы для любых различных чисел $z_1,...,z_s$ ранг матрицы $\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$ был равен $(M\cdot L-1)$.

Пусть $\mathbf{H}^{(i)}$ - тёплицева матрица вида:

$$\mathbf{H}^{(i)}=\begin{pmatrix} h_0^{(i)} & & 0 \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ h_{L-1}^{(i)} & & h_0^{(i)} \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & & h_{L-1}^{(i)} \end{pmatrix}. \tag{2.13}$$

Пусть:

$$\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \mathbf{H}^{(i+1)} & -\mathbf{H}^{(i)} & \dots & 0 \\ \text{M} & & \text{M} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{H}^{(M)} & 0 & \dots & -\mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix}, \qquad (2.14)$$

Тогда:

$$\mathbf{Y}_i(z_1,\dots,z_s) = \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{X}(z_1,\dots,z_s) & \dots & 0 \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & \dots & \mathbf{X}(z_1,\dots,z_s) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{H}_i . \qquad (2.15)$$

$$\mathbf{Y}(z_1,\dots,z_s) = \mathbf{X}_\Sigma \cdot \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & \dots & 0 \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & \dots & \mathbf{X}_{M-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \text{M} \\ \mathbf{H}_{M-1} \end{pmatrix}. \qquad (2.16)$$

Т.к. при выполнении 2-го и 3-го условий теоремы матрица информационной последовательности $\mathbf{X}_\Sigma$ имеет ранг $rank(\mathbf{X}_\Sigma) = \min\{s \cdot K, (2L-1) \cdot K\}$. Тогда в соответствии с неравенством Фробениуса и неравенством $s \cdot K \geq L \cdot M$ то $rank(\mathbf{Y}(z_1,\dots,z_s)) \geq rank(\mathbf{H})$. Очевидно, что $rank(\mathbf{H}) < M \cdot L$, поскольку легко проверить равенство $\mathbf{H} \cdot \mathbf{h} = 0$ где $\mathbf{h} \neq 0$.

Покажем, что при выполнении условия 1) $rank(\mathbf{H}) = (M \cdot L - 1)$.

Введем новые переменные $\mathbf{v}^T = \left(v_0^{(1)},\dots,v_{L-1}^{(1)},\dots,v_0^{(K)},\dots,v_{L-1}^{(K)}\right)$, так что имеют место следующие уравнения:

$$\begin{cases} v_0^{(1)} = \hat{h}_0^{(1)},\dots,v_{L-1}^{(1)} = \hat{h}_{L-1}^{(1)}, \\ v_0^{(3)} = \hat{h}_0^{(1)},\dots,v_{L-1}^{(3)} = \hat{h}_{L-1}^{(1)}, \\ \dots \\ v_0^{(K-2)} = \hat{h}_0^{(M)},\dots,v_{L-1}^{(K-2)} = \hat{h}_{L-1}^{(M)}, \\ v_0^{(K)} = \hat{h}_0^{(M)},\dots,v_{L-1}^{(K)} = \hat{h}_{L-1}^{(M)}. \end{cases} \qquad (2.17)$$

тогда уравнение $\mathbf{H}\hat{\mathbf{h}} = 0$ эквивалентно следующей системе уравнений:

$$\mathbf{H}' \cdot \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{2,1} & \cdots & 0 \\ & \mathrm{O} & \\ \mathrm{M} & \mathbf{H}_{M,1} & \mathrm{M} \\ & & \mathrm{O} \\ 0 & \cdots & \mathbf{H}_{M,M-1} \\ \mathbf{I}_{2L} & \cdots & \mathbf{I}_{2L} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}, \qquad (2.18)$$

где $\mathbf{I}_{2L}$ - единичная $2L \times 2L$ матрица. Условие $rank(\mathbf{H}) = (M \cdot L - 1)$ эквивалентно условию $rank(\mathbf{H}') = (K(2L) - 1)$. Проведя элементарные преобразования по аналогии с (2.6) легко убедиться в справедливости последнего утверждения, для чего необходимо и достаточно выполнение условия 1). Теорема доказана.

Данная теорема (впервые сформулированная по видимому в [2,5]) играет ключевую роль в задачах слепой детерминированной идентификации векторных каналов.

Необходимые условия идентифицируемости, сформулированные в данной теореме, могут быть ослаблены. Возможно, что достаточные условия этой теоремы также могут быть ослаблены [5], но в этой области требуются дальнейшие исследования. Условия теоремы по существу гарантируют следующие интуитивные требования:

1) все каналы в системе должны отличаться друг от друга, например они не могут быть идентичны;
2) входная последовательность должна быть достаточно сложна. Она не может быть нулевой, константой или одиночной синусоидой;
3) в наличии должно быть достаточно отсчётов выхода.

Сформулируем теперь важную теорему для решения задачи коррекции векторного канала.

<u>Теорема 3.</u> Если известен $\mathbf{h}^T = \left(h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(M)}\right)$, то для однозначного решения задачи коррекции канала при любой информационной последовательности необходимо и достаточно, чтобы полиномы $h_1(z),...,h_M(z)$ не имели общих корней или эквивалентно обобщенная матрица Сильвестра $\mathbf{H}_S = \left(\mathbf{H}^{(1)},...,\mathbf{H}^{(M)}\right)^T$ имела полный ранг по столбцам.

Доказательство:

Пусть мы имеем L выходных блоков $\mathbf{Y}_L(z)=\left(y_0^{(1)}(z),...,y_{L-1}^{(1)}(z),...,y_0^{(M)}(z),...,y_{L-1}^{(M)}(z)\right)^T$ и $2L-1$ входных блоков $\mathbf{X}_{2L-1}(z)=\left(x_0(z),...,x_{2L-2}(z)\right)^T$, тогда:

$$\mathbf{Y}_L(z)=\mathbf{H}_s\cdot\mathbf{X}_{2L-1}(z) \tag{2.19}$$

Для любого z если $rank(\mathbf{H}_S)=2L-1$, то найдется единственный вектор $\mathbf{X}_{2L-1}(z)$, являющийся решением системы уравнений (2.19).

Докажем эквивалентность условия на ранг матрицы $\mathbf{H}_s$ и условия отсутствия общих корней у полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$ от противного.

Пусть $rank(\mathbf{H}_S)=2L-1$. Нуль-пространство матрицы $\mathbf{H}_s$ образовано линейно независимыми векторами $\mathbf{V}=(\mathbf{v}_1,...,\mathbf{v}_s)\in C^{2L-1}$, где $s=2L-1-rank(\mathbf{H}_S)$, для который $\mathbf{H}_s\mathbf{V}=0$. Пусть $x_i(z)=z^i$, $i=0,...,2L-2$, тогда $y_l^{(k)}(z)=z^l\cdot h^{(k)}(z)$. Пусть $\left\{c_1^{(1)},...,c_{L_1-1}^{(1)},...,c_1^{(M)},...,c_{L_M-1}^{(M)}\right\}$ корни полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$. Тогда очевидно, что если найдется хотя бы один совместный корень c полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$, то найдется ненулевой вектор $\mathbf{v}=\left(1,c,c^2,..,c^{2L-2}\right)$ принадлежащий нуль-пространству матрицы $\mathbf{H}_s$, т.е. ранг $rank(\mathbf{H}_S)<2L-1$.

Для доказательства обратного утверждения, т.е. если $h_1(z),...,h_M(z)$ не имеют общих корней то $rank(\mathbf{H}_S)=2L-1$, мы должны показать, что вектора, образованные совместными корнями полиномов образуют базис нуль-пространства матрицы $\mathbf{H}_s$. Для этого заметим, что если $c_1,...,c_s$ - совместные корни одиночной кратности $h_1(z),...,h_M(z)$, то $\mathbf{V}$ - матрица Вандермонда, имеет ранг s. Если среди корней $c_1,...,c_s$ будут кратные корни, то часть базисных векторов может быть сформирована, используя производные соответствующего порядка наибольшего общего делителя полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$. Более подробное доказательство можно найти в [4].

В задачах статистической идентификации условия идентифицируемости могут обсуждаться в более широком контексте. Например, если число доступных отсчётов на выходе канала бесконечно и вход - негауссовский стационарный случайный процесс, то система может быть идентифицирована точно по статистикам высшего порядка даже тогда, когда

полиномы каналов имеют общие нули. Или, например, если на входе стационарный случайный процесс (в том числе и гауссовский) система может быть идентифицирована, если известны точно статистики второго порядка выхода и совместные нули полиномов каналов находятся внутри единичной окружности (условие минимума фазы) [6].

Сформулируем теперь условия, ограничивающие статистические методы слепой идентификации векторного канала. Рассмотрим условия статистической идентификации для случая, когда входная последовательность стационарна и число доступных отсчетов на выходе канала $N \to \infty$, т.е. нам доступна статистика выхода любого порядка.

Теорема 4. Для возможности статистической слепой идентификации векторного канала достаточно выполнения следующих условий:
1) полиномы $h_1(z),...,h_M(z)$ не должны иметь общих корней;
2) отсчеты информационной последовательности $\{x_i\}$, таковы, что $\mathbf{M}\{x_i\} = 0$, $\mathbf{M}\{x_i x_j^*\} = \sigma^2 \delta_{i,j}$.

Доказательство:

Утверждение теоремы достаточно очевидно, если использовать эквивалентность условия на ранг матрицы $\mathbf{H}_s$ и условия отсутствия общих корней у полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$ доказанного в Т3. Пусть в (2.19) $t = 1$ или эквивалентно $z = 0$. Тогда если нам доступна $(L \cdot M \times L \cdot M)$ ковариационная матрица выходных отсчетов $\mathbf{R}_y = \mathbf{M}\{\mathbf{Y}_L(0)\mathbf{Y}_L^*(0)\}$, то:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{H}_S \mathbf{R}_x \mathbf{H}_S^* \tag{2.20}$$

где $(2L-1 \times 2L-1)$ матрица $\mathbf{R}_x = \mathbf{M}\{\mathbf{X}_{2L-1}(0)\mathbf{X}_{2L-1}^*(0)\}$. Из второго условия следует, что $\mathbf{R}_x = \sigma^2 \cdot \mathbf{I}_{2L-1}$, и $\mathbf{R}_y = \sigma^2 \cdot \mathbf{H}_S \mathbf{H}_S^*$. Для известных $\mathbf{R}_y$ и σ^2 первое условие теоремы гарантирует единственность решения задачи слепой идентификации.

Итак, как для случая детерминированной, так и статистической идентификации векторного канала присутствует условие отсутствия общих корней у полиномов $h_1(z),...,h_M(z)$. Это означает, что для идентификации мы в полной мере используем перекрестные связи каналов. Естественно, что избавиться от этого ограничения, можно только решив задачу идентификации скалярного канала. С другой стороны отсутствие возможности использовать перекрестные связи каналов существенно обедняет

возможности слепой идентификации, особенно в задачах детерминированной идентификации.

2.2. Идентифицируемость скалярного канала

Пусть последовательность сигнальных блоков на выходе канала в полиномиальной интерпретации описывается выражением:

$$y_l(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \, x_{i+l}(z). \tag{2.21}$$

Рассмотрим необходимые условия детерминированной идентификации.

<u>Теорема 5.</u> Для идентифицируемости детерминированного скалярного канала необходимо, чтобы линейная сложность информационной последовательности была больше $(2L-2)$.

Доказательство:
Запишем (2.2) для скалярного канала в виде:

$$\mathbf{y}_L(z) = \mathbf{X}_{H,L}(z) \cdot \mathbf{h}\,. \tag{2.22}$$

Где $\mathbf{y}_L(z) = \left(y_0(z),...,y_{L-1}(z)\right)^T$ и $\mathbf{X}_{H,L}(z)$ - полиномиальная ганкелева $L \times L$ матрица, составленная из полиномов $x_0(z),...,x_{2L-2}(z)$. Если система идентифицируема, то необходимо чтобы $rank(\mathbf{X}_H(L)) = L$ (T1). Нетрудно показать, что в этом случае $rank(\mathbf{X}_{H,L}(z)) = L$ для $\forall z \in C$. Это означает, что для $\forall z \in C$ матрица $\mathbf{X}_{H,L}(z)$ имеет обратную матрицу $\mathbf{X}_{H,L}^{-1}(z)$ такую, что $\mathbf{X}_{H,L}^{-1}(z) \cdot \mathbf{X}_{H,L}(z) = \mathbf{I}_L$. Пусть для фиксированного $\mathbf{y}_L(z)$ имеет место равенства:

$$\mathbf{y}_L(z) = \mathbf{X}1_{H,L}(z) \cdot \mathbf{h}1 = \mathbf{X}2_{H,L}(z) \cdot \mathbf{h}2\,. \tag{2.23}$$

Если система идентифицируема, то для (2.23) имеется только тривиальное решение $\mathbf{X}1_{H,L}(z) = c\mathbf{X}2_{H,L}(z)$ и $\mathbf{h}1 = 1/c \cdot \mathbf{h}2$. Тогда должно быть, по крайней мере, так что:

$$\mathbf{X}1_{H,L}(z) \cdot \mathbf{A}(z) - \mathbf{X}2_{H,L}(z) = 0\,, \tag{2.24}$$

где $\mathbf{A}(z)$ - $L \times L$ полиномиальная матрица полного ранга. Так как $\mathbf{X}1_{H,L}(z)$ и $\mathbf{X}2_{H,L}(z)$ матрицы ганкелевой структуры, то (2.24) можно переписать в виде системы $2L-3$ однородных уравнений для неизвест-

ных элементов матрицы $\mathbf{A}(z)$. Поскольку равенство (2.24) справедливо для $\forall z \in C$, рассмотрим $2L$ сечений $z_1,...,z_{2L}$, тогда:

$$\begin{pmatrix} x_0(z_1) & ... & x_{2L-2}(z_1) & x_{L-1}(z_1) \\ \text{M} & & \text{M} & \text{M} \\ x_0(z_{2L}) & ... & x_{2L-2}(z_{2L}) & x_{L-1}(z_L) \end{pmatrix} \cdot (\mathbf{a}(z_1) \quad ... \quad \mathbf{a}(z_{2L})) = 0,$$

где $\mathbf{a}(z_i)$ - вектор длины $2L$, составленный из коэффициентов первого и последнего столбца матрицы $\mathbf{A}(z_i)$. Эта система имеет единственное нетривиальное решение, если ранг матрицы ее коэффициентов равен $2L-1$. Нетрудно заметить, что главный минор этой матрицы порядка $2L-1$ $\det(\mathbf{X}(z_1,...,z_{2L-1})) \neq 0$ при выполнении условия теоремы (см. (2.6)). Отсюда следует в частности, что $\mathbf{A}(z) = c\mathbf{I}_L$. Теорема доказана.

Итак, мы показали, что если $\mathbf{X}_{H,L}(z)$ - ганкелева матрица, составленная из коэффициентов входной последовательности, линейная сложность которой больше $2L-2$ то $\mathbf{B}(z) = \mathbf{X}1_{H,L}(z) \cdot \mathbf{A}(z) - \mathbf{X}2_{H,L}(z) \neq 0$ для всех $\mathbf{A}(z) \neq c\mathbf{I}_L$.

Однако этого условия недостаточно для слепой идентификации, поскольку равенство (2.24) может выполняться, если $\mathbf{B}(z) \cdot \mathbf{h} = 0$. Т.е. помимо условия на информационную последовательность мы должны наложить дополнительные ограничения на вектор канала и результат взаимодействия канала с информационной последовательностью.

Обычно отправным пунктом для обеспечения слепой идентифицируемости скалярного канала по одной реализации служит предположение о конечности алфавита информационных символов. Для этого случая известна следующая теорема [7], которую мы приведем без доказательства.

Теорема 6. Если информационная последовательность принимает значения на множестве $\{\pm 1, \pm 3, ..., q-1\} \in Z$, то для идентифицируемости детерминированного скалярного канала достаточно, чтобы:

1) линейная сложность информационной последовательности была больше $(2L-2)$;
2) отсчеты канала $h_0,...,h_{L-1}$ были линейно независимы на подмножестве целых чисел $\{0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm 2(q-1)^{2L-1} L^{L/2} (t_0 - L + 1)^L\}$, t_0 - номер первого символа информационной последовательности, начиная с которого линейная сложность информационной последовательности больше L.

Доказательство теоремы можно найти в [7], более мягкие условия для канала в [8].

Статистическая идентификация предоставляет значительно более широкий диапазон возможностей для слепой оценки скалярного канала.

Прежде всего, отметим, что в общем случае наличия на входе канала последовательности с гауссовским распределением на выходе нам доступны только вектор математического ожидания и ковариационная матрица.

Поскольку математическое ожидание как правило равно нулю, то для стационарного гауссовского случайного процесса единственной статистической характеристикой является корреляционная функция или автокорреляционная последовательность.

Известно, что автокорреляция не содержит информации о фазе передаточной функции канала. Действительно оценку автокорреляции на выходе канала для белого шума на входе можно записать в виде:

$$r_y(z) = \sigma^2 h(z) h^*\left(1/z^*\right) \cdot z^{L-1} \qquad (2.25)$$

где $r_y(z)$ - полином, коэффициенты которого являются отсчетами автокорреляционной функции на выходе канала. Если априори известно, что все нули полинома канала находятся внутри (системы с минимальной фазой) или вне (системы с максимальной фазой) окружности единичного радиуса, то, зная $r_y(z)$, мы можем идентифицировать канал. В общем случае для стационарного гауссовского входа идентификация невозможна.

Для негауссовских стационарных случайных последовательностей условие идентифицируемости можно сформулировать в следующем виде.

<u>Теорема 7.</u> Для идентифицируемости скалярного канала достаточно, чтобы отсчеты информационной последовательности, при $\mathbf{M}\{x_i\} = 0$ и $\mathbf{M}\left\{x_i x_j^*\right\} = \sigma^2 \delta(i-j)$, описывались негауссовыми распределениями.

Доказательство:

Обратное утверждение было доказано нами выше. Конструктивное доказательство фактически будет нами представлено в гл.4.

Аналогичное утверждение мы можем сформулировать для нестационарных по входу систем:

<u>Теорема 8.</u> Для идентифицируемости скалярного канала достаточно, чтобы независимые отсчеты информационной последовательно-

сти, при $\mathbf{M}\{x_i\}=0$ имели по крайней мере нестационарную дисперсию $\mathbf{M}\{x_i x_i^*\}=\sigma_i^2$.

Доказательство:

Убедимся в правоте данного утверждения рассмотрев более общий непрерывный случай [82].

Пусть модель системы описывается выражением (1.6).

Тогда в отсутствии шума, в соответствии с [90], мы можем записать наблюдаемый случайный процесс в виде следующего стохастического интеграла:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)\sigma(\tau)d\eta(\tau), \tag{2.26}$$

где: $x'(\tau)=d\eta(\tau)$ - стандартный комплексный «белый» шум, с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией [90], $x(\tau)=\sigma(\tau)x'(\tau)$ - нестационарный случайный процесс.

Тогда корреляционная функция случайного процесса $y(t)$ имеет вид:

$$B_y(t_1,t_2)=\mathbf{M}\{y(t_1)y^*(t_2)\}=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1-\tau)h^*(t_2-\tau)\sigma^2(\tau)d\tau. \tag{2.27}$$

Возьмем двумерное преобразование Фурье от корреляционной функции $B_y(t_1,t_2)$:

$$B_y(\omega_1,\omega_2)=h(\omega_1)h^*(\omega_2)B_x(\omega_1-\omega_2), \tag{2.28}$$

где:

$$B_x(\omega_1-\omega_2)=\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma^2(\tau)e^{-j(\omega_1-\omega_2)\tau}d\tau. \tag{2.29}$$

Если $\sigma(\tau)=1$, то $B_x(\omega_1-\omega_2)=\delta(\omega_1-\omega_2)$, т.е. $B_y(t_1,t_2)$ содержит информацию только о модуле передаточной функции системы $|h(\omega)|^2$.

Во всех остальных случаях канал идентифицируем.

Запишем (2.28) в виде равенств отдельно для модуля и фазы $B_y(\omega_1,\omega_2)$:

$$|B_y(\omega_1,\omega_2)|=|h(\omega_1)||h^*(\omega_2)||B_x(\omega_1-\omega_2)|, \tag{2.30}$$

$$\arg\left(B_y(\omega_1,\omega_2)\right)=\arg\left(h(\omega_1)\right)-\arg\left(h(\omega_2)\right)+\arg\left(B_x(\omega_1-\omega_2)\right) \qquad (2.31)$$

Фиксируя разность $\omega_1-\omega_2$, получаем уравнения, как для модуля, так и для фазы передаточной функции, которые определяют её с точностью до комплексного множителя и некоторого постоянного временного смещения.

Утверждения теорем Т.7 и Т.8 могут быть распространены на случай, когда отсчеты информационной последовательности зависимы. Условия идентифицируемости и алгоритмы идентификации в данном случае представлены в гл.4.

Глава 3.

МЕТОДЫ СЛЕПОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЕКТОРНОГО КАНАЛА

3.1. Метод взаимных отношений

Рассмотрим задачу слепой идентификации векторного канала. Условия слепой идентифицируемости канала для этого случая сформулированы в теоремах Т.2 и Т.4 для случаев детерминированной и статистической идентификации соответственно.

Алгоритмы слепой идентификации, рассматриваемые в данном разделе, основаны на свойстве взаимной симметрии выходных сигналов каналов, на входе которых присутствует одна и та же информационная последовательность. Данное свойство было использовано нами в доказательстве Т.2 при записи выражения (2.3).

В соответствии с этим свойством при выполнении условий теоремы Т.2 матричное уравнение (2.12) в отсутствии шума имеет единственное, с точностью до комплексного множителя, решение для любых различных чисел $z_1,...,z_s$.

Другими словами нуль-пространство $K \cdot s \times L \cdot M$ матрицы $\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$ является линейной оболочкой единственного базисного вектора $\mathbf{h}^T = \left(h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(M)}\right)$ или что эквивалентно $\mathbf{h}$ является собственным вектором матрицы $\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_s)\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$, соответствующим нулевому собственному числу.

Наличие шума заставляет нас искать приближенное решение наилучшее, с точки зрения некоторого критерия качества.

Идентифицируемая система в этом случае описывается следующим выражением:

$$y_l^{(k)}(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i^{(k)} x_{i+l}(z) + v_l^{(k)}(z), \tag{3.1}$$

где $v_l^{(k)}(z)$ полином степени $(t-1)$ над полем комплексных чисел, образованный блоком из t отсчетов на выходе k -го канала.

Для небольших значений уровня шума весьма эффективным оказывается метод наименьших квадратов, в соответствии с которым [10]:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left\|\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\cdot\mathbf{h}\right\|_2^2, \tag{3.2}$$

где: $\|\bullet\|_2^2$ - евклидова векторная норма.

Эквивалентно, оценка канала $\mathbf{h}$ может быть получена из собственного вектора, связанного с наименьшим сингулярным значением матрицы $\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_s)\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$ [11]:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1}\left(\mathbf{h}^* \cdot \mathbf{Y}^*(z_1,...,z_s)\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\cdot \mathbf{h}\right). \tag{3.3}$$

Метод слепой идентификации, описываемый выражениями (3.2) или (3.3) в несколько иной форме хорошо известен в литературе как «метод взаимных отношений» [12].

Метод был впервые предложен в [9], а также независимо рядом других авторов (см. библиографию в [13]).

В отличие от большинства известных статистических методов слепой идентификации [12], метод взаимных отношений является весьма эффективным для небольших выборок при большом отношении сигнал-шум.

В [9] методом моделирования показано, что данный метод дает оценку близкую к границе Рао-Крамера.

Главные недостатки метода, это необходимость точного знания длины канала L, а также необходимость работы в уравнениях (3.2) или (3.3) с разреженными матрицами большого размера.

Использование полиномиальных представлений позволит нам далее несколько упростить вычислительную структуру алгоритма взаимных отношений.

Для этого запишем выражение (2.3) в виде:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l(z,s_1)h_l(s_2) - \sum_{l=0}^{L-1} y_l(z,s_2)h_l(s_1) = 0\,, \tag{3.4}$$

где:

$$y_l(z,s) = \sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{t-1} y_{j+l}^i z^j s^i\ ,\ h_l(s) = \sum_{i=0}^{M-1} h_l^i s^i\,.$$

Использование свойства симметрии для решения уравнения (2.8) относительно неизвестных полиномов $h_0(s),...,h_{L-1}(s)$ означает, что мы должны выбрать их таким образом, чтобы полином $\sum_{l=0}^{L-1} y_l(z,s_1)h_l(s_2)$ был симметричен по переменным s_1 и s_2.

Выберем $2L-1$ различных значений формальной переменной $z_1,...,z_{2L-1}$. Тогда используя (2.8) мы можем записать $2L-1$ однородных линейных уравнений относительной L неизвестных полиномов $h_0(s),...,h_{L-1}(s)$.

В матричной форме, получим:

$$\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)\cdot\mathbf{h}(s_1,s_2)=$$

$$=\begin{pmatrix} y_0(z_1,s_2) & ... & y_{L-1}(z_1,s_2) & -y_0(z_1,s_1) & ... & -y_{L-1}(z_1,s_1) \\ \text{M} & & \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ y_0(z_{2L-1},s_2) & ... & y_{L-1}(z_{2L-1},s_2) & -y_0(z_{2L-1},s_1) & ... & -y_{L-1}(z_{2L-1},s_1) \end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix} h_0(s_1) \\ \text{M} \\ h_{L-1}(s_1) \\ h_0(s_2) \\ \text{M} \\ h_{L-1}(s_2) \end{pmatrix}=0 \tag{3.5}$$

При выполнении условий теоремы Т2 полиномиальная матрица $\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)$ имеет ранг $2L-1$, действительно:

$$\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)=\begin{pmatrix} x_0(z_1) & ... & x_{2L-2}(z_1) \\ \text{M} & & \text{M} \\ x_0(z_{2L-1}) & ... & x_{2L-2}(z_{2L-1}) \end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix} h_0(s_2) & ... & 0 & h_0(s_1) & ... & 0 \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ h_{L-1}(s_2) & & h_0(s_2) & h_{L-1}(s_1) & & h_0(s_1) \\ \text{M} & \text{O} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 0 & ... & h_{L-1}(s_2) & 0 & ... & h_{L-1}(s_1) \end{pmatrix}= \tag{3.6}$$

$$=\mathbf{X}(z_1,...,z_{2L-1})\cdot\mathbf{H}(s_1,s_2)$$

Ранее при доказательстве теоремы Т2 мы показали, что ранг $(2L-1\times 2L-1)$ матрицы $\mathbf{X}(z_1,...,z_{2L-1})$ для любых различных $z_1,...,z_{2L-1}$ равен $(2L-1)$. Легко заметить также по аналогии с (2.6), что ранг $(2L-1\times 2L)$ матрицы $\mathbf{H}(s_1,s_2)$ также равен $(2L-1)$ если полиномы $h(z,s_1)$ и $h(z,s_1)$, где $h(z,s)=\sum_{l=0}^{M-1}h_l(z)s^l$, не имеют общих корней для различных s_1 и s_2. Это условие эквивалентно условию 1) теоремы Т.2.

В отсутствии шума легко получить явное решение однородной системы уравнений (3.5). Так как, по условию теоремы Т.2, матрица

$\mathbf{Y}_1(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)$ имеет ранг $2L-1$, то хотя бы один из ее миноров порядка $2L-1$ $\mathbf{M}_i(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)$ $i=1,...,2L$ - номер столбца, отличен от нуля. Пусть это будет $\mathbf{M}_{2L}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)$, тогда полагая значение полинома $h_{L-1}(s_2)$ произвольным, получим следующую невырожденную систему $2L-1$ линейных уравнений с коэффициентами над полем C:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l(z_j,s_2)h_l(s_1)-\sum_{l=0}^{L-2} y_l(z_j,s_1)h_l(s_2)=y_{L-1}(z_j,s_1)h_{L-1}(s_2), \qquad (3.7)$$

где: $j=1,...,2L-1$. Решая ее методом Крамера [1], получим общее решение системы в виде:

$$\begin{aligned} h_l(s_1)&=(-1)^{2L-l-1}\frac{\mathbf{M}_l(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)}{\mathbf{M}_{2L}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)}\cdot h_{L-1}(s_2), \quad l=0,...,L\text{-}1,\\ h_l(s_2)&=(-1)^{L-l}\frac{\mathbf{M}_{L+l}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)}{\mathbf{M}_{2L}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)}\cdot h_{L-1}(s_2), \quad l=0,...,L\text{-}2 \end{aligned}, \qquad (3.8)$$

В силу произвольности $h_{L-1}(s_2)$ положим его равным $(-1)^{2L}\mathbf{M}_{2L}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)$, тогда решение системы уравнений (3.7) с точностью до произвольного комплексного коэффициента будет иметь вид:

$$\begin{aligned} h_l(s_1)&=(-1)^{l}\mathbf{M}_l(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2),\\ h_l(s_2)&=(-1)^{L+l}\mathbf{M}_{L+l}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2), \quad l=0,...,L\text{-}1 \end{aligned}, \qquad (3.9)$$

Заметим также, что нам нужно вычислить только L миноров, т.к. из анализа структуры матрицы (3.5) следует, что:

$$\mathbf{M}_{2L-l}(z_1,...,z_{2L-1},s_1,s_2)=(-1)^{L}\mathbf{M}_l(z_1,...,z_{2L-1},s_2,s_1) \qquad (3.10)$$

Таким образом, мы нашли значения неизвестных полиномов $h_0(s),...,h_{L-1}(s)$ в точках s_1 и s_2. Если $M=2$ этого достаточно для оценки всех коэффициентов неизвестного векторного канала:

$$\begin{aligned} h_l^{(1)}&=\frac{s_2h_l(s_1)-s_1h_l(s_2)}{s_2-s_1}, \quad l=0,...,L\text{-}1\\ h_l^{(2)}&=\frac{h_l(s_2)-h_l(s_1)}{s_2-s_1}. \end{aligned} \qquad (3.11)$$

Для того чтобы найти решение системы для произвольного числа каналов, мы должны выполнить вычисления (3.9) в кольце $C[s_1,s_2]$. Поскольку решение системы (3.5) по формулам (3.9) не содержит операции деления, то мы получим решение с точностью до некоторого полинома $g(s_1,s_2)\in C[s_1,s_2]$.

Поскольку полиномы $h_l(s_1)$ и $h_l(s_2)$ очевидно не имеют общих множителей, то неизвестный множитель $g(s_1, s_2)$ мы можем найти как наибольший общий делитель полиномов $\mathbf{M}_l(z_1,...,z_{2L-1}, s_1, s_2)$ и $\mathbf{M}_{L+l}(z_1,...,z_{2L-1}, s_1, s_2)$, используя, например алгоритм Евклида. Конечно такой алгоритм не имеет практического значения из-за больших вычислительных затрат.

Альтернативный путь состоит в формировании системы линейных уравнений для M значений полиномов канала $h_l(s_1),...,h_l(s_M)$.

Запишем неизвестные значения в виде вектора $\mathbf{h}(s_1,...,s_M) = (h_0(s_1),...,h_{L-1}(s_1),...,h_0(s_M),...,h_{L-1}(s_M))^T$. Тогда система линейных уравнений в матричной форме имеет вид:

$$\mathbf{Y}(z_1,...,z_r, s_1,...,s_M) = \\ = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1(z_1,...,z_r, s_1, s_2) & & 0 \\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \mathbf{Y}_1(z_1,...,z_r, s_{M-1}, s_M) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{h}(s_1,...,s_M) = 0, \quad (3.12)$$

где: $\mathbf{Y}(z_1,...,z_r, s_1,...,s_M)$ $(M-1)\cdot r \times L \cdot M$ комплексная матрица ранга $(M \cdot L - 1)$, r как и ранее, выбирается из условия $(M-1)\cdot r \geq L \cdot M - 1$.

Общее решение для коэффициентов канала может быть найдено далее по интерполяционной формуле Лагранжа:

$$h_l(s) = \sum_{i=1}^{M} h_l(s_i) \cdot L_i(s) \quad (3.13)$$

где: $L_i(s)$ - элементарные лагранжевы интерполяционные многочлены, определяемые формулой:

$$L_i(s) = \frac{\prod\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M} s - s_i}{\prod\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M} s_i - s_j} \quad (3.14)$$

Т.о. в отсутствии шума алгоритм слепой идентификации канала сводится к вычислению базиса нуль-пространства матрицы $\mathbf{Y}(z_1,...,z_r, s_1,...,s_M)$. Условия теоремы Т.2 обеспечивают единственность решения этой задачи, т.е. наличие единственного нулевого собственного

числа и соответствующего ему единственного собственного вектора с точностью до комплексной константы, за счет строгого равенства $rank\left(\mathbf{Y}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\right)=ML-1$.

Наличие аддитивного шума в матрице входных данных $\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)=\mathbf{Y}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)+\mathbf{V}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)$ создает условия, когда $rank\left(\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\right)$ может быть равен ML или может быть меньше $\left(LM-1\right)$. В первом случае нуль-пространство матрицы состоит только из нулевого вектора, а во втором содержит несколько базисных векторов. Поэтому задача слепой идентификации может вообще не иметь решения или решение задачи становится неоднозначным.

Как уже отмечалось выше, в этом случае мы можем использовать стратегию метода наименьших квадратов, т.е. в качестве решения задачи для случая $rank\left(\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\right)=ML$ взять собственный вектор, соответствующий минимальному по модулю собственному числу матрицы $\widetilde{\mathbf{Y}}^*\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)$:

$$\hat{\mathbf{h}}\left(s_1,...,s_M\right)=\arg\min_{\left\|\mathbf{h}\left(s_1,...,s_M\right)\right\|=1}\left(\begin{array}{l}\mathbf{h}\left(s_1,...,s_M\right)^*\widetilde{\mathbf{Y}}^*\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\cdot\\ \cdot\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\mathbf{h}\left(s_1,...,s_M\right)\end{array}\right) \tag{3.15}$$

В этом случае решение задачи всегда единственно и, как известно [10] минимизирует функционал $\left\|\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)\hat{\mathbf{h}}\left(s_1,...,s_M\right)\right\|_2^2$, при ограничении нормы $\left\|\hat{\mathbf{h}}\left(s_1,...,s_M\right)\right\|_2^2=1$.

Поскольку выбор числа уравнений и соответственно числа строк в матрице $\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M\right)$ в отличие от традиционного подхода [13] в нашей интерпретации произволен, то мы можем выбрать их число строго равным $\left(LM-1\right)$. Тогда $rank\left(\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M\right)\right)\le ML-1$ теперь уже за счет линейной независимости строк. При этом, поскольку $r=\left(L\cdot M-1\right)/\left(M-1\right)$ целое только в частных случаях, то мы выбираем r как наименьшее целое, а r' так, что $\left(M-2\right)\cdot r+r'=L\cdot M-1$. Тогда:

$$\widetilde{\mathbf{Y}}\left(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M\right)=\begin{pmatrix}\widetilde{\mathbf{Y}}_1\left(z_1,...,z_r,s_1,s_2\right) & & 0\\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \widetilde{\mathbf{Y}}_1\left(z_1,...,z_{r'},s_{M-1},s_M\right)\end{pmatrix}. \tag{3.16}$$

Теперь мы можем решать задачу слепой идентификации векторного канала при наличии шума, используя алгоритмы точного решения однородной системы уравнений. При этом, поскольку нуль-пространства матриц $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ и $\widetilde{\mathbf{Y}}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ совпадают, то решение, получаемое, например, по формулам (3.9) и решение вариационной задачи (3.15) совпадают с точностью до комплексного множителя, и являются нормальным псевдорешением однородной системы уравнений (3.12).

Несмотря на то, что формулы (3.9) дают явное решение, непосредственное их использование для нахождения численного решения однородной системы, задаваемой матрицей (3.16) нецелесообразно даже при сравнительно небольших размерах матрицы, поскольку требует вычисления $(L\cdot M-1)$ определителей размера $(L\cdot M-1)$. При этом, как известно [15], число операций комплексного деления и умножения при вычислении только одного определителя равно $(L\cdot M-2)\left((L\cdot M-1)^2+(L\cdot M-1)+3\right)/3$.

Поэтому более целесообразно использование алгоритмов имеющих меньшие вычислительные затраты.

Одним из таких методов может быть несколько модифицированный метод Перселла [15]. В рамках данного подхода мы интерпретируем систему однородных уравнений с матрицей (3.16) как условия ортогональности вектора $\mathbf{h}(s_1,...,s_M)$ с $(L\cdot M-1)$ линейно независимыми строками матрицы (3.16). При этом решение системы находится путем построения базисов подпространств унитарного линейного пространства C^{LM} убывающих размерностей:

$$C^{LM}=R_0\supset R_1...\supset R_k\supset...\supset R_{LM-1},$$

где: R_k - подпространство, состоящее из векторов, ортогональных к первым k строкам $\mathbf{y}_1,...,\mathbf{y}_k$ матрицы $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$.

Базис подпространства R_k строиться из базиса подпространства R_{k-1} в виде следующих линейных комбинаций:

$$\mathbf{e}_i^k=\mathbf{e}_i^{k-1}-c_i^k\mathbf{e}_k^{k-1},\qquad i=k+1,...,LM$$

Коэффициенты c_i^k определяются из условия ортогональности строк матрицы $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ и вектора решения, в виде:

$$c_i^k=\frac{\left(\mathbf{y}_k,\mathbf{e}_i^{k-1}\right)}{\left(\mathbf{y}_k,\mathbf{e}_k^{k-1}\right)}$$

Для реализуемости процесса необходимо, чтобы скалярные произведения $\left(\mathbf{y}_k, \mathbf{e}_k^{k-1}\right)$ были отличными от нуля. Если $k=0$, то в качестве базиса берется естественный базис в C^{LM} : $\mathbf{e}_1^0 = (1,0,...,0),...,\mathbf{e}_{LM}^0 = (0,...,0,1)$.

Подпространство R_{LM-1} является нуль-пространством матрицы $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$, т.к. единственный базисный вектор этого подпространства ортогонален ко всем линейно независимым векторам $\mathbf{y}_1,...,\mathbf{y}_{LM-1}$ и является численным решением системы однородных уравнений, заданных матрицей (3.16).

Теперь рассмотрим вопрос о выборе значений формальных переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ при формировании системы уравнений (3.12). Ранее мы требовали, чтобы эти множества не содержали совпадающих значений. Если матрица $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ содержит отсчеты аддитивного шума, то выбор значений формальных переменных будет влиять на обусловленность матрицы и соответственно на погрешность алгоритма. Поэтому мы должны выбрать различные значения формальных переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ так, чтобы минимизировать в некотором унитарном пространстве переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ функционал погрешности алгоритма слепой идентификации.

Анализ возмущений собственных векторов матриц произвольного вида со случайными коэффициентами задача крайне трудная и в полном объеме не решенная до сих пор.

Поэтому при анализе устойчивости решения проблемы собственных чисел и линейных уравнений обычно предполагается, что соответствующие решения непрерывно зависят от малых вариаций коэффициентов матрицы. Это позволяет оценить погрешность решения и сформировать некоторую систему чисел обусловленности, которая характеризует устойчивость системы уравнений к малым возмущениям коэффициентов.

Как мы уже отмечали выше алгоритмы данного раздела эффективны при малых значениях дисперсии шума. Поэтому мы с полным правом можем использовать при анализе погрешности теорию малых возмущений [14].

Пусть мы имеем невозмущенную матрицу $\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ и соответствующее ей нормальное решение (3.12) $\mathbf{h}(s_1,...,s_M)$. Тогда в соответствии с [15] относительную погрешность оценки собственного вектора, соответствующего нулевому сингулярному числу, можно оценить сверху с помощью следующего неравенства:

$$\frac{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)-\hat{\mathbf{h}}(s_1,...,s_M)\right\|_2}{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)\right\|_2} \le$$
$$\le \left\|\partial\left(\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)\right\| \cdot \sum_{i=1}^{LM-1}\frac{1}{|\lambda_i|}, \qquad (3.17)$$

где $\|\bullet\|$ - спектральная норма матрицы, равная квадратному корню из максимального собственного числа, $\partial(\bullet)$ - вариация, $\{\lambda_i\}$ - ненулевые собственные числа матрицы $\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M)\mathbf{Y}(z_1,...,z_r,s_1,...,s_M)$, упорядоченные по возрастанию.

Используя свойство самосопряженности спектральной нормы, а также то, что:

$$\partial\left(\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)=$$
$$=\partial\left(\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)+,$$
$$+\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\partial\left(\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)$$

получим следующее неравенство:

$$\frac{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)-\hat{\mathbf{h}}(s_1,...,s_M)\right\|_2}{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)\right\|_2} \le 2\cdot\frac{\left\|\partial\left(\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)\right\|}{\left\|\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right\|}\cdot\sum_{i=1}^{LM-1}\frac{|\lambda_{LM-1}|}{|\lambda_i|} \qquad (3.17)$$

Введем число обусловленности матрицы $(LM-1)\times LM$, $\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ ранга $(LM-1)$ по отношению к собственному вектору, соответствующему нулевому собственному числу в виде:

$$\alpha_1(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)=\sum_{i=1}^{LM-1}\frac{|\lambda_{LM-1}|}{|\lambda_i|} \qquad (3.18)$$

Положим теперь $\partial\left(\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right)\cong\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$. Тогда используя известные неравенства для спектральной нормы [15], относительную погрешность можно оценить следующим неравенством:

$$\gamma_1^2 \le 4(LM-1)\cdot\frac{\alpha_1^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)}{q^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)}, \qquad (3.19)$$

$$q^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)=\frac{\left\|\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right\|_2^2}{\mathbf{M}\left\{\left\|\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right\|_2^2\right\}}, \qquad (3.20)$$

где параметр $q^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ имеет смысл отношения сигнал-шум.

Итак, для малых шумов погрешность оценки вектора значений полиномов канала $\mathbf{h}'(s_1,...,s_M)=(h_0(s_1),...,h_0(s_M),...,h_{L-1}(s_1),...,h_{L-1}(s_M))^T$ ограничена неравенством (3.19).

Для восстановления вектора канала $\mathbf{h}^T=\left(h_0^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_{L-1}^{(M)}\right)$ мы в соответствии с интерполяционной формулой Лагранжа (3.13) можем найти оценку $\hat{\mathbf{h}}$ в виде:

$$\hat{\mathbf{h}}=\begin{pmatrix}\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)^{-1} & & 0\\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)^{-1}\end{pmatrix}\cdot\mathbf{h}'(s_1,...,s_M) \qquad (3.21)$$

Известно, что если возмущена только правая часть невырожденной системы линейных уравнений, то возмущение решений этой системы ограничены следующим неравенством [14]:

$$\frac{\left\|\mathbf{h}-\hat{\mathbf{h}}\right\|_2^2}{\left\|\mathbf{h}\right\|_2^2}\le\alpha_2^2(s_1,...,s_M)\cdot\frac{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)-\hat{\mathbf{h}}(s_1,...,s_M)\right\|_2^2}{\left\|\mathbf{h}(s_1,...,s_M)\right\|_2^2}, \qquad (3.22)$$

где $\alpha_2^2(s_1,...,s_M)$ - число обусловленности невырожденной матрицы $\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)$, которое в соответствии с [14] определяется следующим выражением:

$$\alpha_2^2(s_1,...,s_M)=\frac{\left\|\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)\right\|^2}{\left\|\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)^{-1}\right\|^2}. \qquad (3.23)$$

Окончательно, используя (3.19) погрешность слепой оценки можно оценить следующим неравенством:

$$\gamma^2\le 4(LM-1)\cdot\frac{\alpha_1^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\cdot\alpha_2^2(s_1,...,s_M)}{q^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)}. \qquad (3.24)$$

Т.о. значения формальных переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ должны быть выбраны так, чтобы обеспечивать максимальное значение отношения сигнал шум и одновременно минимизировать значение чисел обусловленности $\alpha_1^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ и $\alpha_2^2(s_1,...,s_M)$.

Далее оценим сверху величину отношения сигнал-шум. Без потери общности положим, что $r' = r$. Нетрудно показать, что если комплексные гауссовы отсчеты аддитивного шума независимы, имеют одинаковую дисперсию σ^2 и нулевое математическое ожидание, то:

$$\mathbf{M}\left\{\left\|\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right\|_2^2\right\} =$$

$$= (LM-1)\sigma^2\left(\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=0}^{M-1}|s_k|^{2l}\right)\cdot\left(\sum_{i=0}^{r-1}\sum_{j=0}^{t-1}|z_i|^{2j}\right). \qquad (3.25)$$

Для мощности полезного сигнала мы можем использовать оценку сверху. Определим энергию l-го блока отсчетов полезного сигнала длины t на выходе k-го канала в виде:

$$E_{l,k} = \sum_{i=0}^{t-1}\left|y_{i+l}^{k}\right|^2. \qquad (3.26)$$

Пусть энергия $E_{l,k} = t\cdot P$ не зависит от номеров блока и канала. Тогда нетрудно показать справедливость следующего неравенства:

$$\left\|\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\right\|_2^2 \le (LM-1)tP\left(\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=0}^{M-1}|s_k|^{2l}\right)\cdot\left(\sum_{i=0}^{r-1}\sum_{j=0}^{t-1}|z_i|^{2j}\right). \qquad (3.27)$$

Т.о. из (3.20), (3.25) и (3.27) следует, что $q^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ имеет точную верхнюю грань по всем реализациям наблюдаемых отсчетов, независящую от значений формальных переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ и равную отношению $tq^2 = tP/\sigma^2$. Тогда (3.24) можно записать в виде:

$$\gamma^2 \le \frac{4(LM-1)}{tq^2}\alpha_1^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)\alpha_2^2(s_1,...,s_M). \qquad (3.28)$$

При этом наибольший вклад в значение погрешности слепой оценки вносят именно числа обусловленности.

Т.о. для стационарной информационной последовательности выбор значений формальных переменных $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ можно провести минимизируя в некотором унитарном пространстве функционал в правой части неравенства (3.28).

Известно, что $\alpha_2(s_1,...,s_M) \ge 1$, при этом равенство достигается, если матрица $\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M) = c\mathbf{U}$, где $\mathbf{U}$ - унитарная матрица, c - некоторая константа. Положим соответственно $s_i = \exp(-j2\pi i/M)$, $i = 1,...,M$, тогда

легко убедиться, что в этом случае $\mathbf{V}_M^M(s_1,...,s_M)/\sqrt{M}$ - унитарная матрица и соответственно $\alpha_2(s_1,...,s_M)$ минимально и равно 1.

Решение задачи минимизации числа обусловленности $\alpha_1^2(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ не столь очевидно в общем виде, поскольку матрица $\mathbf{Y}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ зависит от реализаций выходного сигнала.

Заметим, однако, что при значении $t=r'=r$ оценка канала, полученная алгоритмами, основанными на вычислении базиса нульпространства, вообще не зависит от значений переменных $z_1,...,z_{r'}$. Действительно, в этом случае мы можем записать:

$$\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)=\begin{pmatrix}\mathbf{V}_t^r(z_1,...,z_r) & & 0\\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \mathbf{V}_t^{r'}(z_1,...,z_r)\end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}\widetilde{\mathbf{Y}}_t(s_1,s_2) & & 0\\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \widetilde{\mathbf{Y}}_t(s_{M-1},s_M)\end{pmatrix}=\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'})\cdot\widetilde{\mathbf{Y}}(s_1,...,s_M), \qquad (3.29)$$

где:

$$\mathbf{Y}_t(s_i,s_j)=\begin{pmatrix}y_0(s_j) & ... & y_{L-1}(s_j) & y_0(s_i) & ... & y_{L-1}(s_i)\\ \mathrm{M} & & \mathrm{M} & \mathrm{M} & & \mathrm{M}\\ y_{t-1}(s_j) & ... & y_{t+L-2}(s_j) & y_0(s_i) & ... & y_{t+L-2}(s_i)\end{pmatrix}.$$

При $t=r'=r$, для различных $z_1,...,z_{r'}$ квадратная матрица $\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'})$ имеет полный ранг, за счет линейной независимости строк. Тогда нульпространство матрицы $\widetilde{\mathbf{Y}}(z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M)$ определяется только матрицей $\widetilde{\mathbf{Y}}(s_1,...,s_M)$.

Если мы используем алгоритм (3.15) и положим $z_i=\exp(-j2\pi i/r')$, $i=0,...,t-1$, тогда легко убедиться, что в этом случае $\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'})$ с точностью до константы унитарная матрица и соответственно при выполнении условия $t=r'=r$ оценки, получаемые алгоритмами нулевого подпространства и наименьших квадратов, совпадают, т.к. $\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'})^*\cdot\mathbf{V}(z_1,...,z_{r'})=t\cdot\mathbf{I}$.

В целом, как мы уже отмечали выше, при наличии сосредоточенных помех, различия параметров аддитивного шума в разных каналах, корре-

ляции отсчетов шума, выбор сечений $z_1,...,z_{r'},s_1,...,s_M$ должен проводиться минимизацией правой части (3.24).

На Рис.3.1 показаны результаты математического моделирования алгоритма слепой идентификации векторного канала при различных параметрах алгоритма.

Относительная погрешность оценки канала оценивалась по формуле:

$$\gamma^2 = \mathbf{M}\left\{\left\|\mathbf{h}-\hat{\mathbf{h}}\right\|_2^2 \Big/ \left\|\mathbf{h}\right\|_2^2\right\} \tag{3.30}$$

При моделировании в качестве входных отсчетов, отсчетов шума и отсчетов векторного канала дискретной модели использовались независимые реализации гауссовых случайных векторов в свою очередь с независимыми компонентами. При вычислении выборочного математического ожидания в формуле (3.30) при моделировании усреднялись как реализации шума, так и отсчеты информационной последовательности и канала.

Относительная погрешность алгоритма восстановления существенно зависит от уровня аддитивного шума. Приемлемый уровень погрешности достигается при отношении сигнал-шум более 30Дб.

При увеличении длины канала погрешность растет линейно, однако при увеличении числа каналов для больших отношений сигнал шум длина канала практически не влияет на величину погрешности.

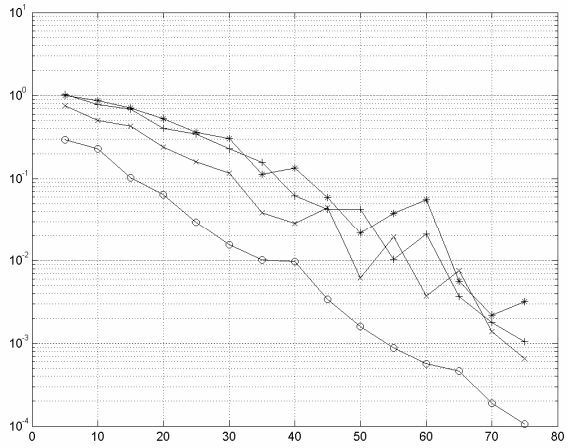

Рис.3.1.а. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M =2 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

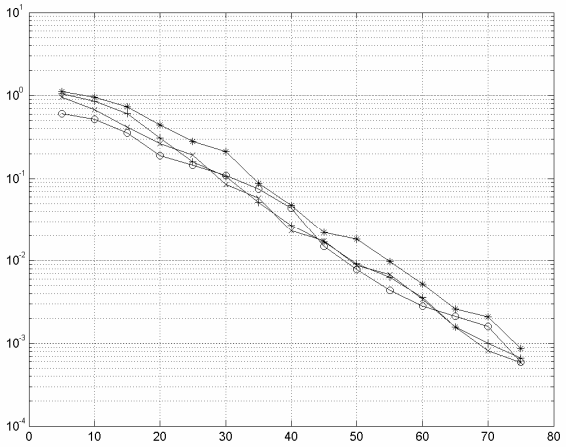

Рис.3.1.б. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M =4 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

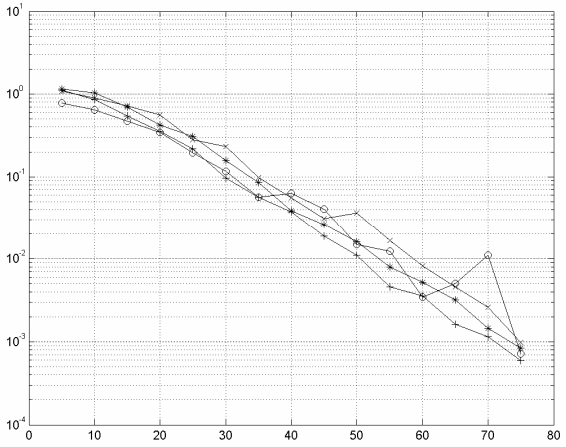

Рис.3.1.в. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M =6 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

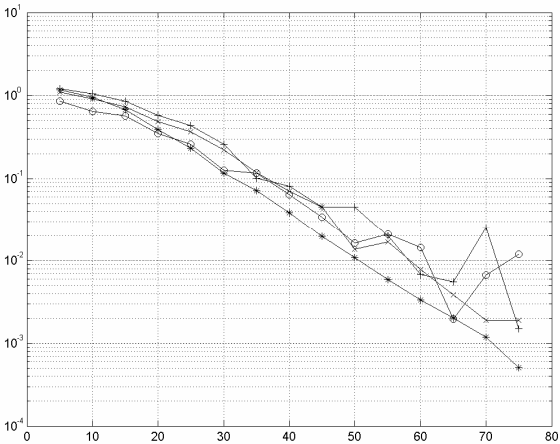

Рис.3.1.г. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M =8 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

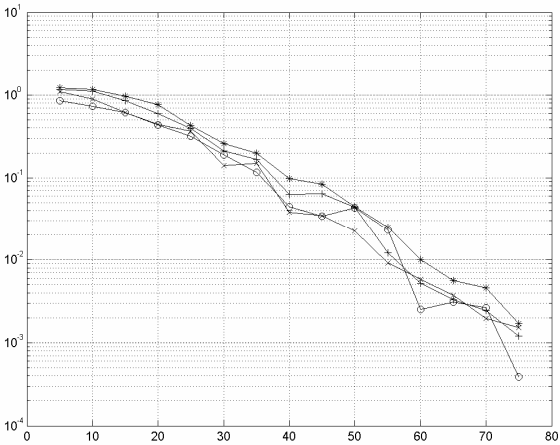

Рис.3.1.д. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M =10 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

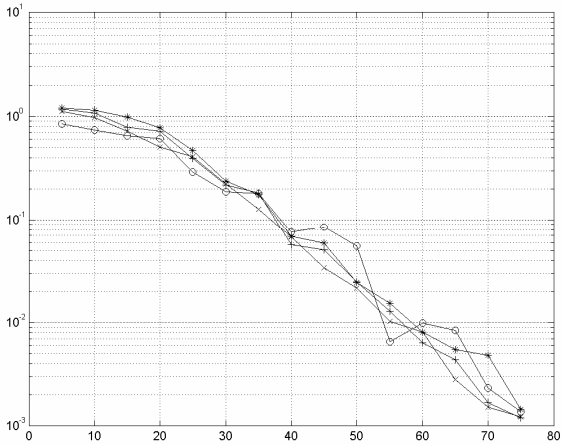

Рис.3.1.а. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом взаимных отношений от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для M=12 и различных максимальных длин канала: «о» - L=2; «х» -L=4; «+» - L=6; «*» - L=8.

3.2. Метод максимального правдоподобия

В предыдущем разделе, адаптируя метод взаимных отношений для случая наличия в наблюдаемых данных аддитивного шума, мы использовали стратегию наименьших квадратов, которая не требует знания статистических характеристик шума. В данном разделе мы рассмотрим идентификацию системы на фоне аддитивного шума, статистика которого нам известна, следуя в основном работе [48].

Пусть мы имеем по N выходных отсчетов на выходе каждого из M каналов. Пусть в (2.19) $t=1$, тогда:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_S \mathbf{x} + \mathbf{v}\,, \tag{3.31}$$

где: $\mathbf{H}_S$ - обобщенная матрица Сильвестра, размером $NM \times (N+L-1)$, составленная из векторов каналов, $\mathbf{y} = \left(y_0^{(1)},...,y_{N-1}^{(1)},...,y_0^{(M)},...,y_{N-1}^{(M)}\right)^T$ и $\mathbf{x} = \left(x_0,...,x_{N+L-2}\right)^T$.

Пусть комплексные отсчеты шума $\mathbf{v} = \left(v_0^{(1)},...,v_{N-1}^{(1)},...,v_0^{(M)},...,v_{N-1}^{(M)}\right)^T$ независимы и имеют круговое гауссово распределение:

$$p\left(v_i^{(j)}\right)=\frac{1}{\left(2\pi\sigma^2\right)}\exp\left(-\frac{\left|v_i^{(j)}\right|^2}{2\sigma^2}\right), \tag{3.32}$$

где σ^2 - дисперсия шума.

Тогда функционал правдоподобия можно записать в виде:

$$p\left(\mathbf{y}\mid\mathbf{H}_S,\mathbf{x}\right)=\left(2\pi\sigma^2\right)^{-NM}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left\|\mathbf{y}-\mathbf{H}_S\mathbf{x}\right\|_2^2\right), \tag{3.33}$$

Совместная оценка максимального правдоподобия $\mathbf{H}_S$ и $\mathbf{x}$ как известно это:

$$(\hat{\mathbf{H}}_S,\hat{\mathbf{x}})=\arg\min_{\mathbf{H}_S,\mathbf{x}}\left\|\mathbf{y}-\mathbf{H}_S\mathbf{x}\right\|_2^2, \tag{3.34}$$

Если выполняются условия теоремы Т2, то из теоремы Т3 следует, что $\mathbf{H}_S$ имеет полный ранг по столбцам, тогда для любой фиксированной матрицы $\mathbf{H}_S$ минимум (3.34) по $\mathbf{x}$ достигается, если:

$$\hat{\mathbf{x}}=\left(\mathbf{H}_S^*\mathbf{H}_S\right)^{-1}\mathbf{H}_S^*\mathbf{y}=\mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_S}\mathbf{y}, \tag{3.35}$$

где: $\mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_s}$ - оператор ортогонального проецирования пространство матрицы $\mathbf{H}_s$. Подставляя (3.35) в (3.34), получим:

$$\hat{\mathbf{H}}_s=\arg\min_{\mathbf{H}_s}\left\|\left(\mathbf{I}-\mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_s}\right)\mathbf{y}\right\|_2^2. \tag{3.36}$$

Минимизация (3.36) в вычислительном отношении тяжелая задача. В литературе описано достаточно большое число итерационных подходов к нелинейной оптимизации данного типа (смотри, например библиографию в [13,16]).

В [48] описана весьма эффективная методика вычисления (3.36), в основе которой следующие утверждение, которое мы приведем без доказательства.

Пусть $\mathbf{G}_M$ матрица, созданная из векторов каналов согласно следующему правилу:

$$\mathbf{G}_2^*=[-\mathbf{H}_2\mathbf{H}_1]$$

$$\mathbf{G}_q^*=\left[\begin{array}{ccc|c} & \mathbf{G}_{q-1}^* & & 0 \\ \hline -\mathbf{H}_q & & & \mathbf{H}_1 \\ & \mathrm{O} & & \mathrm{M} \\ & & -\mathbf{H}_q & \mathbf{H}_{q-1} \end{array}\right], \tag{3.37}$$

где: q=3,…,M, $\mathbf{H}_i$ - блоки обобщенной матрицы Сильвестра $\mathbf{H}_s$.

Тогда, при условии, что все каналы не имеют общих нулей и $N \geq 2L$, ортогональной матрицей дополнений обобщенной матрицы Сильвестра $\mathbf{H}_s$ является $\mathbf{G}_M$, то есть:

$$\mathbf{Pr}_{\mathbf{G}_M} + \mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_s} = \mathbf{I}. \tag{3.38}$$

Данное соотношение следует из свойства взаимной симметрии выходных сигналов каналов, на входе которых присутствует одна и та же информационная последовательность, использованного нами в предыдущем разделе. Доказательство данного утверждения можно найти в [9].

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\mathbf{H}_s} \left\| \mathbf{Pr}_{\mathbf{G}_s} \mathbf{y} \right\|_2^2 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left(\mathbf{y}^* \mathbf{G}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{G}_M \mathbf{y} \right), \tag{3.39}$$

где: «#» обозначает псевдоинверсию Мура-Пенроуза.

Используя коммутативное свойство линейной свёртки $\mathbf{G}_M \mathbf{y} = \mathbf{Y}_M \mathbf{h}$ (3.39) можно записать в виде:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left(\mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{Y}_M \mathbf{h} \right), \tag{3.40}$$

где:

$$\mathbf{Y}_2 = [\mathbf{Y}_{(2)} - \mathbf{Y}_{(1)}]$$

$$\mathbf{Y}_q = \left[\begin{array}{ccc|c} & \mathbf{Y}_{q-1} & & 0 \\ \hline \mathbf{Y}_{(q)} & & & -\mathbf{Y}_{(1)} \\ & \text{O} & & \text{M} \\ & & \mathbf{Y}_{(q)} & -\mathbf{Y}_{(q-1)} \end{array} \right], \tag{3.41}$$

$$\mathbf{Y}_{(i)} = \begin{bmatrix} y_i(L) & \Lambda & y_i(0) \\ \text{M} & & \text{M} \\ y_i(N-1) & \Lambda & y_i(N-L-1) \end{bmatrix}. \tag{3.42}$$

В соответствии с [48] алгоритм максимального правдоподобия (МП) (3.40) эквивалентен следующей последовательности шагов [48]:

1) $\hat{\mathbf{h}}_1 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* \mathbf{Y}_M \mathbf{h}$; (3.43)

2) $\hat{\mathbf{h}}_2 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{Y}_M \mathbf{h}$. (3.44)

Заметим, что первый шаг этого алгоритма эквивалентен алгоритму взаимных отношений.

На Рис.3.2. показаны результаты математического моделирования 1-го и 2-го этапов алгоритма максимального правдоподобия.

При моделировании использовались те же условия, что и при моделировании алгоритма взаимных отношений в полиномиальной интерпретации в предыдущем разделе.

Т.е. в качестве входных отсчетов, отсчетов шума и отсчетов векторного канала дискретной модели использовались независимые реализации гауссовых случайных векторов с независимыми компонентами.

При вычислении выборочного математического ожидания в формуле (3.30) при моделировании усреднялись как реализации шума, так и отсчеты информационной последовательности и канала.

Заметим, что в отличие от алгоритма взаимных отношений в полиномиальной интерпретации (п.3.1., Рис.3.1.) алгоритм МП и алгоритм взаимных отношений (3.43) имеют более резкий рост погрешности при малых отношениях сигнал-шум.

Погрешность алгоритма (3.43) при увеличении отношения сигнал-шум и увеличении длины реализации не достигает погрешности алгоритма (3.44), что является следствием асимптотической эффективности оценок максимального правдоподобия.

Однако из Рис.3.2 видно, что выигрыш в погрешности алгоритма МП относительно алгоритма (3.43) может быть крайне незначительным, хотя наблюдается некоторый рост выигрыша при увеличении длины канала и числа отсчетов на входе.

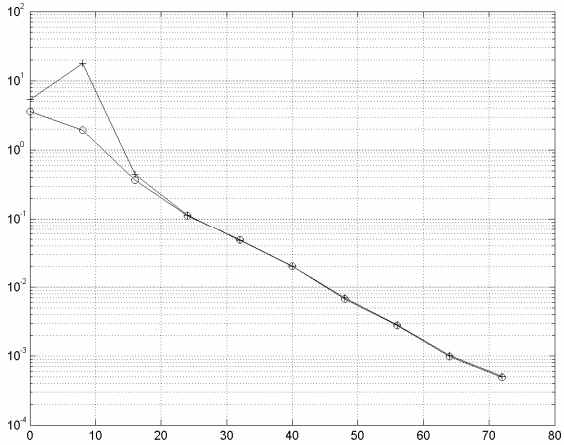

Рис.3.2.а. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для $L=2$, $M=3$.

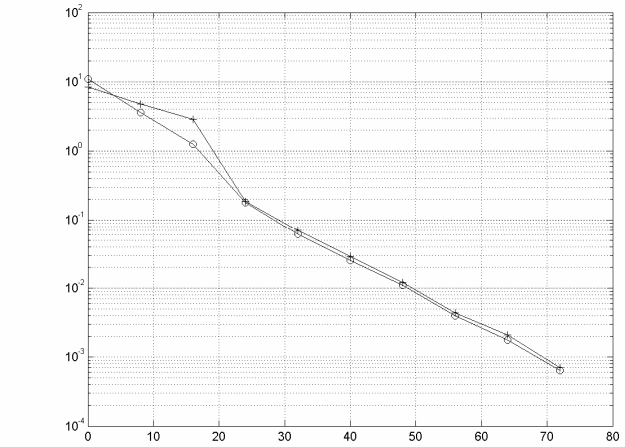

Рис.3.2.б. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для различных максимальных длин канала *L=4, M*=3.

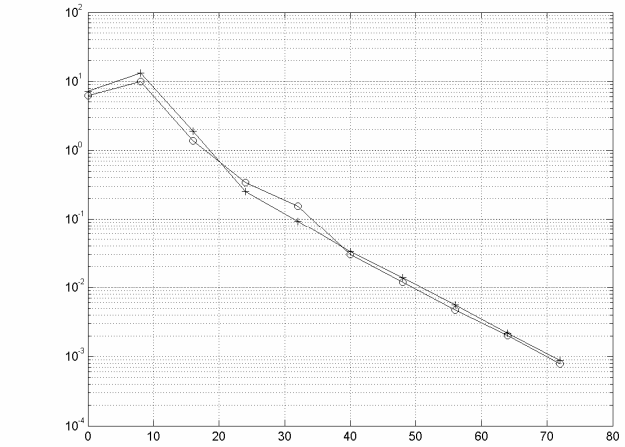

Рис.3.2.в. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для различных максимальных длин канала *L=6, M*=3.

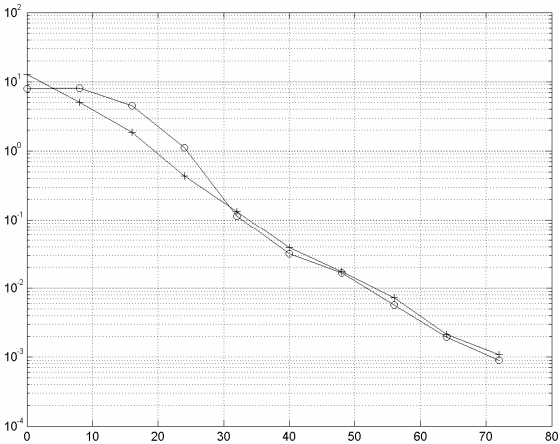

Рис.3.2.г. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для различных максимальных длин канала *L=8, M*=3.

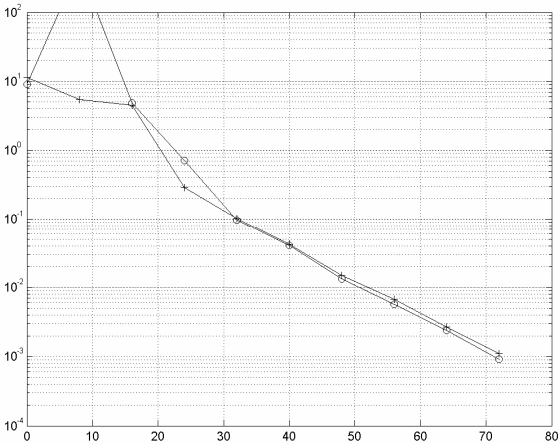

Рис.3.2.д. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для различных максимальных длин канала *L=10, M*=3.

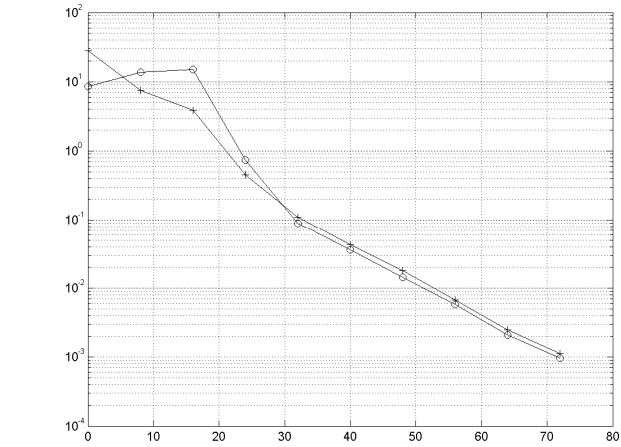

Рис.3.2.ж. Зависимость относительной погрешности γ слепого восстановления канала (по вертикали) алгоритмом максимального правдоподобия «о» и алгоритмом взаимных отношений [48] «+» от отношения сигнал-шум в [Дб] (по горизонтали) для различных максимальных длин канала *L=12, M*=3.

3.3. Метод канального подпространства

Метод канального подпространства предложен в [49] и основан на свойствах матрицы $\mathbf{H}_M$. В данном разделе мы представим данный метод в полиномиальной интерпретации.

Представим модель идентифицируемой системы в соответствии с (2.19) в виде:

$$\mathbf{Y}_L(z) = \mathbf{H}_s \cdot \mathbf{X}_{2L-1}(z) + \mathbf{V}_L(z), \tag{3.45}$$

где:

$$\mathbf{Y}_L(z) = \left(y_0^{(1)}(z), \ldots, y_{L-1}^{(1)}(z), \ldots, y_0^{(M)}(z), \ldots, y_{L-1}^{(M)}(z) \right)^T,$$

$$\mathbf{X}_{2L-1}(z) = \left(x_0(z), \ldots, x_{2L-2}(z) \right)^T,$$

$$\mathbf{V}_L(z) = \left(v_0^{(1)}(z), \ldots, v_{L-1}^{(1)}(z), \ldots, v_0^{(M)}(z), \ldots, v_{L-1}^{(M)}(z) \right)^T.$$

Сформируем $ML \times ML$ ковариационную матрицу $\mathbf{R}_y(z)$ в следующем виде:

$$\mathbf{R}_y(z) = \mathbf{M}\left\{ \mathbf{Y}_L(z) \mathbf{Y}_L^*(z) \right\} = \mathbf{H}_s \mathbf{R}_x(z) \mathbf{H}_s^* + \mathbf{R}_v(z). \tag{3.46}$$

где: $\mathbf{R}_x(z)=\mathbf{M}\left\{\mathbf{X}_{2L-1}(z)\mathbf{X}^*_{2L-1}(z)\right\}$; $\mathbf{R}_v(z)=\mathbf{M}\left\{\mathbf{V}_L(z)\mathbf{V}^*_L(z)\right\}$.

Если отсчеты аддитивного шума некоррелированы, имеют нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2, независящею от номера канала, то ковариационная $ML\times ML$ матрица $\mathbf{R}_v(z)$ имеет блочно диагональную структуру вида:

$$\mathbf{R}_v(z)=\begin{pmatrix}\mathbf{R}_L(z) & & 0\\ & \mathrm{O} & \\ 0 & & \mathbf{R}_L(z)\end{pmatrix}, \tag{3.47}$$

где: элементы $\left\{r_{i,j}(z)\right\}$ $L\times L$ матрицы $\mathbf{R}_L(z)$ имеют вид:

$$r_{i,j}(z)=\sigma^2 z^{|i-j|}\sum_{k=0}^{t-1-|i-j|}z^{2k} \tag{3.48}$$

В частном случае, когда $z=0$, $\mathbf{R}_L(0)=\sigma^2\mathbf{I}$.

Если $t\geq 2L-1$ и статистика информационной последовательности такова, что найдется такое $z=z_0$, при котором квадратная матрица $\mathbf{R}_x(z_0)$ имеет полный ранг, то если выполняются условия теоремы Т3, нуль-пространство оператора $\mathbf{H}_s$ может быть вычислено разложением по собственным векторам матрицы $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$:

$$\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)=\mathbf{E}(z_0)diag\left\{\lambda_1^2(z_0),...,\lambda_{2L-1}^2(z_0),0,...,0\right\}\mathbf{E}^*(z_0),$$

где: $\mathbf{E}(z_0)$ - $ML\times ML$ матрица собственных векторов.

Пусть $\mathbf{U}(z_0)$ - $ML\times ML-2L-1$ матрица собственных векторов матрицы $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$, соответствующая нулевым собственным значениям.

Тогда система $ML-2L-1$ линейных однородных уравнений $\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{x}=0$ для ML неизвестных имеет ровно $2L-1$ нетривиальных решений, которые можно записать в виде:

$$\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{H}_s=0. \tag{3.49}$$

Поскольку матрица $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$ формируется как выборочная ковариация, то для оценки канала мы можем использовать метод наименьших квадратов, т.е.:

$$\hat{\mathbf{h}}=\arg\min_{||\mathbf{h}||=1}\left\|\hat{\mathbf{U}}^*(z_0)\mathbf{H}_s\right\|_2^2, \tag{3.50}$$

где: $\hat{\mathbf{U}}^*(z_0)$ матрица, собственных векторов матрицы $\hat{\mathbf{R}}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$, соответствующая нулевым собственным значениям; $\hat{\mathbf{R}}_y(z_0)$ - выборочная ковариация.

В частном случае, когда отсчеты информационной последовательности некоррелированны, то элементы $\left\{r_{i,j}^x(z)\right\}$ $2L-1\times 2L-1$ матрицы $\mathbf{R}_x(z)$ имеют вид:

$$r_{i,j}^x(z)=\sigma_x^2 z^{|i-j|}\sum_{k=0}^{t-1-|i-j|} z^{2k}\ . \tag{3.51}$$

Причем $rank(\mathbf{R}_x(z))=2L-1$ для любого z и $\mathbf{R}_x=\mathbf{R}_x(0)=\sigma_x^2\mathbf{I}$.

Перепишем (3.45) в виде:

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{H}_M\,\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}(k) \tag{3.52}$$

где: $k=0,...,N-W$, где W - параметр окна.

Представим выход системы в виде вектора длины NM:

$$\mathbf{y}^T(k)=\left(y_1(k),...,y_1(k+W-1),...,y_M(k),...,y_M(k+W-1)\right).$$

Выборочная ковариационная матрица последовательности векторов выходного сигнала имеет вид:

$$\mathbf{R}_y=\frac{1}{N-W+1}\sum_{k=0}^{N-W}\mathbf{y}(k)\mathbf{y}^*(k)\,. \tag{3.53}$$

В соответствии с (3.46) при $N\to\infty$ эта матрица имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R}_y=\mathbf{H}_s\mathbf{H}_s^*\cdot\sigma_x^2+\mathbf{I}\cdot\sigma^2\,. \tag{3.54}$$

Т.к. $\mathbf{R}_x$ имеет полный ранг, то нуль-пространство оператора $\mathbf{H}_s$ может быть вычислено разложением по собственным векторам матрицы $\mathbf{R}_y$:

$$\mathbf{R}_y=\mathbf{E}\cdot diag\left\{\lambda_1^2+\sigma^2,...,\lambda_{L+W}^2+\sigma^2,\sigma^2,...,\sigma^2\right\}\cdot\mathbf{E}^*,$$

где: $\mathbf{E}$ - матрица собственных векторов.

Поскольку $\mathbf{R}_y$ - эрмитова, можно показать, что при выполнении условий идентифицируемости теоремы Т2 и выбора параметра W=L+1:

$$\hat{\mathbf{h}}=\arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1}\|\,\mathbf{E}_n^*\mathbf{H}_s\,\|^2\,, \tag{3.55}$$

где: $\mathbf{E}_n=[\mathbf{e}_{L+W+1},...,\mathbf{e}_{MW}]$.

Как указано в [49,48], метод канального подпространства практически совпадает с методом взаимных корреляций для $M = 2$. Погрешность метода примерно равна погрешности метода МП. Метод подпространства также как и другие методы, рассмотренные в данной главе, требует априорного знания длины канала.

Глава 4.

МЕТОДЫ СЛЕПОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СКАЛЯРНОГО КАНАЛА

В этой главе мы рассмотрим задачу слепой идентификации скалярного канала. Условия слепой идентифицируемости канала для этого случая сформулированы в теореме Т.6 для случая детерминированной и в теоремах Т.7 и Т.8 для статистической идентификации.

Жесткие ограничения возможностей слепой идентификации скалярного канала в детерминированном случае, сформулированные в теореме Т.6 существенно ограничивают область применения этих методов. Поэтому в этом разделе мы будем рассматривать задачу слепой идентификации в статистической интерпретации.

Основной подход при слепой статистической идентификации это метод моментов, суть которого, в замене уравнений, связывающих сигналы на входе и выходе системы, уравнениями, связывающими соответствующие моментные функции.

4.1. Некоторые методы слепой идентификации, основанные на использовании моментных функций

Исторически основные проблемы статистической идентификации неизвестной неминимально-фазовой характеристики канала связывались с невозможностью восстановления фазочастотной характеристики (ФЧХ) канала по моментам гауссовых распределений выходных сигналов при стационарном входе.

В этой связи естественно, что первые результаты по «слепой» идентификации были получены для информационных последовательностей, имеющих существенно негауссову статистику, поскольку в этом случае спектры высших порядков (обычно используется биспектр или триспектр) сохраняют информацию о ФЧХ канала [6,16].

Следующим относительно недавним этапом в развитии методов «слепой» идентификации каналов связи стало использование свойств периодически стационарных случайных последовательностей, возникающих в результате структурных особенностей систем последовательной передачи дискретных сообщений (см. например [13]). При этом для восстановления фазовой информации использовались статистики 2-го порядка избыточно дискретизированного сигнала в приемнике (1.11).

К относительно недавним результатам в данной области можно отнести алгоритмы, основанные на анализе систем периодически стационарных по входу (одна из первых публикаций [23]). В этом случае для систем

связи используется периодическая модуляция информационных сигналов при передаче, или возникает естественным образом, например в результате наличия «тихих битов» в системах TDMA (Рис.1.2.б).

Независимо от этих исследований, применительно к проблеме оценки неизвестной передаточной функции пространственно-временного канала РЛС с синтезированной апертурой в [35,50,51] также развивался подход, основанный на нестационарной модели входных сигналов.

В рамках данного подхода мы полагаем, что мы имеем некоторое множество доступных для обработки реализаций сигнала на выходе системы, сигналы на входе которой описываются моделью нестационарного процесса.

4.1.1. Моментное описание нестационарных по входу линейных систем

Рассмотрим непрерывную модель идентифицируемой системы типа (1.6) и (1.13). При этом достаточно широкий класс пространственно-временных каналов радиолокации и связи может быть описан моделью свертки неизвестной импульсной характеристики и некоторого множества реализаций информационного, в общем случае, нестационарного случайного процесса на фоне аддитивного шума, т.е.:

$$y(t;n)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau;n)d\tau+n(t;n), \tag{4.1}$$

где: n - номер реализации информационной последовательности.

Статистические характеристики случайного процесса на входе и выходе системы (4.1) могут быть полностью описаны моментными, кумулянтными или квазимоментными функциями [52,53].

Моментной функцией случайного процесса $y(t)$ k-го порядка называют функцию r переменных вида:

$$m_y^{k_1,...,k_r}(t_1,...,t_r)=\mathbf{M}\left\{y^{k_1}(t_1)...y^{k_r}(t_r)\right\} \tag{4.2}$$

где: $k=k_1+...+k_r$.

Любая моментная функция случайного процесса $y(t)$ $m_y^{k_1,...,k_r}(t_1,...,t_r)$ может быть получена соответствующей подстановкой переменных $t_1,...,t_r$ из симметричной моментной функции вида:

$$m_y(t_1,...,t_k)=\mathbf{M}\{y(t_1)...y(t_k)\} \tag{4.3}$$

Заметим, что симметричную моментную функцию $m_y(t_1,...,t_k)$ можно определить, дифференцируя соответствующую k-мерную характеристическую функцию случайного процесса [53]:

$$m_y(t_1,...,t_k)=(-j)^k\left(\frac{\partial^k\Theta_y(u_1,t_1;...;u_k,t_k)}{\partial u_1...\partial u_k}\right)_{u_1=0,...,u_k=0} \tag{4.4}$$

Часто более удобно использование кумулянтных функций, которые определяются следующим выражением:

$$\alpha_y(t_1,...,t_k)=(-j)^k\left(\frac{\partial^k\ln\left(\Theta_y(u_1,t_1;...;u_k,t_k)\right)}{\partial u_1...\partial u_k}\right)_{u_1=0,...,u_k=0}, \tag{4.5}$$

Кумулянтные функции могут быть вычислены, используя известные линейные соотношения через соответствующие моментные функции [53].

Используя введенное в [53] понятие кумулянтных скобок и их свойства, кумулянтные функции случайного процесса $y(t)$ можно определить также в виде:

$$\alpha_y(t_1,...,t_k)=\langle y(t_1)...y(t_k)\rangle=cum\{y(t_1)...y(t_k)\}. \tag{4.6}$$

Используя свойства линейности кумулянтных скобок, мы можем легко получить соотношения между кумулянтными функциями на входе и выходе линейной системы.

Если $\alpha_x(t_1,...,t_k)$ - k-я симметричная кумулянтная функция входного нестационарного случайного процесса $x(t)$ и $\alpha_n(t_1,...,t_k)$ - кумулянтная функция шума, то в соответствии с [53] кумулянтные функции процесса $y(t)$ можно записать в виде:

$$\alpha_y(t_1,...,t_k)= \\ =\int_{-\infty}^{+\infty}...\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau_1)..h(\tau_k)\alpha_x(\tau_1-t_1,...,\tau_k-t_k)d\tau_1...d\tau_k+\alpha_n(t_1,...,t_k). \tag{4.7}$$

Представление (4.7) можно значительно упростить, если использовать понятие кумулянтного спектра.

Пусть $\alpha_y(t_1,...,t_k)$ - k-я симметричная кумулянтная функция нестационарного случайного процесса $y(t)$, тогда кумулянтный спектр k-го порядка определяется следующим выражением:

$$F_y(\omega_1,...\omega_k)=\int_{-\infty}^{+\infty}...\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha_x(t_1,...,t_k)\exp(-j(\omega_1 t_1+...+\omega_k t_k))dt_1...dt_k\,. \quad (4.8)$$

Достаточным условием существования кумулянтного спектра является условие абсолютной интегрируемости последовательности кумулянтных функций.

Известно, что идея спектрального представления кумулянтных функций принадлежит А.Н. Колмогорову [6]. Помимо термина «кумулянтный спектр» в литературе также используются термины «полиспектр», «спектр высшего порядка», «спектральный кумулянт».

Если $F_x(\omega_1,...\omega_k)$ k-й спектральный кумулянт нестационарного процесса $x(t)$, то связь между входными и выходными кумулянтными спектрами описывается следующим выражением:

$$F_y(\omega_1,...,\omega_k)=H(\omega_1)...H(\omega_k)F_x(\omega_1,...,\omega_k)+F_n(\omega_1,...,\omega_k), \quad (4.9)$$

где: $H(\omega)$ - передаточная функция канала.

Существо статистического подхода к слепому оцениванию передаточной функции канала можно сформулировать как задачу решения интегрального уравнения типа (4.7) во временной области и алгебраического уравнения типа (4.9) в спектральной.

Рассмотрим некоторые простые примеры случайных процессов $x(t)$.

<u>Пример 4.1.</u> Пусть $x(t)$ - стационарный случайный процесс, тогда уравнение (4.9) принимает вид:

$$\begin{aligned}&F_y(\omega_1,...,\omega_k)=\\&=H(\omega_1)...H(\omega_k)\delta(\omega_1+...+\omega_k)F_x(\omega_2,...,\omega_k)+F_n(\omega_1,...,\omega_k)\end{aligned}. \quad (4.10)$$

где: $\delta(\omega)$ - функция Кронекера.

Уравнение (4.10) разрешимо относительно ФЧХ, только если процесс $x(t)$ негауссов (см. подробнее в [10]).

<u>Пример 4.2.</u> Пусть $x(t)$ - нестационарный по дисперсии случайный процесс. Тогда $x(t)=\sigma(t)x'(t)$, где $x'(t)$ - стационарный процесс с нулевым м.о. и $\sigma(t)\neq 0$. Уравнение (4.9) в этом случае примет вид:

$$\begin{aligned}&F_y(\omega_1,...,\omega_k)=\\&=H(\omega_1)...H(\omega_k)F_x(\omega_1+...+\omega_k,\omega_2,...,\omega_k)+F_n(\omega_1,...,\omega_k)\end{aligned}. \quad (4.11)$$

Уравнение (4.11) разрешимо для любых $k\geq 2$, т.е. и в гауссовом случае. Такая модель была успешно использована для решения задачи иден-

тификации пространственно-временного канала РСА по статистикам второго порядка [35,50,51].

Для систем связи уравнение (4.11) можно получить путем использования дополнительной амплитудной модуляции сигналов на передаче. Отметим, что [5], является в некотором смысле частным случаем данного подхода, поскольку в [5] предполагается дополнительное условие периодичности функции $\sigma(t)$.

Пример 4.3. Пусть $x(t)$ - нестационарный по среднему значению случайный процесс, т.е. $x(t)=a(t)+x'(t)$, где $x'(t)$ - стационарный процесс с нулевым математическим ожиданием, тогда:

$$\begin{aligned} &F_y(\omega_1,...,\omega_k)= \\ &=H(\omega_1)...H(\omega_k)(A(\omega_1)...A(\omega_k)+\delta(\omega_1+...+\omega_k)F_{x'}(\omega_2,...,\omega_k))+ \\ &+F_n(\omega_1,...,\omega_k) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Очевидна возможность идентификации в данном случае по статистикам даже первого порядка, поскольку этот способ предусматривает наличие в информационной последовательности тестового сигнала.

Отметим при этом, что наряду с хорошо отработанными алгоритмами идентификации по тестовым сигналам, в данном контексте возможна оценка канала по неизвестной тестовой последовательности и информационному сигналу одновременно.

Пример 4.4. Пусть $x(t)$- случайный процесс с нестационарной по времени частотной структурой, т.е. $x(t)=x'(t-\mu(t))$, где $x'(t)$ - стационарный процесс с нулевым математическим ожиданием и $\mu'(t)\geq 0$, тогда уравнение (4.9) примет вид типа (4.11). Этот способ идентификации также может быть использован, например, для систем связи использующих ВИМ, ШИМ или ЧИМ вид модуляции.

Пример 4.5. Пусть $x(t)$ - случайный периодически коррелированный случайный процесс [54,16] общего вида, тогда уравнение (4.9) примет вид:

$$\begin{aligned} &F_y(\omega_1,...,\omega_k)=H(\omega_1)...H(\omega_k)\cdot \\ &\sum_{m_1}...\sum_{m_k}F_x\left(\frac{2\pi m_1}{T},...,\frac{2\pi m_k}{T}\right)\delta\left(\omega_1-\frac{2\pi m_1}{T}\right)\cdot... \\ &...\cdot\delta\left(\omega_1-\frac{2\pi m_1}{T}\right)+F_n(\omega_1,...,\omega_k) \end{aligned} \quad (4.13)$$

В данном случае задача идентификации сводится к (4.11) только в дискретном множества точек спектральных кумулянтов нестационарного процесса. Можно показать также, что все рассмотренные выше пути воз-

никновения нестационарности входных процессов можно распространить на этот случай при дополнительном условии периодичности функций $\sigma(t)$, $a(t)$ и $\mu(t)$.

При таком подходе появляются дополнительные условия идентифицируемости канала:

1) Если нули канала кратны $1/T$, то $F_y(\omega_1,...,\omega_k) = F_n(\omega_1,...,\omega_k)$ и идентификация невозможна.
2) Если нули канала не кратны $1/T$, то мы имеем отсчеты передаточной функции канала, взятые с шагом $1/T$. Тогда для однозначного восстановления финитной импульсной характеристики канала (например, ИХ ограниченной временным интервалом $(0, \tau_{\max})$), в соответствии с теоремой Котельникова $T > \tau_{\max}$.

Рассмотрим некоторые очевидные пути решения уравнений (4.7) и (4.9) для нестационарного входа.

Пусть мы имеем выборочные оценки кумулянтных функций $\hat{\alpha}_y(t_1,...,t_2)$, полученные в результате усреднения некоторого множества реализаций.

Общим условием идентифицируемости канала можно считать условие (4.14), которое должно выполняться в заданной полосе частот канала.

$$\left|F_x(\omega_1,...,\omega_k)\right| \neq 0. \tag{4.14}$$

Тогда:

$$\hat{H}(\omega_1)...\hat{H}(\omega_k) = \frac{\hat{F}_y(\omega_1,...,\omega_k) - F_n(\omega_1,...,\omega_k)}{F_x(\omega_1,...,\omega_k)}, \tag{4.15}$$

$$\hat{h}(t_1)...\hat{h}(t_k) = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} ... \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\alpha}_y(\tau_1,...,\tau_k) - \alpha_n(\tau_1,...,\tau_k)\right) \alpha_x^{-1}(\tau_1 - t_1,...,\tau_k - t_k) d\tau_1...d\tau_k, \tag{4.16}$$

$$\alpha_x^{-1}(t_1,...,t_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} ... \int_{-\infty}^{+\infty} \left(F_x(\omega_1,...,\omega_k)\right)^{-1} e^{j(\omega_1 t_1 + ... + \omega_k t_k)} d\omega_1...d\omega_k. \tag{4.17}$$

Решение (4.7) и (4.9) в аналитической форме можно записать, если положить в левой части выражений (4.15) и (4.16) $t_2=\ldots=t_k=0$ и $\omega_2=\ldots=\omega_k=0$ соответственно. Очевидная избыточность данных решений позволяет в некоторых случаях значительно ослабить условие (4.14).

В принципе, как это уже отмечалось выше, решение задачи статистической слепой идентификации для систем с нестационарным входом возможно по статистикам уже 2-го порядка.

Рассмотрим решение уравнения (4.9) в этом случае.

Перепишем (4.15) в виде:

$$\hat{B}(\omega_1,\omega_2)=\frac{\hat{F}_y(\omega_1,-\omega_2)-F_n(\omega_1,-\omega_2)}{F_x(\omega_1,-\omega_2)}\cong H(\omega_1)H^*(\omega_2) \qquad (4.18)$$

В этом выражении равенство достигается только, если $\hat{F}_y(\omega_1,-\omega_2)=F_y(\omega_1,-\omega_2)$. Поскольку мы имеем оценку кумулянтного спектра с некоторой погрешностью, то в качестве оценки передаточной функции мы можем взять $\hat{H}(\omega)$ наиболее близко соответствующую равенству (4.18) в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

Воспользуемся методом наименьших квадратов, тогда:

$$\hat{H}(\omega)=\arg\min_{\|H(\omega)\|=1}\left(\left\|\hat{B}(\omega_1,\omega_2)-H(\omega_1)H^*(\omega_2)\right\|^2\right), \qquad (4.20)$$

где:

$$\|f\|^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|f(\omega_1,\omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2 . \qquad (4.21)$$

Пусть левая часть уравнения (4.18) пронормирована таким образом, что $\left\|\hat{B}(\omega_1,\omega_2)\right\|^2=1$, тогда (4.20) можно записать в виде:

$$\hat{H}(\omega)=\arg\max_{\|H(\omega)\|=1}\left(\mathrm{Re}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{B}(\omega_1,\omega_2)H(\omega_1)H^*(\omega_2)d\omega_1 d\omega_2\right]\right). \qquad (4.22)$$

Для нахождения экстремума функционала в (4.22) с ограничением вида $\|H(\omega)\|=1$ (4.22) можно записать в виде:

$$\hat{H}(\omega)=\arg\max_{H(\omega)}\left(\mathrm{Re}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{B}(\omega_1,\omega_2)H(\omega_1)H^*(\omega_2)d\omega_1 d\omega_2\right]+\lambda\|H(\omega)\|^2\right).$$

В соответствии с [55] необходимое условие экстремума (4.22) можно получить в виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{B}(\omega_1,\omega_2)H(\omega_1)d\omega_1=\lambda H(\omega_2), \qquad (4.23)$$

где λ - множитель Лагранжа.

Т.е. оценка передаточной функции канала является собственной функцией эрмитова ядра в уравнении (4.23).

Из (4.23) легко получить, что:

$$\left\| \hat{B}(\omega_1,\omega_2) - H(\omega_1)H^*(\omega_2) \right\|^2 = 2(1-|\lambda|), \qquad (4.24)$$

где $|\lambda| \le 1$.

В соответствии с (4.20) решением оптимальным с точки зрения метода наименьших квадратов является собственная функция ядра $\hat{B}(\omega_1,\omega_2)$, соответствующая максимальному собственному числу.

Возможность статистической слепой идентификации канала по моментным функциям случайного процесса 2-го порядка на выходе канала обеспечивается приданием в общем случае стационарному информационному сигналу дополнительных нестационарных свойств, способствующих последующей слепой идентификации. При этом модель периодически коррелированного процесса на входе является частным случаем для общей нестационарной модели пространственно-временного канала.

Приведем некоторые известные факты для стационарного случая (пример 4.1). Кумулянтный спектр 2-го порядка на выходе линейной системы имеет вид:

$$F_y(\omega_1,\omega_2) = H(\omega_1)H(\omega_2)\delta(\omega_1+\omega_2)F_x(\omega_2) + F_n(\omega_1,\omega_2) \qquad (4.25)$$

Данная функция отлична от нуля, только если $\omega_1+\omega_2=0$, и в этом случае мы имеем соотношение только для модуля передаточной функции системы:

$$F_y(\omega_1,-\omega_1) = |H(\omega_1)|^2 F_x(-\omega_1) + F_n(\omega_1,-\omega_1) \qquad (4.26)$$

В отсутствии шума хорошо известное соотношение (4.26) устанавливает связь между энергетическими спектрами стационарного случайного процесса на входе и выходе линейной системы.

Если процесс $x(t)$ гауссовский, то кумулянтный спектр больше чем второго порядка равен нулю, т.е. наши возможности для идентификации передаточной функции канала в этом случае исчерпаны.

Если $x(t)$ - негауссовский стационарный случайный процесс, то мы можем использовать для идентификации кумулянтные спектры более высокого порядка.

Пусть $n(t)$ - белый гауссовский шум, $x(t)$ - негауссовский белый шум. В этом случае кумулянтный спектр 3-го порядка на выходе линейной системы отличен от нуля, только если в (4.10) $\omega_1+\omega_2=-\omega_3$ кроме того, $F_n(\omega_1,\omega_2,\omega_3)=0$ и $F_x(\omega_1,\omega_2,\omega_3)=c$, тогда:

$$F_y(\omega_1,\omega_2,-\omega_1-\omega_2) = cH(\omega_1)H(\omega_2)H^*(\omega_1+\omega_2). \qquad (4.27)$$

Левая часть данного равенства является функцией двух переменных и называется биспектром случайного процесса $y(t)$.

В [6] можно найти достаточное количество разнообразных алгоритмов решения уравнения (4.27) и обширную библиографию по данному вопросу.

Здесь мы приведем только алгоритм Бриллинджера [6]. В соответствии с этим алгоритмом АЧХ канала восстанавливается из соотношения (4.26) в области энергетического спектра. ФЧХ канала ($\varphi(\omega) = \arg[H(\omega)]$) восстанавливается в биспектральной области, используя следующее рекуррентное уравнение:

$$\varphi(\omega) = \frac{1}{\omega}\left(2\int_0^{\infty}\varphi(\Omega)d\Omega - \int_0^{\infty}\psi(\Omega,\Omega-\omega)d\Omega\right) \qquad (4.28)$$

здесь: $\psi(\Omega,\omega) = \arg[F_y(\Omega,\omega,-\Omega-\omega)]$.

Для слепой идентификации систем связи, использующих цифровую квадратурную амплитудную модуляцию, применяется кумулянтный спектр стационарного сигнала 4-го порядка (триспектр) [6,16].

4.1.2. Оценка передаточной функции дискретного канала по кумулянтному спектру 2-го порядка

Возвращаясь к дискретно-временной модели системы вида (1.10) будем считать, что задача слепой идентификации означает оценку импульсной характеристики канала по семейству наблюдаемых реализаций $y(n)$, n=0…N+L-1 образованных последовательностью информационных отсчетов $x(n)$, n=0…N передаваемых по каналу блоками с использованием паузы длины L (Рис.1.3.б).

С целью идентифицируемости канала по статистикам не более 2-го порядка рассматривается система с нестационарным входом, показанная на Рис.1.2.

Как было показано выше для идентификации канала с нестационарным входом необходимо решить алгебраическое уравнение (4.11) для кумулянтных спектров 2-го порядка.

В дискретном случае:

$$\begin{aligned} F_y(m,n) &= H(m)H^*(n)F_x(m-n) + F_{vv}(m-n) \\ F_x(m) &= \sum_{k=0}^{N+L-1} g^2(k)\exp\left(-j\frac{2\pi km}{N+L}\right) \\ F_v(m) &= N_0\delta(m) \end{aligned} \qquad (4.29)$$

В этом выражении мы полагаем известными кумулянтные спектры информационной последовательности и шума, а кумулянтный спектр последовательности отсчетов на выходе канала оценивается непосредственно по наблюдаемым реализациям $y(n)$.

Аналогично (4.15) и (4.16) алгоритмы решения уравнения (4.29) относительно неизвестной передаточной функции канала можно получить из предположения, что это уравнение справедливо для оценки $\hat{F}_y(n,m)$. Тогда решение в аналитическом виде получим, положив в (4.29) n=0.

В этом случае передаточная функция с точностью до постоянного множителя может быть найдена непосредственно по формуле (4.15) при соблюдении условия $|F_x(m)| \neq 0$.

$$\hat{H}(m) = \frac{\hat{F}_y(m,0) - N_0\delta(m)}{|F_x(m)|^2} F_x^*(m). \qquad (4.30)$$

Алгоритм [51], не требующий априорного знания спектрального момента информационной последовательности и дающий оценку передаточной функции канала с точностью до комплексного множителя и линейного фазового набега можно получить, положив в (4.29) n=m+1.

$$\hat{H}(m) = \sqrt{\left|\hat{F}_y(m,m) - N_0\right|} \exp\left(j\left(\sum_{i=0}^{m} \arg\left(\hat{F}_y(i,i+1)\right)\right)\right). \qquad (4.31)$$

При использовании данных алгоритмов, погрешность оценивания передаточной функции является следствием не только аддитивного шума, но и погрешностью оценки ковариационной матрицы выходной последовательности. Блок-схема, показанная на Рис.4.1, отражает основные этапы алгоритма обработки.

Следующий алгоритм является дискретным аналогом алгоритма (4.20) и минимизирует средний квадрат ошибки между аналитическим и выборочным решением уравнения (4.18) при условии нормировки энергии передаточной функции к единице при соблюдении условия $|F_x(m)| \neq 0$.

$$\hat{H}(m) = \arg\min_{H} \left(\sum_{m=0}^{N+L-1} \sum_{n=0}^{N+L-1} \left| \hat{B}(m,n) - H(m)H^*(n) \right|^2 \right), \qquad (4.32)$$

где:

$$\hat{B}(m,n) = \frac{\hat{F}_y(m,n) - N_0\delta(m-n)}{|F_x(m-n)|^2} F_x^*(m-n).$$

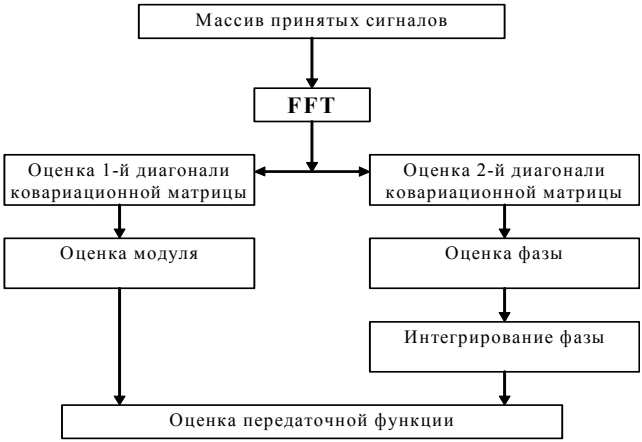

Рис.4.1. Алгоритм оценки передаточной функции по двум диагоналям кумулянтного спектра 2-го порядка.

Как было отмечено выше, решением в данном случае является собственный вектор, соответствующий максимальному собственному числу эрмитовой матрицы, элементами которой являются $\left\{\hat{B}(m,n)\right\}$.

Погрешность оценки произвольной передаточной функции канала при использовании перечисленных алгоритмов для гауссова случая может быть оценена сверху как дисперсия оценки передаточной функции неискажающего канала:

$$\mathbf{D}\left\{\hat{H}(m)\hat{H}^{*}(n)\right\}=\frac{1}{M}\left(1+\frac{1}{TFR(m-n)^{2}}\right)\left(\frac{1}{(N+L)^{2}}+\frac{1}{SNR^{2}}\right) \qquad (4.33)$$

В этом выражении M – число реализаций, $TFR(m)$ – отношение $|F_x(m)|/|F_x(0)|$, SNR – отношение сигнал-шум, определенное как $|F_x(0)|/N_0$.

В соответствии с (4.33) погрешность оценки передаточной функции канала, помимо всего прочего, определяется видом нестационарной модуляции информационной последовательности.

Проведенное математическое моделирование алгоритмов (4.31) и (4.32) (Рис.4.3, Рис.4.4, Рис.4.5) иллюстрирует особенности применения этих алгоритмов для различных типов модулирующих последовательностей (Рис.4.2).

На Рис.4.3 показана зависимость средней по времени нормированной мощности интерференционной помехи (приемлемый уровень – 0.01…0.03 достигается при $L\approx N$) для случая, когда нестационарная модуляция уже является следствием наличия защитной паузы, т.е. используется последовательность типа А.

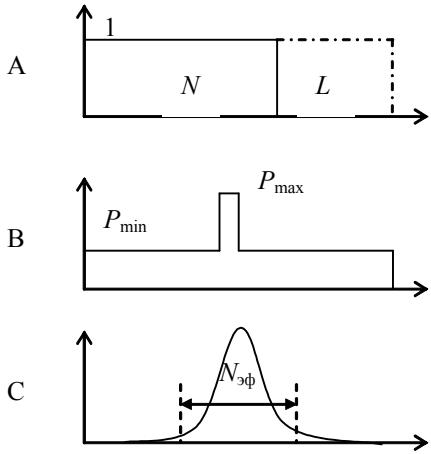

Рис. 4.2. Виды модулирующих последовательностей, использованные при моделировании.

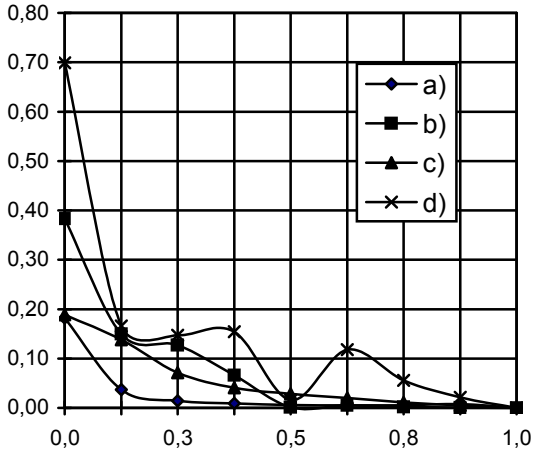

Рис. 4.3. Средняя мощность интерференционной помехи при модуляции типа А, в зависимости от $L/(N+L)$, a) – алгоритм (4.31), M=100, b) – алгоритм (4.32), M=100, c) – алгоритм (4.31), M=10, d) – алгоритм (4.32), M=10.

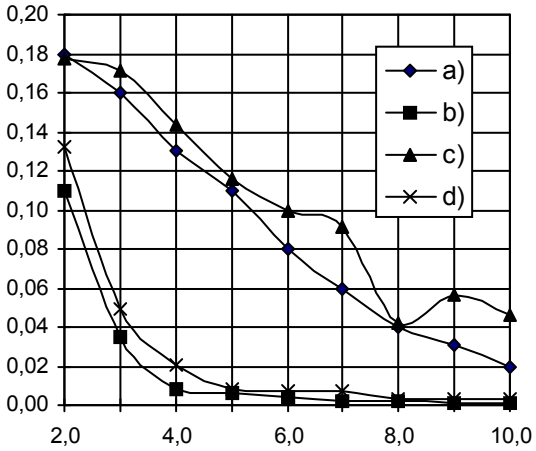

Рис. 4.4. Средняя мощность интерференционной помехи при модуляции типа B, в зависимости от P_{max}/P_{min}, a) – алгоритм (4.31), M=10, b) – алгоритм (4.32), M=10, c) – алгоритм (4.31), M=5, d) – алгоритм (4.32), M=5.

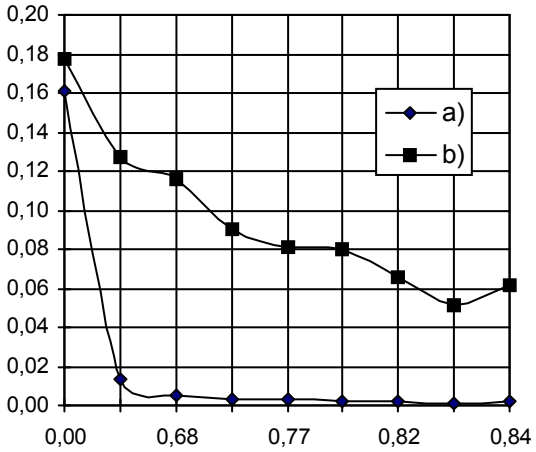

Рис. 4.5. Средняя мощность интерференционной помехи при модуляции типа C, в зависимости от $L/(N+L)_{эф}$, a) – алгоритм (4.31), M=100, b) – алгоритм (4.32), M=100.

Анализ этих данных показывает, что для последовательностей типа А и С предпочтительнее использование 2-х диагонального алгоритма (4.31), для последовательности В более эффективен алгоритм (4.32).

Данное обстоятельство объясняется тем, что для модулирующей последовательности типа А не выполняется условие (4.14). Последовательность типа В также дает близкие к нулю значения $|F_x(m)|$.

4.2. Методы, основанные на полиномиальных статистиках

Если выходная последовательность имеет конечную длину, то выражение (1.10) можно записать в виде произведения полиномов положительной степени над полем комплексных чисел $\mathbf{C}[z]$:

$$y(z) = \pi_{L-1,n}(h(z)x(z)) + v(z), \tag{4.34}$$

где:

$$y(z) = \sum_{i=0}^{n-1} y(i)z^i, \qquad h(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h(i)z^i, \qquad x(z) = \sum_{i=0}^{n+L-1} x(i)z^i,$$

$$v(z) = \sum_{i=0}^{n-1} v(i)z^i.$$

Оператор проектирования $\pi_{k,m}(x(z))$ отображает полином $x(z)$ степени $(m+k-1)$ в полином степени $(m-k-2)$, обнулением первых k младших и k старших коэффициентов полинома и делением на z^{k-1}.

Модель системы в виде (4.34) описывает все особенности структур входных сигналов, в том числе и случай бесконечной дискретной последовательности на входе.

В отличие от традиционного в ЦОС использования представления дискретных сигналов их Z-преобразованиями мы представляем сигналы элементами кольца полиномов от одной переменной.

Напомним, что кольцом называется множество элементов, на котором определены операции сложения и умножения, обе коммутативны и ассоциативны, связаны законом дистрибутивности, причем сложение обладает обратной операцией. Это означает, что кольцо незамкнуто относительно операции деления элементов.

Само по себе такое представление мало что дает в контексте нашей задачи, т.к. поле комплексных чисел является алгебраически замкнутым. Это означает, что любой многочлен степени n в этом поле в соответствие с основной теоремой алгебры имеет ровно n корней. Поэтому любой многочлен в этом поле может быть факторизован в произведение линейных

множителей. Из этого следует, что представление (1.18) исчерпывается полиномами первой степени.

Однако, вводя далее понятие полиномиальных статистик, мы сможем перенести нашу задачу в более содержательное кольцо полиномов от нескольких переменных $\mathbf{C}[z_1, z_2, ..., z_r]$, где возможности для слепой идентификации существенно расширяются.

Примером этому факту, являются некоторые алгоритмы слепой идентификации многомерных пространственно-ограниченных сигналов, упомянутые в Гл.1.

Т.о. объектом изучения в нашем случае являются случайные полиномы (3) и их линейные комбинации.

Обычно, полиномы со случайными коэффициентами являются объектом изучения в математике в основном с точки зрения исследования статистики корней этих полиномов, что в свою очередь обусловлено исследованием свойств детерминантов случайных матриц и рядом других приложений [56].

В данной работе мы будем рассматривать случайные полиномы как комплексные случайные поля, определенные на комплексной плоскости. В этом случае естественно определить моментные и кумулянтные функции этих случайных полей, которые будут уже полиномами от многих переменных.

Мы будем называть эти функции полиномиальными моментами и полиномиальными кумулянтами по аналогии с моментными и кумулянтными функциями. Данное определение было по видимому впервые использовано в [60,61].

Несмотря на то, что сформированные таким образом случайные поля относятся к классу векторных случайных полей и на первый взгляд подобное представление случайных векторов лишь усложняет их описание, однако, как мы покажем далее, для решения рассматриваемых задач, мы сможем использовать успешно развивающийся в последние годы математический аппарат созданный в рамках алгебраической геометрии [57].

Данный подход был представлен в работах [60-66].

Предпосылками использования полиномиальных представлений в ЦОС являются следующие результаты:

1. Теорема Гильберта о конечности базиса кольца многочленов (Д. Гильберт, 1890г.);
2. Теорема Гильберта о нулях (Д. Гильберт, 1893г.);
3. Открытие базисов Грёбнера полиномиального идеала (Б. Бухбергер, 1965г.);
4. Метод Тринкса вычисления базиса Грёбнера 0-мерного идеала (В. Тринкс, 1978г.)

5. Теорема Айзингера-Штеттера о сведении системы полиномиальных уравнений к задаче сингулярного разложения (В. Айзингер, Дж. Штеттер, 1988г.);
6. Развитие методов и алгоритмов и программ компьютерной алгебры (AXIOM, REDUCE, MACSYMA, Macaulay, и др.).

4.2.1. Полиномиальные статистики и их свойства

Пусть $\mathbf{x} \in C^n$ - комплексный случайный вектор, описываемый плотностью вероятности $f_x(x_1,...,x_n)$, определенной в R^{2n}.

Будем называть полиномиальным моментом порядка $(k+m)$, $k=k_1+k_2+...+k_r$, $m=m_1+m_2+...+m_r$ случайного вектора $\mathbf{x}$ полином r переменных принадлежащий кольцу $C[z_1,...,z_r]$ над полем комплексных чисел сформированный следующим образом:

$$\begin{aligned} &P^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)= \\ &=\mathbf{M}\left\{x(z_1)^{k_1}...x(z_r)^{k_r}\, x^*(z_1)^{m_1}...x^*(z_r)^{m_r}\right\}. \end{aligned} \tag{4.35}$$

Очевидно, что набор определенных таким образом полиномиальных моментов полностью определяет функцию плотности вероятности и характеристическую функцию комплексного случайного вектора образованного r значениями случайного полинома $x(z) \in C[z]$ в точках $\{z_1,...,z_R\}$.

Получим соотношения, связывающие характеристические функции значений случайного полинома и полиномиальные моменты.

Пусть $p = \frac{1}{2}\left(\omega^{\mathrm{Re}} - j\omega^{\mathrm{Im}}\right)$, тогда одномерную характеристическую функцию случайного полинома можно определить в виде:

$$\Theta(p)=\mathbf{M}\left\{\exp\left(j\left(x(z)p+x^*(z)p^*\right)\right)\right\}. \tag{4.36}$$

Используя формулы $e^x=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{x^l}{l!}$, $(x+y)^m=\sum_{k=0}^{m}\binom{k}{m}x^{m-k}y^k$ и (4.35) получим:

$$\Theta(p,z)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{j^l}{l!}\sum_{k=0}^{l}\binom{k}{l}P^x_{l-k,k}(z)p^{l-k}\left(p^*\right)^k, \tag{4.37}$$

где: $\binom{k}{m}$ - биномиальный коэффициент.

Заметим, что характеристическая функция случайного полинома также является полиномом 2-х переменных бесконечной степени, т.е. формально $\Theta(p,z) \in C[p,z]$.

Характеристическую функцию r значений случайного полинома можно записать в виде:

$$\Theta(p_1,...,p_r;z_1,...,z_r) = \mathbf{M}\left\{\exp\left(j\left(\sum_{i=1}^{r}\left(x(z_i)p_i + x^*(z_i)p_i^*\right)\right)\right)\right\}. \qquad (4.38)$$

Аналогично (4.37), получим следующее соотношение:

$$\Theta(p_1,...,p_r;z_1,...,z_r) = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} j^l \sum_{m_1,...,m_r=l} \frac{1}{m_1!..m_R!} \sum_{k_1,...,k_r=0}^{m_1,...,m_r} \binom{k_1}{m_1}\cdot... \\ ...\cdot\binom{k_r}{m_r} P^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)\, p_1^{m_1-k_1}\left(p_1^*\right)^{k_1} ...p_r^{m_r-k_r}\left(p_r^*\right)^{k_r}, \qquad (4.39)$$

где: $p_i = \frac{1}{2}\left(\omega_i^{\mathrm{Re}} - j\omega_i^{\mathrm{Im}}\right)$.

Плотность вероятности комплексных коэффициентов случайного полинома может быть найдено вычислением $2r$ - мерного обратного преобразования Фурье от характеристической функции (4.39).

Без потери общности при решении наших задач далее мы будем рассматривать случайные полиномы с вещественными коэффициентами, которые по-прежнему являются элементами кольца $C[z]$.

В этом случае мы можем несколько упростить алгоритм формирования полиномиальных моментов, используя очевидное соотношение $x^*(z) = x(z^*)$.

Тогда любой полиномиальный момент вида (4.35) может быть получен выбором соответствующего сечения симметричного полиномиального момента, заданного следующим выражением:

$$P^x{}_l(z_1,z_2,...,z_l) = \mathbf{M}\{x(z_1)\cdot...\cdot x(z_l)\}. \qquad (4.40)$$

Соотношение, связывающее моменты (4.35) и (4.40) можно записать в виде:

$$P^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_R) = \\ = P^x{}_{k+m}(z_1,...,z_{k+m})\Big|_{\Omega_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}}, \qquad (4.41)$$

где сечение $\Omega_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}$ задано следующей системой равенств:

$$\Omega_{k,m}=\begin{cases} z_1=\ldots=z_{k_1}=z_1 \\ z_{k_1+1}=\ldots=z_{k_1+k_2}=z_2 \\ \ldots \\ z_{k_1+\ldots+k_{r-1}+1}=\ldots=z_{k_1+\ldots+k_r}=z_r \\ z_{k_1+\ldots+k_r+1}=\ldots=z_{k_1+\ldots+k_r+m_1}=z_1^* \\ \ldots \\ z_{k_1+\ldots+k_r+m_1+\ldots+m_{r-1}+1}=\ldots=z_{k+m}=z_r^* \end{cases}. \qquad (4.42)$$

Т.о. случайный полином с вещественными коэффициентами может быть полностью описан набором симметричных полиномиальных моментов вида (4.40).

Рассмотрим теперь линейные комбинации случайных полиномов и свойства их полиномиальных моментов.

Пусть $y(z)=h(z)x(z)$ - произведение случайного полинома $x(z)$ и неслучайного полинома $h(z)$, тогда легко показать, что:

$$P_l^y(z_1,\ldots,z_l)=P_l^x(z_1,\ldots,z_l)h(z_1)\ldots h(z_l). \qquad (4.43)$$

Пусть $y(z)=x_1(z)x_2(z)$ - произведение случайных независимых полиномов $x_1(z)$ и $x_2(z)$ (т.е. полиномов с независимыми векторами коэффициентов $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$), тогда:

$$P_l^y(z_1,\ldots,z_l)=P_l^{x_1}(z_1,\ldots,z_l)P_l^{x_2}(z_1,\ldots,z_l). \qquad (4.44)$$

Пусть $y(z)=x_1(z)+x_2(z)$ - сумма случайных независимых полиномов $x_1(z)$ и $x_2(z)$, тогда справедливы следующие соотношения:

$$P_l^y(z_1,\ldots,z_l)=\sum_{r=1}^{l}\left(\sum_{\substack{0<i_1<\ldots<i_r<l \\ 0<i_{r+1}<\ldots<i_l<l}} P_r^{x_1}(z_{i_1},\ldots,z_{i_r})P_{l-r}^{x_2}(z_{i_{r+1}},\ldots,z_{i_l})\right). \qquad (4.45)$$

Из последнего выражения видно, что полиномиальные моменты не коммутируют сумму независимых случайных полиномов. В частном случае, когда симметричные полиномиальные моменты 1-го порядка независимых случайных полиномов равны нулю, то коммутируются полиномиальные моменты не более 3-го порядка.

Последнее обстоятельство заставляет нас обратиться к обобщенным корреляциям или кумулянтам значений случайных полиномов и опреде-

лить симметричные кумулянтные полиномиальные моменты по аналогии с обычными кумулянтными функциями в соответствии с [53,58]. Кроме того, кумулянты, в отличие от моментов, могут задавать различные распределения вероятностей в известной степени независимо [53].

Определим полиномиальный кумулянт порядка $(k+m)$, $k=k_1+k_2+\ldots+k_r$, $m=m_1+m_2+\ldots+m_r$ случайного вектора $\mathbf{x}$ как полином r переменных принадлежащий кольцу $C[z_1,\ldots,z_r]$:

$$\begin{aligned} &K^x{}_{k_1,\ldots,k_r,m_1,\ldots,m_r}(z_1,z_2,\ldots,z_r)= \\ &=cum\left\{x(z_1)^{k_1}\ldots x(z_r)^{k_r}\, x^*(z_1)^{m_1}\ldots x^*(z_r)^{m_r}\right\}. \end{aligned} \tag{4.46}$$

Симметричный полиномиальный кумулянт зададим следующим выражением:

$$K_l^x(z_1,z_2,\ldots,z_l)=cum\{x(z_1)\ldots x(z_l)\}. \tag{4.47}$$

Связь между симметричными полиномиальными кумулянтами и моментами случайного полинома в соответствии с [53] можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &K_1^x(z_1)=P_1^x(z_1); \\ &K_2^x(z_1,z_2)=P_2^x(z_1,z_2)-P_1^x(z_1)P_1^x(z_2); \\ &K_3^x(z_1,z_2,z_3)=P_3^x(z_1,z_2,z_3)-3\left\{P_1^x(z_1)P_2^x(z_2,z_3)\right\}_s+ \\ &+2P_1^x(z_1)P_1^x(z_2)P_1^x(z_3); \\ &K_4^x(z_1,z_2,z_3,z_4)=P_4^x(z_1,z_2,z_3,z_4)-3\left\{P_2^x(z_1,z_2)P_2^x(z_3,z_4)\right\}_s- \\ &-4\left\{P_1^x(z_1)P_3^x(z_2,z_3,z_4)\right\}_s+2\cdot 6\left\{P_1^x(z_1)P_1^x(z_2)P_2^x(z_3,z_4)\right\}_s- \\ &-6\cdot P_1^x(z_1)P_1^x(z_2)P_1^x(z_3)P_1^x(z_4). \end{aligned} \tag{4.48}$$

где $\{\ \}_s$ - скобки симметризации.

Свойства кумулянтов линейных комбинаций случайных полиномов аналогичны свойствам соответствующих полиномиальных моментов.

Пусть $y(z)=h(z)x(z)$ - произведение случайного полинома $x(z)$ и неслучайного полинома $h(z)$, тогда:

$$K_l^y(z_1,\ldots,z_l)=K_l^x(z_1,\ldots,z_l)h(z_1)\ldots h(z_l). \tag{4.49}$$

Если $y(z)=x_1(z)+x_2(z)$ - сумма случайных независимых полиномов $x_1(z)$ и $x_2(z)$, тогда:

$$K_l^y\left(z_1,...,z_l\right)=K_l^{x_1}\left(z_1,...,z_l\right)+K_l^{x_2}\left(z_1,...,z_l\right). \qquad (4.50)$$

Связь характеристической функции r значений случайного полинома и набора полиномиальных кумулянтов можно записать в виде:

$$\ln\left(\Theta\left(p_1,...,p_r;z_1,...,z_r\right)\right)=\sum_{l=1}^{\infty}j^l\sum_{m_1,...,m_r=l}\frac{1}{m_1!...m_R!}\sum_{k_1,...,k_r=0}^{m_1,...,m_r}\binom{k_1}{m_1}\cdot...$$
$$...\cdot\binom{k_r}{m_r}K^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}\left(z_1,z_2,...,z_r\right)p_1^{m_1-k_1}\left(p_1^*\right)^{k_1}...p_r^{m_r-k_r}\left(p_r^*\right)^{k_r}. \qquad (4.51)$$

Для каждого полиномиального кумулянта $K^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}\left(z_1,z_2,...,z_r\right)$ мы можем определить множество точек в пространстве C^r на котором значение полиномиального кумулянта равно нулю:

$$\Xi^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}=\left\{z\in C^r:K^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}\left(z_1,z_2,...,z_r\right)=0\right\}. \qquad (4.52)$$

Заданное таким образом множество точек является множеством корней полинома кольца $\mathbf{C}\left[z_1,...,z_r\right]$ и называется аффинным многообразием в пространстве C^r [57].

Рассмотрим теперь роль полиномиальных кумулянтов в определении статистических связей между компонентами случайного вектора.

Пусть $x(z)\in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным вектором $\mathbf{x}\in R^n$, $x(z_1)$ и $x(z_2)$ два различных значения случайного полинома $x(z)$.

Мы можем определить все возможные значения $z_1\neq z_2$ для которых $x(z_1)$ и $x(z_2)$ некоррелированы, решив систему полиномиальных уравнений вида:

$$\Xi_2^x=\Xi_{1,1,0,0}^x\ \mathrm{I}\ \Xi_{1,0,0,1}^x=\left\{z\in C^r:\begin{cases}K_2^x\left(z_1,z_2\right)=0\\K_2^x\left(z_1,z_2^*\right)=0\end{cases}=\begin{cases}K_2^x\left(z_1^*,z_2^*\right)=0\\K_2^x\left(z_1^*,z_2\right)=0\end{cases}\right\}. \qquad (4.51)$$

Ξ_2^x будем называть многообразием нулевой корреляции 2-го порядка случайного полинома $x(z)$.

Многообразие нулевой корреляции характеризует множество точек в C^2 на котором любые два значения случайного полинома некоррелированы.

Если мы сможем выбрать m различных комплексных чисел $\{c_0,...,c_{m-1}\}$, так что любая пара, составленная из этих чисел $\in \Xi_2^x$, то мы можем определить линейное проективное отображение вектора $\mathbf{x} \in R^n$ в вектор $\mathbf{y} \in C^m$ вида:

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}_n^m(c_0,...,c_{m-1})\mathbf{x} . \tag{4.52}$$

где: $\mathbf{V}_n^m(c_0,...,c_{m-1})$ - $n \times m$ матрица Вандермонда.

Данное отображение обеспечивает попарную некоррелированность компонент вектора $\mathbf{y}$.

Очевидно, что если распределение коэффициентов случайного полинома – гауссово, то значения полинома на Ξ_2^x не только попарно некоррелированы, но и независимы, а отображение (4.52) является отображением независимости вектора $\mathbf{x}$. Нелинейное преобразование независимости общего вида случайного вектора с известной интегральной функцией распределения предложено в [59].

Естественно задать вопрос: можем ли мы определить такое аффинное многообразие в C^2, на котором два значения случайного полинома независимы в негауссовом случае?

Для выполнения этого требования необходимо и достаточно одновременное равенство нулю всех смешанных полиномиальных кумулянтов старших порядков для $z_1 \neq z_2$.

Определим многообразие нулевой корреляции l-го порядка 2-х значений случайного полинома $x(z)$ в виде:

$$\Xi_l^x = \left\{ \begin{matrix} z \in C^2 : K_{k_1,k_2,m_1,m_2}^x(z_1,z_2) = 0, k_1 + k_2 + m_1 + m_2 = l, \\ k_1 + m_1 > 1, k_2 + m_2 > 1 \end{matrix} \right\} . \tag{4.53}$$

Тогда многообразие независимости 2-х значений случайного полинома, соответствующего произвольному случайному вектору $\mathbf{x}$ определяется в виде:

$$\Xi^x = \mathop{\mathrm{I}}_{l=2}^{\infty} \Xi_l^x . \tag{4.54}$$

Существование непустого многообразия независимости в данном контексте означает существование линейного проективного отображения независимости в отличие от нелинейных отображений независимости общего вида предложенных в [59].

Рассмотрим несколько простых примеров.

Пример 4.6. Пусть $x(z) \in$ кольцу $C[z]$ - гауссовский случайный полином степени $n-1$, заданный случайным гауссовым вектором $\mathbf{x} \in R^n$ с нулевым математическим ожиданием, независимыми компонентами и дисперсией компонент σ^2. Тогда полиномиальные кумулянты для 2-х значений гауссовского случайного полинома имеют вид:

$$K_1^x(z_1)=0,\ \ K_1^x(z_2)=0,\ \ K_{1,1,0,0}^x(z_1,z_2)=\sigma^2\sum_{i=0}^{n-1}(z_1z_2)^i$$
$$K_{1,0,0,1}^x\left(z_1,z_2^*\right)=\sigma^2\sum_{i=0}^{n-1}\left(z_1z_2^*\right)^i,\quad K_l^x(z_1,...,z_l)=0,\qquad l>2. \tag{4.55}$$

Многообразие независимости значений случайного полинома имеет вид:

$$\Xi^x=\begin{cases} z_1z_2=\exp\left(j\dfrac{2\pi i}{n}\right),\ i=1,...,n-1, \\ z_1z_2^*=\exp\left(j\dfrac{2\pi l}{n}\right),\ l=1,...,n-1. \end{cases} \tag{4.56}$$

Выбор точек на многообразии независимости в принципе произволен. Положим $c_i=\exp\left(j\dfrac{2\pi i}{n}\right),\ i=0,...,m-1$, $m=\left[\dfrac{n+1}{2}\right]+1$. Легко проверить, что все несовпадающие пары $\{c_0,...,c_{m-1}\} \in \Xi^x$.

Если построить многообразие, на котором равен нулю только второй полиномиальный кумулянт, то $m=n$, и получившееся преобразование будет дискретным преобразованием Фурье, что справедливо и в случае если коэффициенты полинома комплексные независимые гауссовские величины.

Пример 4.7. Пусть $x(z)$ случайный полином из примера 4.6. Пусть $h(z)$ - неслучайный полином. Построим преобразование независимости для случайного полинома $y(z)=h(z)x(z)$. Заметим, что многообразие независимости в этом случае является объединением многообразий, т.е. $\Xi^y=\Xi^h \Upsilon \Xi^x$. Этот факт является следствием более общих свойств аффинных многообразий, а именно: произведение независимых случайных полиномов дает объединение их многообразий независимости.

Многообразие Ξ^h значений неслучайного полинома $h(z)$ имеет вид:

$$\Xi^h = \begin{cases} h(z_1)h(z_2^*) = 0, \\ h(z_1)h(z_2) = 0. \end{cases} \tag{4.58}$$

Выберем m точек такими же, как и в предыдущем примере. Дополним их $L-1$ точками, соответствующими корням неслучайного полинома $h(z)$. Тогда преобразование (4.52) даст $L-1$ нулевых компонент и m независимых компонент вида $h(c_i)x(c_i)$, $i = 0,...,m-1$.

Обобщим многообразие нулевой корреляции l-го порядка 2-х значений случайного полинома (4.53)) на случай r значений случайного полинома в виде (в этом случае «корреляция» понимается в обобщенном смысле [58]):

$$\Xi_l^x = \left\{ \begin{matrix} z \in C^r : K^x_{k_1...k_r, m_1...m_r}(z_1,...,z_r) = 0, \\ k_1 + ... + k_r + m_1 + ... + m_r = l, k_1 + m_1 > 1,..., k_r + m_r > 1 \end{matrix} \right\}. \tag{4.59}$$

Т.о. Ξ_l^x аффинное многообразие в C^r, на котором обращаются в ноль все смешанные полиномиальные кумулянты порядка l принадлежащие кольцу $C[z_1,...,z_r]$.

Решение задачи нахождения многообразия нулевой корреляции или многообразия независимости в общем виде, требует использования аппарата алгебраической геометрии и в частности базисов Грёбнера полиномиального идеала [57].

Между аффинными многообразиями в C^r и идеалами кольца полиномов $C[z_1,...,z_r]$ существует тесная связь, которая позволяет использовать аппарат коммутативной алгебры при решении некоторых задач алгебраической геометрии [57].

Понятие идеала, является некоторым обобщением понятия подпространства. Идеалом кольца полиномов $C[z_1,...,z_r]$ называется такое подмножество его элементов $I \subset C[z_1,...,z_r]$, для которого выполняются следующие условия:

1. $0 \in I$;
2. если $f, g \in I$, то $f + g \in I$;
3. если $f \in I$ и $g \in C[z_1,...,z_r]$, то $fg \in I$.

Данное определение эквивалентно следующему утверждению.

Идеалом I называется подмножество кольца $C[z_1,...,z_r]$, определяемое в виде:

$$I = \langle f_1,...,f_s \rangle = \left\{ \sum_{i=1}^{s} g_i f_i, \quad g_1,...,g_s \in C[z_1,...,z_r] \right\}, \qquad (4.60)$$

где полиномы $f_1,...,f_s$ называются базисом идеала.

Каждому аффинному многообразию в C^r соответствует некоторое подмножество полиномов в $C[z_1,...,z_r]$, обращающихся в ноль на этом многообразии. Причем подмножество всех таких полиномов является идеалом этого кольца [57].

Так аффинному многообразию Ξ_l^x соответствует полиномиальный идеал $I\left(\Xi_l^x\right)$ в $C[z_1,...,z_r]$ состоящий из всех полиномов, обращающихся в нуль на многообразии Ξ_l^x.

Смысл привлечения понятия идеала в этом случае заключается в том, что при нахождении многообразия Ξ_l^x мы можем заменить полиномиальные кумулянты на более удобные для решения задачи полиномы $\in$ $I\left(\Xi_l^x\right)$.

Анализируя (4.53) заметим, что последовательность $I_l = \sum_{i=2}^{l} I\left(\Xi_i^x\right)$ образует возрастающую цепь идеалов, т.е. $I_2 \subset I_3 \subset ... \subset I_l \subset ...$.

В соответствии с теоремой Гильберта о базисе идеала любой идеал кольца $C[z_1,...,z_r]$ конечно порожден [57]. Это значит, что найдется такое $l_0 \geq r$, что последовательность идеалов при $l \to \infty$ имеет вид:

$$I_2 \subset I_3 \subset ... \subset I_{l_0} \subset I_{l_0} ...$$

Т.о. многообразие независимости полностью определяется базисом идеала порожденного конечным набором полиномов $\in I_{l_0}$. Например для гауссовских случайных полиномов $l_0 = 2$.

Для каждого идеала кольца $C[z_1,...,z_r]$ можно определить бесконечное множество базисов, но существует единственный базис, обладающий рядом замечательных свойств. Это редуцированный базис Грёбнера. Одно из этих свойств это то, что этот базис часто содержит последовательно исключенные переменные кольца $C[z_1,...,z_r]$, что позволяет легко найти решение любой системы полиномиальных моментов. Известен также алгоритм нахождения такого базиса – алгоритм Бухбергера [57,145].

Т.о. алгоритм нахождения многообразия независимости случайного полинома в общем виде предполагает нахождение базиса Грёбнера идеала I_{l_0} и затем решение полиномиальной системы уравнений, связывающей полиномы базиса Грёбнера.

Рассмотрим теперь роль полиномиальных кумулянтов в задании статистических связей между компонентами случайного вектора.

Пусть $\mathbf{x} \in R^n$ - случайный вектор, описываемый плотностью вероятности $f_x(x_1,...,x_n)$ в R^n. Пусть $x(z) \in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным вектором $\mathbf{x} \in R^n$. Для каждого $K^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)$ мы можем определить множество точек в пространстве C^r на котором значение полиномиального кумулянта имеет заданное значение $t \in C$:

$$\Xi^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t) = \left\{ z \in C^r : K^x{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r) = t \right\}. \quad (4.61)$$

В частном случае можем определить все возможные значения $z_1 \neq z_2$ для которых $x(z_1)$ и $x(z_2)$ имеют заданное значение 1-й корреляционной функции, решив систему полиномиальное уравнение вида:

$$\Xi^x_{1,0,0,1}(t) = \left\{ z \in C^r : K^x_{1,0,0,1}(z_1,z_2) = t, \quad t \in C \right\}. \quad (4.62)$$

Заданное таким образом для каждого t аффинное многообразие $\Xi^x_{1,0,0,1}(t)$ в C^2 будем называть многообразием ненулевой (или заданной) корреляции случайного полинома $x(z)$ первого порядка.

Очевидно, что многообразие нулевой корреляции 2-го порядка случайного полинома $x(z)$ можно получить пересечением многообразий заданной корреляции, соответствующих 1-й и 2-й ковариационной функции в виде:

$$\Xi^x_2 = \Xi^x_{1,0,0,1}(0) \cap \Xi^x_{1,1,0,0}(0).$$

Если мы сможем выбрать m различных комплексных чисел $\{c_0,...,c_{m-1}\}$, так что любая пара, составленная из этих чисел $\in \Xi^x_{1,0,0,1}(t)$, то мы можем определить линейное отображение вектора $\mathbf{x} \in R^n$ в вектор $\mathbf{y} \in C^m$ вида (4.52).

<u>Пример 4.8</u>. Пусть $x(z) \in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным гауссовым вектором с нулевым математическим ожиданием, независимыми компонентами и дисперсией компонент

σ^2, тогда многообразие ненулевой корреляции значений случайного полинома имеет вид:

$$\Xi^{x}_{1,0,0,1}(t)=\left\{z=(z_1,z_2)\in C^2 : z_1 z_2=\alpha_i(t),\ i=1,...,n-1\right\}, \qquad (4.63)$$

где: $\{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}\}$ - корни полинома $P(x)$.

$$P(x)=(1-t/\sigma^2)+x+x^2+...+x^{n-1}. \qquad (4.64)$$

Пусть $x_1(z), x_2(z)$ независимые случайные полиномы и $\Xi^{x_1}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_1), \Xi^{x_2}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_2)$, соответствующие им многообразия ненулевой корреляции.

Тогда многообразия нулевой корреляции, возникающие в результате произведения и суммы соответствующих полиномов, описываются следующими выражениями:

$$\Xi^{x_1 x_2}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0)=\Xi^{x_1}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0)\,\Upsilon\,\Xi^{x_1}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0), \qquad (4.65)$$

$$\Xi^{x_1+x_2}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0)=\Xi^{x_1}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t)\,\mathrm{I}\,\Xi^{x_2}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(-t). \qquad (4.66)$$

Пусть $x_1(z), x_2(z),..., x_n(z)$ набор независимых случайных полиномов и $\Xi^{x_1}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_1),...,\Xi^{x_n}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_n)$ соответствующие им многообразия заданной корреляции, тогда:

$$\Xi^{x_1...x_n}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0)=\mathop{\Upsilon}_{i=1}^{n}\Xi^{x_i}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0) \qquad (4.67)$$

$$\Xi^{x_1...x_n}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_1 t_2..t_n)=\mathop{\mathrm{I}}_{i=1}^{n}\Xi^{x_i}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_i) \qquad (4.68)$$

$$\Xi^{x_1+x_2+...+x_n}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_1+t_2+...+t_n)=\mathop{\mathrm{I}}_{i=1}^{n}\Xi^{x_i}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(t_i) \qquad (4.69)$$

В заключение сформулируем важное для дальнейших приложений свойство аффинных многообразий.

Многообразие $\Xi\subset C^r$ называется неприводимым, если оно может быть представлено в виде $\Xi=\Xi_1\,\Upsilon\,\Xi_2$, где Ξ_1 и Ξ_2 аффинные многообразия, в том и только том случае, когда или $\Xi_1=\Xi$, или $\Xi_2=\Xi$.

Если $\Xi\subset C^r$ - аффинное многообразие, тогда существует единственное разложение вида:

$$\Xi=\mathop{\Upsilon}_{i=1}^{n}\Xi_i, \qquad (4.70)$$

где каждое Ξ_i - неприводимое многообразие и $\Xi_i \not\subset \Xi_j \quad i \neq j$.

Т.о. любое аффинное многообразие может быть получено конечным объединением неприводимых многообразий или разложено в такое объединение. Данный факт является следствием теоремы Гильберта о конечной порожденности идеала [57].

Рассмотрим некоторые примеры приводимых и неприводимых многообразий, порожденных полиномиальными кумулянтами.

<u>Пример 4.9</u>. Пусть $x(z) \in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным вектором с нулевым математическим ожиданием и независимыми компонентами. Тогда многообразие нулевой корреляции случайного полинома может быть факторизовано в объединение $n-1$ неприводимых многообразий:

$$\Xi^{x}_{1,0,0,1}(0) = \bigcup_{i=1}^{n-1} \Xi_i , \tag{4.71}$$

где: $\Xi_i = \left\{ z = (z_1, z_2) \in C^2 : z_1 z_2 = \alpha_i \right\}$ и $\{\alpha_1, ..., \alpha_{n-1}\}$ - корни полинома $1 + x + x^2 + ... + x^{n-1}$.

<u>Пример 4.10</u>. Пусть $x(z) \in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином первой степени, ковариация коэффициентов которого $r_{01} \neq 0$. Тогда $K^{x}_{1,1,0,0}(z_1, z_2) = r_{00} + r_{11} z_1 z_2 + r_{01}(z_1 + z_2)$. Этот многочлен является приводимым, только если $r_{00} r_{11} - r_{01}^2 = 0$. Что невозможно в силу свойств ковариации двух статистически связанных случайных величин, т.к. $r_{00} r_{11} > r_{01}^2$. Т.о. в данном примере $\Xi^{x}_{1,1,0,0}(0)$ - неприводимо.

В рассмотренных примерах мы неявно использовали связь между неприводимыми многообразиями и простыми идеалами кольца полиномов. Для случая, когда многообразие порождается одним полиномом, его неприводимость эквивалентна просто неприводимости порождающего полинома. Если многообразие порождено набором полиномов, то его неприводимость связана с простотой соответствующего идеала (см. [57]).

4.2.2. Слепая идентификация канала, как решение системы полиномиальных уравнений

Уравнение, связывающее полиномиальные кумулянты на входе и выходе идентифицируемой системы с пассивной паузой (Рис.1.3.б) можно записать в следующем виде:

$$K^{y}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)=$$
$$=h(z_1)^{k_1}...h(z_r)^{k_r}\,h^{*}(z_1)^{m_1}...h^{*}(z_r)^{m_r}\,K^{x}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)+$$
$$+K^{v}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r) \tag{4.72}$$

В некоторых приложениях СОС, например, для систем связи, статистика передаваемого сообщения и аддитивного шума часто известна получателю. В этом случае, если бы мы имели точную оценку полиномиального кумулянта $K^{y}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1,z_2,...,z_r)$, то алгоритм идентификации сводился бы к элементарным операциям в кольце $C[z_1,...,z_r]$. Конечно, нам доступны только выборочные статистики и в этом случае операция деления не всегда возможна, но кроме этого, для системы общего вида (Рис.1.3.а,г) полиномиальный момент выходного сигнала нельзя записать в виде линейных комбинаций полиномов в кольце $C[z_1,...,z_r]$ вида (4.72).

Для преодоления этих трудностей перепишем (2.21) в виде:

$$y(z)=\sum_{i=0}^{L-1}h_i x_i(z), \tag{4.73}$$

где: $x_i(z)=\sum_{k=0}^{N-L-1}x_{k+i}z^{k},\ i=1,...,L-1$.

Тогда мы можем записать полиномиальные кумулянты выходной последовательности в кольце полиномов $C[h_0,...,h_{L-1},z_1,...,z_r]$.

Уравнения для кумулянтов на входе и выходе системы можно записать, подставив (4.73) в (4.46). Например, для симметричных полиномиальных кумулянтов, эти уравнения имеют вид:

$$K_r^{y}(h_0,...,h_{L-1},z_1,z_2,...,z_r)=$$
$$=\sum_{i_1=0}^{L-1}...\sum_{i_r=0}^{L-1}h_{i_1}...h_{i_r}F^{x}_{i_1,...,i_r}(z_1,z_2,...,z_r)+K_r^{v}(z_1,z_2,...,z_r), \tag{4.74}$$

где: $F^{x}_{i_1,...,i_r}(z_1,z_2,...,z_r)=cum\{x_{i_1}(z_1)...x_{i_r}(z_r)\}$.

Задавая различные точки в C^r $\Omega_r=\{z_1^{(k)},z_2^{(k)},...,z_r^{(k)},k=0,...,L-1\}$ из (4.74) получим систему L полиномиальных уравнений:

$$\begin{cases} f_0\left(h_0,...,h_{L-1},z_1^{(0)},...,z_r^{(0)}\right)=0 \\ \text{M} \\ f_{L-1}\left(h_0,...,h_{L-1},z_1^{(L-1)},...,z_r^{(L-1)}\right)=0 \end{cases} \tag{4.75}$$

где:

$$f_k\left(h_0,...,h_{L-1},z_1^{(k)},...,z_r^{(k)}\right)= \\ \sum_{i_1=0}^{L-1}...\sum_{i_r=0}^{L-1}h_{i_1}...h_{i_r}F^x_{i_1,...,i_r}\left(z_1^{(0)},...,z_r^{(0)}\right)+\hat{K}_r^y\left(z_1^{(0)},...,z_r^{(0)}\right)- \\ -\hat{K}_r^y\left(z_1^{(0)},...,z_r^{(0)}\right) \tag{4.76}$$

и $\hat{K}_r^y\left(z_1,...,z_r\right)$ - выборочный полиномиальный кумулянт.

Данная система уравнений определяет аффинное многообразие Ξ^f в C^L и соответствующий ему идеал $I=\langle f_0,...,f_{L-1}\rangle$ в кольце полиномов $C[h_0,...,h_{L-1}]$.

При решении системы (4.75) возможны два случая:

1) число решений конечно и не превосходит r^L, т.е. многообразие (4.75) состоит из конечного множества точек в пространстве C^L, или другими словами нульмерно;

2) число решений бесконечно, т.е. многообразие (4.75) является кривой, поверхностью или гиперповерхностью в C^L, т.е. размерность его >0.

Этот факт хорошо известен в алгебраической геометрии как теорема Безу [67]. Идентифицируемость системы в данном случае тесно связана с вопросом о размерности многообразия Ξ^f. Для алгебраически замкнутого поля (в нашем случае это так) размерность многообразия определяется аффинной функцией Гильберта идеала $I\left(\Xi^f\right)$ [57]. Определение размерности аффинного многообразия в общем случае довольно сложная задача. Однако в большинстве случаев интуитивное представление о размерности геометрического объекта совпадает со строгим определением. Т.е. размерность точки – 0, кривой – 1, поверхности -2 и т.п.

В нашей задаче, при выполнении условий теорем статистической идентифицируемости канала Т.7 и Т.8, при соответствующем выборе Ω_r

многообразия типа (4.75) обычно нульмерны, и имеют конечное множество решений.

Задача решения систем полиномиальных уравнений - это область современной математики тесно связанная с алгебраической геометрией и коммутативной алгеброй, причем некоторые существенные результаты в этой области получены относительно недавно, что стимулировало работы по получению новых методов решения задач в приложениях. Примером этому являются результаты данной главы.

Для решения полиномиальных систем небольшой размерности используются методы, основанные на теории результантов. Простые примеры решения полиномиальных систем можно найти в [1], общую теорию результантов в [57,68]. Использование данных методов для систем общего вида ограничено их громоздкостью.

В соответствии с теоремой Гильберта «О конечной порожденности идеала» любой идеал кольца $\mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]$ имеет конечное число порождающих полиномов, составляющих базис идеала.

Поэтому один из возможных путей решения (4.75) - это выбор более подходящих для решения системы базисных полиномов идеала $I(\Xi^f)$ (здесь $I(\Xi^f)$ - множество всех полиномов кольца $\mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]$ нули которых $\in$ Ξ^f).

Обычно для решения подобных систем выбирают базис Грёбнера, который состоит из полиномов, содержащих последовательно исключенные переменные $h_0,...,h_{L-1}$ [57].

Данный подход сводится к методу Гаусса при решении систем линейных уравнений. К сожалению, метод крайне сложен с вычислительной точки зрения и не адаптирован к ошибкам задания коэффициентов. Более приемлемый вариант этого алгоритма описан в [63].

Другой путь основан на теореме Штеттера [69]. Если Ξ^f нульмерно, то факторкольцо $\mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]/I$ как векторное пространство изоморфно конечномерному векторному пространству T^s.

Факторкольцом $\mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]/I$ по идеалу I называется множество классов эквивалентности по отношению к сравнимости по модулю I, т.е.:

$$\mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]/I = \{[f] : f \in \mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}]\},$$

где: $[f] = \{g \in \mathbf{C}[h_0,...,h_{L-1}] : g \equiv f \bmod I\}$.

Этот факт позволяет решать систему полиномиальных уравнений методами линейной алгебры. Традиционный путь решения системы (4.75), это сведение её к задаче поиска собственных чисел и векторов линейных

операторов специального вида, определенных на конечномерном векторном пространстве, соответствующему факторкольцу $C[h_0,...,h_{L-1}]/I$ [57].

Пространство T^s образовано линейным многообразием всех мономов $\{1,t_2,t_3,...,t_s\}$, принадлежащих дополнению мономиального идеала $\langle LT(I)\rangle$ (идеал, порожденный старшими мономами полиномов из I) [57].

Этот факт позволяет свести задачу (4.75) к задаче поиска собственных значений линейных операторов специального вида, определенных на T^s.

Теорема Штеттера, полученная относительно недавно, является обобщением известного подхода к вычислению корней полинома от одной переменной через собственные числа матрицы Фробениуса.

Пусть $\mathbf{M}_g$ - матрица линейного оператора, отображающая $T^s \to T^s$ так, что для любого полинома $g \in T^s$ найдется $(s \times s)$ матрица $\mathbf{M}_g$ с элементами $\{m_{i,j}\}$, $i,j = 0,...,s-1$ такими, что:

$$gt_j - \sum_{i=0}^{s-1} m_{ij} t_i = f_j \in I \tag{4.77}$$

При этом, если λ_j, $j = 0,...,s-1$ - собственные числа матрицы $\mathbf{M}_g$, и $\alpha^{(j)} = (\alpha_0,...,\alpha_{L-1})$ одно из $(r)^L$ решений системы уравнений (4.75), то собственное пространство соответствующее ненулевому собственному числу λ_j может быть построено с помощью собственного вектора $\left(1,t_2\left(\alpha^{(j)}\right),...,t_s\left(\alpha^{(j)}\right)\right)$.

Т.о. найдя все различные ненулевые собственные числа матрицы $\mathbf{M}_g$ и соответствующие им собственные вектора, мы получим все решения системы полиномиальных уравнений (4.75).

Недостатком данного метода является неопределенность выбора полинома $g \in T^s$ и неустойчивость решения при возмущении коэффициентов системы уравнений (4.75). Для преодоления последнего недостатка мы пользуемся далее методом регуляризации.

Т.о., используя полиномиальные статистики, мы свели решение задачи слепой идентификации к задаче решения систем полиномиальных уравнений от многих переменных [63,65].

Данный подход является обобщением подхода, основанного на использовании полиспектров (п. 4.1.1). Соответственно предложенному ме-

тоду присущи и некоторые общие недостатки методов, использующих моментные и кумулянтные функции. Это, прежде всего медленная сходимость получаемых оценок. Однако, как мы покажем далее, в рамках используемого подхода мы будем иметь возможности дополнительной оптимизации параметров алгоритма.

Проиллюстрируем эти возможности на примере слепой идентификации скалярного канала с нестационарным входом по статистикам второго порядка. Запишем уравнение полиномиальных кумулянтов 2-го порядка, соответствующих модели системы вида (4.75) в виде:

$$K^{y}_{1,1,0,0}(z_1,z_2)-K^{v}_{1,1,0,0}(z_1,z_2)=\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}h_i h_j F^{x}_{i,j}(z_1,z_2). \qquad (4.78)$$

Где:

$$\begin{aligned} &K^{y}_{1,1,0,0}(z_1,z_2)=\mathbf{M}\{y(z_1)y(z_2)\},\\ &K^{y}_{1,1,0,0}(z_1,z_2)=\mathbf{M}\{v(z_1)v(z_2)\},\\ &F^{x}_{i,j}(z_1,z_2)=\mathbf{M}\{x_i(z_1)x_j(z_2)\}. \end{aligned} \qquad (4.79)$$

В частности, если отсчеты входного сигнала некоррелированны, имеют нестационарную дисперсию $\{\sigma_i^2\}$ и нулевое математическое ожидание, то соответствующие полиномиальные моменты входной последовательности в (4.79) имеют вид:

$$\begin{aligned} &F^{x}_{0,0}(z_1,z_2)=\sum_{k=0}^{n-L-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k,\\ &F^{x}_{i,j}(z_1,z_2)=\\ &=\frac{1}{z_1^i z_2^j}\left(\begin{array}{l} F^{x}_{0,0}(z_1,z_2)+\\ +\sum\limits_{k=0}^{\min(i-1,j-1)}(z_1z_2)^k\left(\sigma_k^2+(z_1z_2)^{n-L+1}\lambda^2_{n-L+k}\right)-\\ -\sum\limits_{k=0}^{i-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k-\sum\limits_{k=0}^{j-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k \end{array}\right),\\ &i,j=1,\ldots,L-1. \end{aligned} \qquad (4.80)$$

Задавая различные точки в C^2, соответствующие значениям формальным переменных $(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}), k = 0,...,s-1$ в (4.78), получим систему полиномиальных уравнений (4.75), связывающую искомые переменные $h_0, h_1,..., h_{L-1}$.

Для идентифицируемой системы число решений конечно и не превосходит 2^L.

Заметим, что все полиномы системы уравнений (4.75) образованы мономами вида $\{h_i h_j\}$. Введем новые переменные $\{u_1, u_2,..., u_s\}$, где $s = \sum_{k=0}^{L-1}(L-k)$, таким образом, что $\{u_1 = h_0^2, u_2 = h_1^2,..., u_k = h_i h_j,...\}$, тогда систему (4.75) можно записать в виде системы линейных уравнений:

$$\mathbf{Pu} = \mathbf{q}, \tag{4.81}$$

где: элементы матрицы $\mathbf{P}$, $p_{k,m} = F^x_{i(m),j(m)}\left(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}\right)$, а элементы вектора $\mathbf{q}$, $q_k = K^y_{2,0}\left(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}\right) - K^v_{2,0}\left(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}\right)$. Если выполняются условия идентифицируемости, заданные теоремой Т.8, то система уравнений (4.81) совместна и ранг матрицы $\mathbf{P}$ равен s. Тогда найдется единственный вектор $(\theta_1,..., \theta_s)$, такой, что система (4.75), эквивалентна системе полиномиальных уравнений вида:

$$\begin{cases} u_1 = \theta_1, \\ ... \\ u_s = \theta_s. \end{cases} \tag{4.82}$$

Для системы уравнений (4.82) легко определить мономы, принадлежащие дополнению мономиального идеала $\langle LT(I) \rangle$, это $1, h_0,... h_{L-1}$. Пусть $g = h_0$, тогда матрица $\mathbf{M}_g$ имеет вид:

$$\mathbf{M}_g = \begin{pmatrix} 0 & 1 & ... & 0 \\ \theta_1 & 0 & ... & 0 \\ \text{M} & 0 & ... & 0 \\ \theta_L & 0 & ... & 0 \end{pmatrix} \tag{4.83}$$

У такой матрицы только два собственных числа будут отличны от нуля, что соответствует 2-м решениям системы (4.75), отличающимся на постоянный множитель. Пусть $\boldsymbol{\upsilon}$ - собственный вектор соответствующий

ненулевому собственному числу матрицы $\mathbf{M}_g$, тогда оценка канала непосредственно дается $(\upsilon_2,...\upsilon_{L+1})$ компонентами вектора $\boldsymbol{\upsilon}$.

Поскольку вектор $\mathbf{q}$ системы (4.81) известен нам с погрешностью, вызванной аддитивным шумом и использованием выборочной ковариационной матрицы наблюдаемых сигналов, то решение системы будет сопровождаться погрешностью, величина которой зависит от отношения сигнал шум и числа реализаций сигнала, используемых для оценки ковариационной матрицы. Поэтому для решения системы (4.81) мы используем метод регуляризации Тихонова.

Как отмечалось выше, недостатком метода Штеттера является неопределенность выбора матрицы $\mathbf{M}_g$. Однако для решения простых систем полиномиальных уравнений типа (4.82) мы можем использовать базис Грёбнера.

Если система уравнений (4.82) совместна и ранг матрицы $\mathbf{P}$ равен s, то идеал $I = \langle f_0,...,f_{L-1}\rangle$ равен идеалу $I_u = \langle u_1-\alpha_1, u_2-\alpha_2,...,u_s-\alpha_s\rangle$, где $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_s$ единственное решение (4.81), а $\{u_1,u_2,...,u_s\}$ это, мономы в $C[h_0,...,h_{L-1}]$.

Вычисляя базис Грёбнера идеала $\langle u_1-\alpha_1, u_2-\alpha_2,...,u_s-\alpha_s\rangle$, получим идеал $\langle g_1,...,g_L\rangle$, где образующие полиномы содержат последовательно исключенные переменные кольца $C[h_0,...,h_{L-1}]$.

Конечно, теоретически возможно построение базиса Грёбнера идеала I непосредственно по полиномам $\langle f_0,...,f_{L-1}\rangle$, однако обычно вычисление базиса в кольце полиномов над полем комплексных чисел крайне трудная задача, особенно в общем виде, поэтому сведение множества формирующих полиномов идеала к полиномам более простого вида сложно переоценить.

Пусть в общем случае нестационарная модуляция такова, что $Rank(\mathbf{P}) = s$ и слепая идентификация возможна по статистикам второго порядка. Тогда базис Грёбнера идеала I образован полиномами следующего вида $\left\langle \alpha_L h_0 - h_{L-1}\alpha_1, \alpha_L h_1 - \alpha_2 h_{L-1},...,\alpha_1 h_{L-1}^2 - \alpha_L^2\right\rangle$.

Проиллюстрируем предлагаемый подход на следующем примере в отсутствии аддитивного шума.

<u>Пример 4.11.</u> Пусть ИХ канала имеет вид $\mathbf{h} = (0.7,1.0,0.7)$, пусть мы имеем нестационарную по дисперсии входную последовательность длины

$N = 10$, $\sigma_i^2 = \left(1 + 1/\left(1+i\right)\right)^{1/2}$ (случай Рис.1.3.г). Тогда в соответствии с (4.81) и $z_1^{(k)} = 1$ и $z_2^{(k)} = k$, матрица $\mathbf{P}$ имеет вид:

$$\mathrm{P} = \begin{pmatrix} 11.929 & 21.858 & 18.858 & 12.02 & 21.04 & 11.603 \\ 1.141\times 10^3 & 1.709\times 10^3 & 1.421\times 10^3 & 1.128\times 10^3 & 1.69\times 10^3 & 1.118\times 10^3 \\ 3.267\times 10^4 & 4.355\times 10^4 & 3.629\times 10^4 & 3.236\times 10^4 & 4.315\times 10^4 & 3.211\times 10^4 \\ 3.859\times 10^5 & 4.824\times 10^5 & 4.1\times 10^5 & 3.824\times 10^5 & 4.781\times 10^5 & 3.796\times 10^5 \\ 2.693\times 10^6 & 3.231\times 10^6 & 2.801\times 10^6 & 2.669\times 10^6 & 3.203\times 10^6 & 2.65\times 10^6 \\ 1.333\times 10^7 & 1.555\times 10^7 & 1.37\times 10^7 & 1.322\times 10^7 & 1.542\times 10^7 & 1.312\times 10^7 \end{pmatrix} \quad \mathrm{q} = \begin{pmatrix} 62.819 \\ 5.311\times 10^3 \\ 1.426\times 10^5 \\ 1.631\times 10^6 \\ 1.116\times 10^7 \\ 5.457\times 10^7 \end{pmatrix}$$

Легко проверить, что $Rank\left(\mathbf{P}\right) = 6$, система совместна и имеет единственное решение. Тогда идеал I_u определен, как:

$$I_u = \left\langle u_1 - 0.49, u_2 - 0.7, u_3 - 0.49, u_4 - 1, u_5 - 0.7, u_6 - 0.49 \right\rangle .$$

Вычисляя базис Грёбнера, получим:

$$I_u = \left\langle h_0 - h_2, 7h_1 - 10h_2, 100h_2^2 - 49 \right\rangle .$$

Из этого выражения видно, что многообразие (4.75) состоит только из двух точек: $\mathbf{h}_1 = \left(0.7, 1, 0.7\right)$ и $\mathbf{h}_2 = \left(-0.7, -1, -0.7\right)$, т.е. система идентифицируема с точностью до знака.

Приведем далее результаты моделирования работы алгоритма слепой идентификации по статистикам 2-го порядка для случая периодической нестационарной модуляции информационной последовательности. Относительная погрешность оценки импульсной характеристики оценивалась по формуле (3.30).

Моделирование проводилось для информационной последовательности типа белого гауссовского шума, дисперсия отсчетов которой, задавалась модулирующей последовательностью.

Вектор неизвестного канала: $\mathbf{h} = \left(0.7, 1.0, 0.7\right)$. Период модулирующей последовательности в отсчетах 10. Для восстановления канала использовался алгоритм решения полиномиальных уравнений на основе метода Штеттера.

Модулирующие последовательности, использованные при моделировании, показаны на Рис.4.6. и Рис.4.7.

Для модулирующей последовательности, показанной на Рис.4.6, для $A = 2, 4, 10$ результаты моделирования показаны на Рис.4.8 - Рис.4.10 соответственно.

Кроме графиков погрешности алгоритма слепой идентификации для разных длин информационной последовательности, на всех рисунках для

сравнения показана погрешность оценки импульсной характеристики канала по одному тестовому импульсу.

Для модулирующей последовательности на Рис.4.7, результаты моделирования показаны на Рис.4.11.

Общая характеристика алгоритма, как уже отмечалось выше, характерная для всех методов статистической идентификации в скалярном канале, - это относительно низкая скорость сходимости.

Однако для модулирующей последовательности при $A = 10$ (Рис.4.10) погрешность слабо зависит от длины информационного блока, и при высоком отношении сигнал/шум может быть вполне конкурентоспособной, по сравнению с оценкой по тестовому сигналу уже при числе реализаций $N = 100...200$.

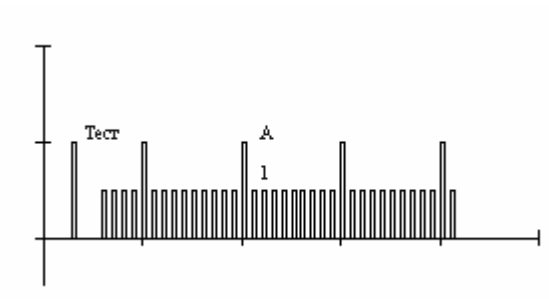

Рис.4.6. Модулирующая последовательность типа «тест на фоне информации».

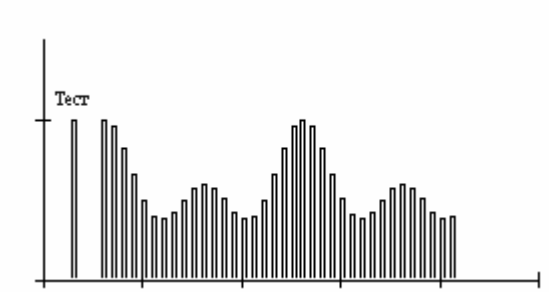

Рис.4.7. Гармоническая модулирующая последовательность.

Модулирующая последовательность на Рис.4.7 характерна тем, что имеет постоянный модуль комплексной огибающей и может быть использована в системах с ФМ2 или АИМ модуляцией [23]. Если длина информационной последовательности > 2000, то погрешность оценки становится

меньше погрешности оценки по тестовому сигналу, даже при небольших отношениях сигнал/шум.

Погрешность алгоритма слепой идентификации уменьшается при увеличении длины информационной последовательности и уменьшении периода модулирующей последовательности.

Помимо объективных факторов, на погрешность алгоритма влияет выбор точек в C^2, соответствующих значениям формальным переменных $(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}), k = 0,..., s-1$. Кроме того, использование метода регуляризации при решении системы (4.81) требует оптимального выбора параметра регуляризации. При моделировании использовалось метод Монте-Карло для оптимизации этих параметров алгоритма.

Т.о., предложенный подход к синтезу алгоритмов слепой идентификации на основе полиномиальных статистик, позволяет синтезировать различные алгоритмы слепой идентификации для скалярных каналов со стационарным и нестационарным входом, различных распределений входных символов.

В отличие от подхода на основе полиспектров, в данном случае может быть снижена неопределенность выбора набора кумулянтных функций по крайней мере в отношении процедуры синтеза алгоритма. Отметим, что данный подход может быть обобщен и на случай векторного канала.

В скалярном канале, т.е. в канале с одним входом и выходом, алгоритмы слепой идентификации, как правило, требуют некоторой статистической выборки информационных блоков на выходе канала для построения оценки.

Качественно, без привязки к конкретному методу идентификации и свойствам канала, для получения слепой оценки в скалярном канале требуется информационная последовательность, длина которой обычно на 2 порядка превышает длину канала. При этом качество оценки приближается к оценке по тестовому сигналу.

Использованные в данном разделе методы слепой идентификации предложены автором в [63,65]. Вместе с тем необходимо отметить, что решение задачи слепой идентификации с помощью методов решения систем полиномиальных уравнений от многих переменных, полученных по обычным ковариационным матрицам, в частном случае слепой идентификации систем связи с квадратурной амплитудной модуляцией, было предложено в работах [70,71].

В отличие от этих работ, развитый в данном разделе подход не ограничен конечным алфавитом и специальным видом ковариационных матриц, поскольку основан на полиномиальных статистиках общего вида.

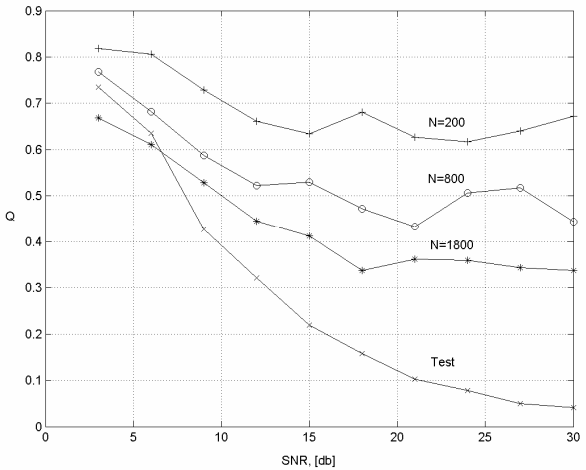

Рис.4.8. Относительная погрешность идентификации Q, в зависимости от отношения сигнал-шум [Дб] для различной длины информационного блока, в сравнении с оценкой по тестовому импульсу, A=2.

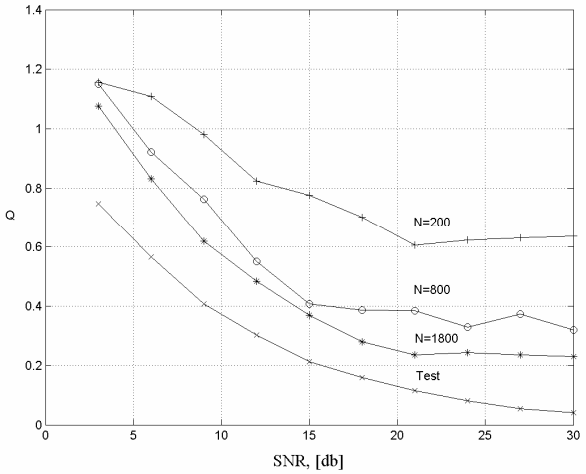

Рис.4.9. Относительная погрешность идентификации Q, в зависимости от отношения сигнал-шум [Дб] для различного числа реализаций в сравнении с оценкой по тестовому импульсу, A=4.

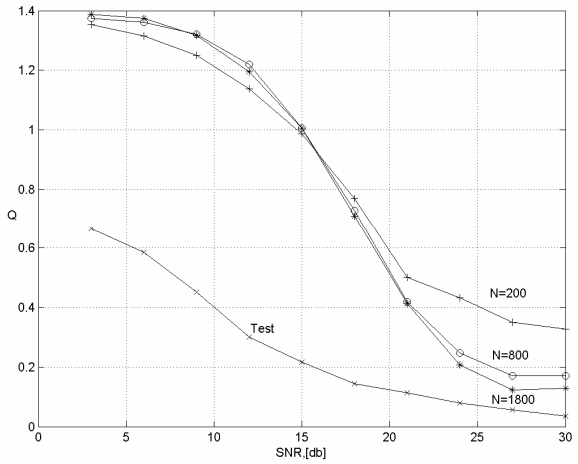

Рис.4.10. Относительная погрешность идентификации Q, в зависимости от отношения сигнал-шум [Дб] для различного числа реализаций в сравнении с оценкой по тестовому импульсу, A=10.

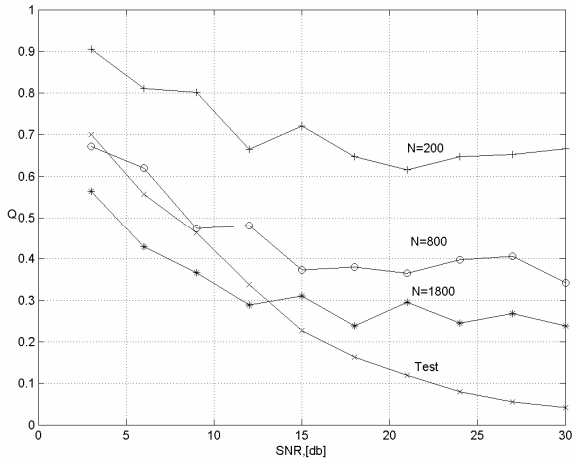

Рис.4.11. Относительная погрешность идентификации Q, в зависимости от отношения сигнал-шум [Дб] для различного числа реализаций в сравнении с оценкой по тестовому импульсу, для гармонической модулирующей последовательности.

4.2.3. Идентификация канала, основанная на факторизации аффинных многообразий

В данном разделе мы рассмотрим алгоритм статистической слепой идентификации скалярного канала, описываемого моделью системы с пассивной паузой (см. Рис.1.3.б).

В этом случае мы полагаем, что входная последовательность имеет конечную длину и нам доступно некоторое множество реализаций, число которых достаточно для статистической идентификации.

Тогда выражение (4.34) можно записать в виде произведения полиномов положительной степени над полем комплексных чисел $C[z]$:

$$y(z) = h(z)x(z) + v(z), \tag{4.84}$$

Уравнение, связывающее полиномиальные кумулянты на входе и выходе идентифицируемой системы с пассивной паузой (4.72) записано нами ранее.

В предыдущем разделе мы полагали, что полиномиальный кумулянт информационного сигнала $K^{x}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1, z_2,..., z_r)$ нам известен, что мы и использовали при построении алгоритма идентификации.

Однако часто о статистике информационной последовательности имеются лишь весьма общие предположения (нестационарность, негауссовость, независимость отсчетов информационной последовательности) или вообще подобная информация отсутствует.

Покажем, что в этом случае для слепой идентификации мы можем использовать структуру многообразий нулевой корреляции многообразий наблюдаемого сигнала.

Поскольку мы все же полагаем, что статистика шума известна, то выражение для многообразия нулевой корреляции принятого сигнала, в соответствии с (4.65), можно записать в виде:

$$\Xi^{y-v}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0) = \Xi^{h}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0) \,\mathrm{Y}\, \Xi^{x}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0), \tag{4.85}$$

где:

$$\Xi^{h}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0) = \\ = \left\{ z \in C^r : (h(z_1))^{k_1} ... (h(z_r))^{k_r} \left(h^*(z_1)\right)^{m_1} ... \left(h^*(z_r)\right)^{m_r} = 0 \right\}, \tag{4.86}$$

$$\Xi^{y-v}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(0) = \\ = \left\{ \begin{matrix} z \in C^r : \hat{K}^{y}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1, z_2,..., z_r) - \\ - K^{v}{}_{k_1,...,k_r,m_1,...,m_r}(z_1, z_2,..., z_r) = 0 \end{matrix} \right\}. \tag{4.87}$$

Поскольку полином от одной переменной в поле комплексных чисел всегда имеет полный набор корней, то, очевидно, что многообразие $\Xi^h{}_{k_1,\ldots,k_r,m_1,\ldots,m_r}(0)$ нульмерно и состоит из конечного числа точек, соответствующих нулям полинома канала. Причем это многообразие может быть факторизовано в объединение не более $(L-1)^{2r}$ простейших многообразий, описывающих точки в C^r.

С другой стороны многообразие нулевой корреляции, порождаемое информационной последовательностью, также может быть факторизовано в объединение неприводимых многообразий (Пример 4.9) или остается неприводимым (Пример 4.10).

Т.о. свойство неприводимости многообразия не может являться определяющим фактором разделения параметров канала и информационной последовательности.

Однако фактором разделения может стать размерность многообразия. Например, если многообразие, порожденное полиномом канала нульмерно, а многообразие нулевой корреляции информационного сигнала имеет размерность ≥ 1, то нули канала и информационной последовательности могут быть отделены некоторой процедурой селекции многообразий по их размерности [60,64].

Рассмотрим в качестве примера случай идентификации по полиномиальным статистикам второго порядка, в частном случае независимых, одинаково распределенных отсчетов информационной последовательности (Пример 4.9) в отсутствии шума.

Тогда факторизация многообразий нулевой корреляции наблюдаемого сигнала в C^2 имеет вид:

$$\Xi^y_{1,0,0,1}(0) = \Xi^h_{1,0,0,1}(0) \Upsilon \Xi^x_{1,0,0,1}(0). \tag{4.88}$$

В соответствии с (4.71) многообразие $\Xi^x_{1,0,0,1}(0)$ является пучком кривых в C^2 и имеет размерность 1. Как уже отмечалось выше $\Xi^h_{1,0,0,1}(0)$ нульмерно.

Анализируя разложение (4.88) с учетом размерности простейших многообразий, можно разделить априори неизвестные многообразия канала и информационной последовательности, выбирая различные сечения $\Xi^y_{1,0,0,1}(0)$.

Пусть:

$$\mathbf{W}(c) = \mathrm{roots}\left(K^{y}_{1,0,0,1_{y-N}}(z,c) \right) \tag{4.89}$$

где: $\mathbf{W}(c)$ – вектор комплексных корней полинома одной переменной z; c – константа, определяющая сечение аффинного многообразия; $\mathrm{roots}(\ )$ – алгоритм вычисления корней полинома одной переменной с учетом их кратностей.

Принцип разделения корней неизвестного канала и корней, индуцированных информационной последовательностью заключается в следующем: изменение значения c приводит к перемещению корней, связанных с информационной последовательностью по многообразию $\Xi^{x}_{1,0,0,1}(0)$, в тоже время как корни, индуцированные неизвестным каналом, остаются на месте, что и позволяет осуществить их однозначное разделение.

Проиллюстрируем данный факт на примере идентификации ЛЧМ сигнала. На Рис.4.12. на комплексной плоскости показаны значения функции (4.89) для двух значений c в отсутствии шума и погрешности, возникающей при оценке ковариационной матрицы по выборке конечного размера.

При изменении c корни, индуцированные информационным сигналом, расположенные на окружности, на Рис.4.12.а и Рис.4.12.б все ближе к точке (0,0). В тоже время корни системной функции канала неподвижны.

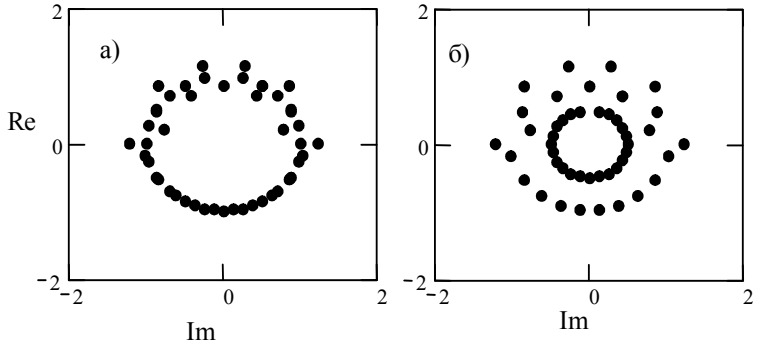

Рис.4.12. Идентификация корней системной функции канала вида $h(k) = \exp\left(j\pi\pi^2 / N \right)$, $k = 0,...N-1$, N=24, а) $\mathbf{W}(1)$, б) $\mathbf{W}(2)$.

Использование выборочных моментов ограничивает диапазон перемещения корней полиномиального кумулянта. Аддитивный шум приводит

к перемещению, в том числе, корней системной функции, что может привести при высоком уровне шумов к неоднозначному восстановлению.

В этом случае алгоритм слепой идентификации сводится к следующей последовательности действий:

1. По M реализациям сигнала оценивается полиномиальная ковариация $\hat{K}_{1,0,0,1}^{y-v}\left(z_1, z_2\right)$;
2. Вычисляются вектора, содержащие корни полиномов от одной переменной $\mathbf{r}_1 = \mathrm{roots}\left(\hat{K}_{1,0,0,1}^{y-v}\left(z_1, z_2^1\right)\right)$ и $\mathbf{r}_2 = \mathrm{roots}\left(\hat{K}_{1,0,0,1}^{y-v}\left(z_1, z_2^2\right)\right)$, $z_2^1 \neq z_2^2$;
3. Формируется вектор $\mathbf{r}_h$, содержащий L наиболее близких корней в плоскости C по критерию $\left\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right\|_2 \leq \varepsilon\left(\sigma^2\right)$, где σ^2 - дисперсия шума;
4. Вычисляют оценку канала: $\hat{\mathbf{h}} = \mathrm{roots}^{-1}\left(\mathbf{r}_h\right)$.

На Рис.4.13, Рис.4.14 показаны результаты математического моделирования данного алгоритма слепой идентификации канала по двум сечениям многообразия нулевой корреляции $\Xi_{1,0,0,1}^{y-v}(0) \subset C^2$.

Отсчеты импульсной характеристики $(0.75,1,0.75)$. Сечения взяты на плоскостях $\left\{z_2^1 = 1\right\}$ и $\left\{z_2^2 = 0.9\right\}$.

На Рис.4.13 показана зависимость относительной погрешности оценки импульсной характеристики канала в зависимости от отношения сигнал-шум для различных значений $\varepsilon\left(\sigma^2\right)$.

Характерная особенность алгоритма, это то, что при $\sigma^2 \to 0$ и $\gamma \to 0$ число реализаций $N \to 2$. Это существенное отличие от алгоритмов, использующих оценки моментов. Недостатком алгоритма является низкая помехоустойчивость.

На Рис.4.14 показана зависимость относительной погрешности оценки импульсной характеристики в зависимости от числа реализаций для различных значений $\varepsilon\left(\sigma^2\right)$.

В сравнении с алгоритмами предыдущего раздела, а также алгоритмами, основанными на использовании спектров высокого порядка, данный алгоритм требует примерно на два порядка меньше числа реализаций, но

обладает более низкой помехоустойчивостью. Кроме того, погрешность алгоритма существенно возрастает при увеличении длины канала.

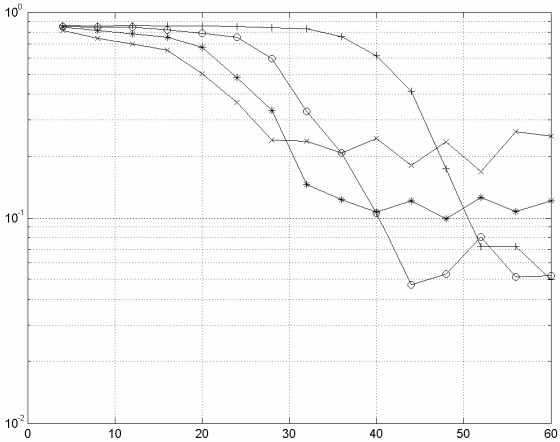

Рис.4.13. Относительная погрешность в зависимости от SNR для различных ε =0.01 («+»), ε =0.03 («o»), ε =0.05 («*»), ε =0.07 («×»), N=100.

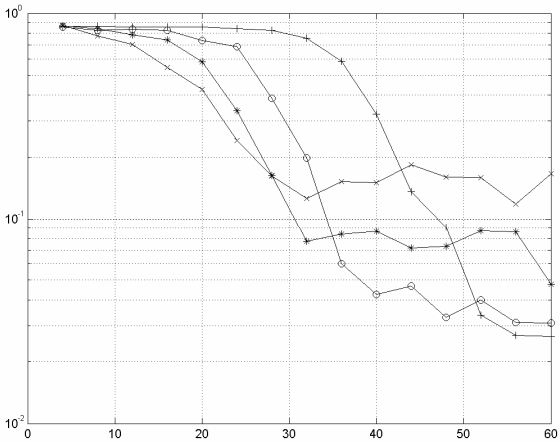

Рис.4.14. Относительная погрешность в зависимости от N, для различных ε =0.01 («+»), ε =0.03 («o»), ε =0.05 («*»), ε =0.07 («×»), для SNR(ε).

4.2.4. Идентификация канала, основанная на использовании многообразий ненулевой корреляции

Алгоритм, более приспособленный для идентификации импульсной характеристики каналов большой длины, может быть построен, на основе свойств многообразий ненулевой корреляции.

Если мы имеем априорную информацию о статистике входного сигнала, то для построения алгоритма слепой идентификации в рамках модели (4.84), мы можем непосредственно использовать структуру многообразия заданной корреляции случайного полинома.

Рассмотрим случай, когда точки выбраны на различных многообразиях заданных корреляций второго порядка так, что парные корреляции компонент не равны нулю.

Пусть координатами являются $\{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}\}$ корни полинома $P(x)$ (4.64). Если $t \neq 0$, то любая парная комбинация эти корней $\notin \Xi^{x}_{1,0,0,1}(0)$. Это означает, что значение смешанного кумулянта значений случайного полинома на выходе канала имеет вид:

$$r_{i,j} = K^{y}_{1,0,01}(\alpha_i, \alpha_j) = h(\alpha_i)h^{*}(\alpha_j)t_{i,j} \qquad (4.90)$$

где: $i = 1,...,n-1, \quad j = 1,...,n-1, \quad t_{i,j} \neq 0$.

Таким образом, мы можем построить обратимое линейное отображение вектора $\mathbf{x} \in C^n$ в вектор $\mathbf{y} \in C^n$ типа (4.52), первая ковариационная матрицы которого имеют ненулевые недиагональные компоненты.

На Рис.4.15 показано влияние такого преобразования на ковариацию вектора с независимыми компонентами.

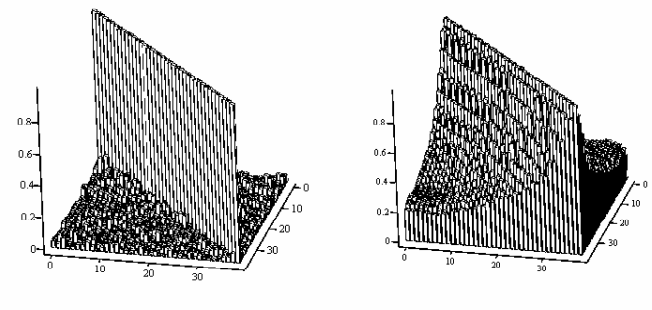

Рис.4.15. Нормированная выборочная корреляционная матрица вектора с независимыми, равномерно распределенными компонентами до преобразования ненулевых парных корреляций (слева) и после преобразования (справа).

Алгоритм оценки канала может быть получен как алгоритм нахождения собственного вектора соответствующего максимальному собственному числу матрицы $\mathbf{R} = \left(r_{i,j} / t_{i,j}\right)$, т.е.

$$\begin{pmatrix} h(\alpha_1) \\ \text{M} \\ h(\alpha_{n-1}) \end{pmatrix} = \arg\left(\max_{\mathbf{x}^*\mathbf{x}=1} \left(\mathbf{x}^*\mathbf{R}\mathbf{x}\right)\right) \tag{4.91}$$

Если $\mathbf{R}$, это истинная матрица ковариации, то максимальное собственное число $\lambda_{\max}$ матрицы $\mathbf{R}$ будет равно 1. Если в качестве $\mathbf{R}$ используется выборочная матрица ковариации, оцениваемая на фоне аддитивного шума то $\lambda_{\max} < 1$, и оценка (4.91) является оптимальной по критерию минимума среднеквадратического отклонения. Доказательство данного утверждения было приведено нами в п.4.1.1 для непрерывного случая.

В отличие от алгоритма 4.32 в данном алгоритме мы не имеем ограничения на отсутствие нулей кумулянтного спектра информационной последовательности, поскольку используем вместо преобразования Фурье обратимое линейное отображение ненулевой парной корреляции.

Если $n-1 > L$, то матрица $\mathbf{V}_L^{n-1}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1})$ имеет ранг L и оценка канала получается псевдоинверсией матрицы $\mathbf{V}_L^{n-1}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1})$.

Сформулируем основные этапы алгоритма:

1. Для каждой из M реализаций наблюдаемого сигнала выполняют преобразование ненулевой парной корреляции:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{V}_{n-1}^{n-1}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1}) \cdot \mathbf{y}_k = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & ... & \alpha_1^{n-1} \\ \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ 1 & \alpha_{n-1} & ... & \alpha_{n-1}^{n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_0 \\ \text{M} \\ y_{n-2} \end{pmatrix}_k . \tag{4.92}$$

2. По полученным векторам приводят оценку выборочной ковариационной матрицы:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \mathbf{s}_k \cdot \mathbf{s}_k^* . \tag{4.93}$$

4.Вычисляют собственный вектор, соответствующий максимальному собственному числу матрицы $\hat{\mathbf{R}}$.

5. Оценку импульсной характеристики канала вычисляют по следующей формуле:

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ \text{M} \\ h_{L-1} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{V}_L^{n-1}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1})\right)^{\#} \begin{pmatrix} h(\alpha_1) \\ \text{M} \\ h(\alpha_{n-1}) \end{pmatrix} \tag{4.94}$$

На Рис.4.16, Рис.4.17 показаны результаты математического моделирования алгоритма слепой идентификации канала на основе преобразования ненулевой парной корреляции. Отсчеты импульсной характеристики $(0.75,1,0.75)$, длина информационной последовательности 10.

В отличие от алгоритма слепой идентификации, основанного на факторизации аффинных многообразий, данный алгоритм имеет достаточно высокую скорость сходимости, обеспечивая оценки высокого качества уже при отношении сигнал-шум 15-20Дб.

Однако при построении преобразования ненулевой парной корреляции нам необходимо знание ковариационной матрицы информационной последовательности.

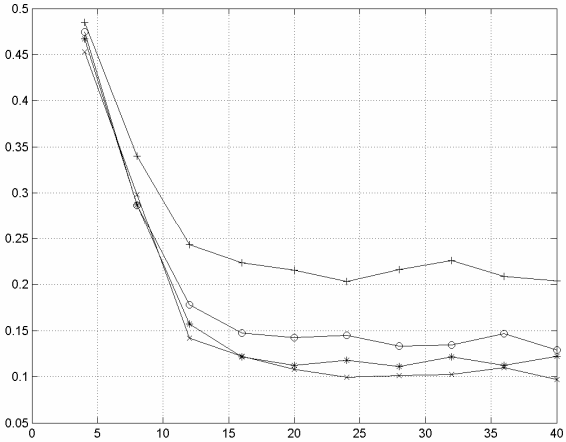

Рис.4.16. Относительная погрешность в зависимости от отношения сигнал-шум, для различного числа реализаций N=20 («+»), N =40 («o»), N =60 («*»), N =80 («×»), для t=100.

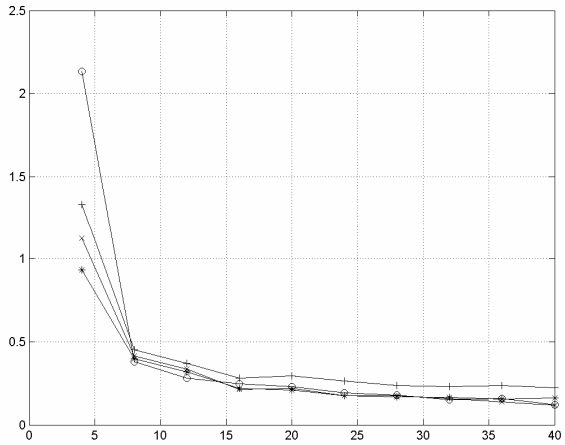

Рис.4.17. Относительная погрешность в зависимости от числа реализаций, для различных значений отношения сигнал-шум «+» - 10Дб, «o» - 20Дб, «*» - 30Дб, «×» - 40Дб, для t=100.

4.2.5. Идентификация канала, основанная на использовании свойств симметричных полиномиальных кумулянтов

В п.4.2.4 мы рассматривали возможность использования факторизации декоррелирующих многообразий случайных полиномов для решения задачи слепой идентификации, описываемой выражением (4.84).

Для многообразий порожденный одним полиномом (главный идеал) задача факторизации многообразия нулевой корреляции и порождающего многочлена эквивалентны.

Если статистика информационной последовательности недоступна. То в этом случае возможность однозначной идентификации канала следует из однозначности разложения полинома $K^{y}{}_{k_1,\ldots,k_r,m_1,\ldots,m_r} - K^{v}{}_{k_1,\ldots,k_r,m_1,\ldots,m_r}$ на неприводимые множители с одной стороны, или, по крайней мере, отсутствия делителей меньше чем второго порядка у полиномиального момента информационной последовательности с другой.

Однако факторизация полиномов от нескольких переменных над полем комплексных чисел хотя и разрешимая, но алгоритмически крайне трудная задача.

Более простую технику можно предложить для практически важного случая независимых отсчетов информационной последовательности,

имеющих нулевое математическое ожидание и произвольное распределение.

Рассмотрим возможности идентификации канала по симметричным полиномиальным моментам порядка r. Уравнение (4.72) в этом случае можно записать в виде:

$$K_r^{y-v}(z_1,...,z_r) = h(z_1)...h(z_r)K_r^x(z_1,...,z_r). \qquad (4.95)$$

Полиномы в левой и правой части этого уравнения не изменяются при любой перестановке переменных $z_1,...,z_r$.

В соответствии с основной теоремой о симметричных полиномах любой симметричный полином $f(z_1,...,z_r)$ может быть единственным образом представлен в виде полинома g от элементарных симметрических функций $\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_r$, задаваемых следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= z_1 + z_2 + ... + z_R, \\ \sigma_r &= \sum_{i_1<i_2<...<i_r} z_{i_1} \cdot z_{i_2} \cdot ... \cdot z_{i_r}, \\ \sigma_R &= z_1 \cdot z_2 \cdot ... \cdot z_R. \end{aligned} \qquad (4.96)$$

Используя данное представление и формулы Вьета, (4.95) можно записать в виде:

$$g_r^{y-v}(\sigma_1,...,\sigma_r) = \prod_{i=1}^{L}\left(c_i^r - c_i^{r-1}\sigma_1 + ... + (-1)^r \sigma_r\left(\sum_{i=0}^{N-1} \mu_i^r (\sigma_r)^i\right)\right) \qquad (4.97)$$

где: $\{c_k\}_{k=1,L}$ – L корней полинома $h(z)$, μ_i^r - кумулянт r - го порядка i - го отсчета информационной последовательности.

Очевидно, что полиномы в правой части (4.97) не имеют общих делителей, что эквивалентно однозначной (с точностью до комплексного множителя) идентифицируемости канала.

В случае априори известного набора $\{\mu_i^r\}$ кумулянтов входной последовательности для идентификации канала в отсутствии погрешностей и шумов достаточно поделить полином g_r^{y-v} на g_r^x.

Однако уравнение (4.97) разрешимо и в случае неизвестных моментов информационной последовательности. Для этого нам достаточно выбрать фиксированное значение переменной σ_r не равным нулю полинома $\sum_{i=0}^{N-1} \mu_i^r (\sigma_r)^i$.

В частности для стационарной информационной последовательности достаточно выбрать σ_r так, чтобы $|\sigma_r| \neq 1$. Получившийся полином от переменных $\{\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_{r-1}\}$ определен коэффициентами, зависящими только от корней системной функции, для которых мы можем записать соответствующую систему полиномиальных уравнений.

Для полиномиального момента произвольного порядка процедура нахождения разложения (4.97) может быть построена на использовании свойств базиса Грёбнера полиномиального идеала [57].

Рассмотрим алгоритм полиномиальной идентификации для наиболее простого и одновременно наиболее важного с практической точки зрения двумерного случая $r = 2$.

Пусть $\{a_{ij}\}$ коэффициенты полинома $K_2^{y-v}(z_1, z_2)$. Используя формулы Ньютона разложение по симметричным функциям может быть получено в виде:

$$g_2^{y-v}(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{l=0}^{N+L-1} S_l(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \sum_{i=0}^{N+L-1-l} a_{i,i+l} \sigma_2^i \tag{4.98}$$

где $\{S_l(\sigma_1, \sigma_2)\}$ - последовательность S-полиномов, задаваемая следующими выражениями:

$$\begin{aligned} &S_0(\sigma_1, \sigma_2) = 1, \\ &S_1(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1, \\ &S_2(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1{}^2 - 2\sigma_2, \\ &\quad ... \\ &S_k(\sigma_1, \sigma_2) = \\ &\quad = S_{k-1}(\sigma_1, \sigma_2)\sigma_1 - S_{k-2}(\sigma_1, \sigma_2)\sigma_2, \\ &\quad k > 2, \quad k \leq N + L\text{-}1. \end{aligned} \tag{4.99}$$

Разложение (4.97) можно записать в виде:

$$g_2^{y-v}(\sigma_1, \sigma_2) = \prod_{i=1}^{L} \left(c_i^2 - c_i \sigma_1 + \sigma_2 \right) g_x(\sigma_2) \tag{4.100}$$

Можно показать, что уравнение (4.100) однозначно разрешимо, в случае если $2L > N$. Можно предложить несколько способов решения уравнения (4.100) относительно неизвестных корней $\{c_k\}_{k=1,L}$, полагая $\sigma_2 = \lambda$ так что $\sum_{i=0}^{N-1} \mu_i^2 (\lambda)^i \neq 0$.

В частности, если $\lambda = 0$, то полином $g_{2\ y}^{y-v}(\sigma_1, 0) = h(\sigma_1) \cdot const$ в остальных случаях решение уравнения (4.100) дает следующее выражение:

$$c_i = \left(\left. \frac{dq_i(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0} \right)^{-1} \tag{4.101}$$

где: $\{q_i(\lambda)\}$ - $L-1$ корней полинома $g_2^{y-v}(\sigma_1, \lambda)$.

Решение (4.101) не единственно возможное. При реализации (4.101) можно записать в виде разностных уравнений. Данный алгоритм может быть весьма эффективным для малой длины канала [146].

Глава 5.

СЛЕПАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ

В этой главе мы рассмотрим возможности и особенности слепой оценки канала в цифровых системах связи. Поскольку разнообразие принципов, стандартов построения современных систем связи достаточно велико при обсуждении данной проблематики мы постараемся максимально универсально представить характеристики алгоритмов слепой идентификации канала при решении этих задач.

5.1. Общие сведения, модель канала

Модель цифровой системы связи может быть описана выражениями (1.7-1.12). В зависимости от свойств физического канала связи модель системы описывается различными выражениями.

В некоторых физических каналах, таких как проводные телефонные каналы, имеется ограничение на ширину полосы, за счет использования специальных фильтров. Такие каналы обычно характеризуются как линейные фильтровые (полосовые) каналы с аддитивным шумом и описываются выражениями (1.9), (1.10).

Такие физические каналы как ионосферные радиоканалы, тропосферные каналы в условиях сложного рельефа местности или городской застройки, каналы подвижной связи, радиоканалы внутри помещения, подводные акустические каналы, которые возникают в условиях меняющегося во времени многолучевого распространения передаваемого сигнала, могут быть описаны выражениями (1.7), (1.8). Такие каналы характеризуются меняющейся во времени (нестационарной) импульсной характеристикой.

Часто в качестве модели ионосферных каналов и каналов подвижной сотовой радиосвязи используется частный случай модели (1.8), когда переменная во времени импульсная характеристика канала имеет вид [16]:

$$h(t,\tau)=\sum_{k=1}^{M} c_k(t)\delta(\tau-\tau_k), \tag{5.1}$$

где $\{c_k(t)\}$ определяет возможные меняющиеся во времени комплексные коэффициенты затухания для M путей распространения, $\{\tau_k\}$ – соответствующие им времена задержки.

Статистически, переменные во времени импульсная характеристика $h(t,\tau)$ может быть описана в рамках модели комплексного гауссовского случайного процесса по переменной *t*.

Модель канала (1.8) с учетом (5.1) приводит к амплитудным изменениям принимаемого сигнала, называемым замираниями. Статистическая модель данного явления описывается общей гауссовской моделью, согласно которой квадратурные компоненты в каждом луче являются комплексными гауссовскими случайными процессами [72]. Одномерное распределения амплитуды в этом случае называют четырёхпараметрическим, поскольку они зависят от четырёх параметров: двух математических ожиданий и двух дисперсий квадратурных компонент.

Когда $h(t,\tau)$, это комплексный случайный гауссовский процесс с нулевым средним, огибающая $|h(t,\tau)|$ в любой момент *t* распределена по Релею. В этом случае канал называют каналом с релеевскими замираниями.

В случае, когда имеются нефлуктуирующая (регулярная) составляющая, огибающая $|h(t,\tau)|$ имеет райсовское распределение, и канал называют каналом с райсовскими замираниями. Модели Райса, Релея, Накагами являются частными случаями 4-параметрического распределения [72].

Для большинства каналов с рассеянием справедливо предположение, что процесс $h(t,\tau)$ по переменной t стационарен в широком смысле, а коэффициенты рассеяния при двух различных задержках некоррелированы. Тогда мы можем записать корреляционную функцию процесса $h(t,\tau)$ в виде:

$$B_h(\tau,\Delta t)=\mathbf{M}\left\{h(t+\Delta t,\tau)h^*(t,\tau')\right\}. \tag{5.2}$$

Если $\Delta t=0$, корреляционная функция $B_h(\tau,0)$ – это средняя мощность на выходе канала как функция от задержки во времени τ.

Изменения во времени импульсной характеристики канала свидетельствуют о доплеровском рассеянии в канале. Для описания связи эффекта Доплера и изменений канала во времени используют функцию рассеяния канала, определяемую следующим выражением:

$$F_h(\tau,\Delta f)=\int_{-\infty}^{-\infty}B_h(\tau,\Delta t)\mathrm{e}^{-j2\pi\Delta f\Delta t}d\Delta t \tag{5.3}$$

Функция $F_h(\tau,\Delta f)$ определяет меру средней мощности на выходе канала, как функцию времени задержки τ и доплеровского смещения частоты Δf.

Суммируя мощность сигнала по всем лучам (задержкам) получим доплеровский спектр мощности многолучевого канала в виде:

$$S_h(\Delta f) = \int_0^{\infty} F_h(\tau, \Delta f) d\tau \tag{5.4}$$

Распределение средней мощности канала по величине задержки, соответственно:

$$Q_h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} F_h(\tau, \Delta f) d\Delta f = B_h(\tau, 0) \tag{5.5}$$

Полоса частот, в которой $S_h(\Delta f)$ отличен от нуля, называют доплеровским рассеянием в канале F_d. Обратная F_d величина Δt_k является мерой временной когерентности канала, причем:

$$\Delta t_k \approx \frac{1}{F_d}. \tag{5.6}$$

Данный параметр фактически характеризует возможности использования модели стационарного канала и соответственно число реализаций в задачах статистической слепой идентификации.

Для описания каналов подвижной связи с релеевскими замираниями широко используется хорошо согласующиеся с экспериментальными данными модель, предложенная в [73]. В соответствие с данным подходом реализации $h(t, \tau)$ могут быть получены в виде:

$$h(t, \tau) = \lim_{N \to 0} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^{N} \exp\left(j\left(2\pi \Delta f_k t + \theta_k\right)\right) g\left(\tau - \tau_k\right), \tag{5.7}$$

где: $g(\tau)$ - сигнал на выходе согласованного с сигналом $s_0(t)$ фильтра (см. формулу (1.8)); τ_k - задержка, θ_k - начальная фаза и Δf_k - доплеровское смещение k-го луча.

Задержки и доплеровские сдвиги в рамках данной модели генерируются как реализации непрерывных случайных величин, имеющих функции плотности вероятностей, пропорциональные функции рассеяния канала [73], $F_h(\tau, \Delta f) \approx p(\tau, \Delta f) = p(\tau) p(\Delta f)$, где:

$$p(\tau) = a \exp(-\tau), \qquad 0 \le \tau \le \tau_{\max}, \tag{5.8}$$

$$p(\Delta f) = \frac{b}{\sqrt{1 - \left(\Delta f / \Delta f_{\max}\right)^2}}, \qquad |\Delta f| < \Delta f_{\max}, \tag{5.9}$$

где: a, b - нормирующие константы.

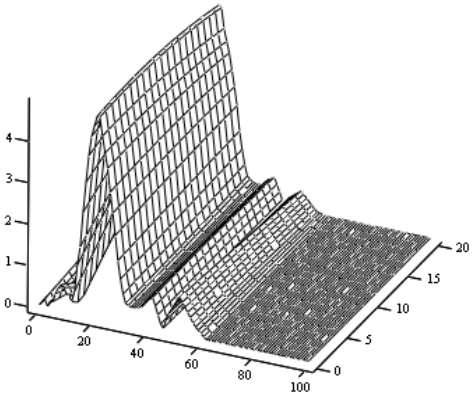

Рис.5.1. Импульсная характеристика канала системы GSM, при скорости относительного перемещения мобильного телефона относительно базовой станции 12 км/ч. Масштаб по оси τ (на графике 0-100) - 0.1*T*, по оси t (на графике 0-20) - 150*T*.

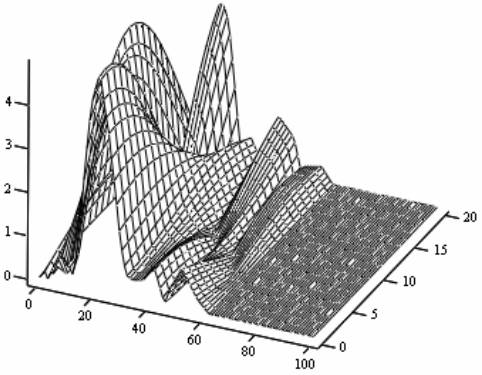

Рис.5.2. Импульсная характеристика канала системы GSM, при скорости относительного перемещения мобильного телефона относительно базовой станции 60 км/ч. Масштаб по оси τ (на графике 0-100) - 0.1*T*, по оси t (на графике 0-20) - 150*T*.

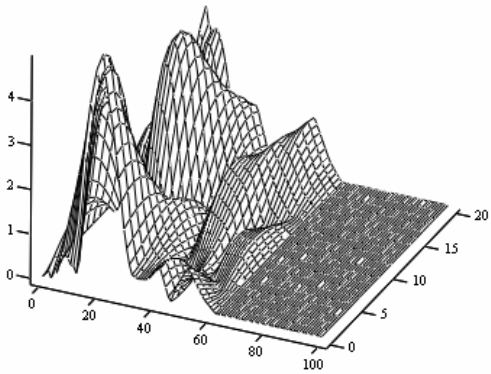

Рис.5.3. Импульсная характеристика канала системы GSM, при скорости относительного перемещения мобильного телефона относительно базовой станции 120 км/ч. Масштаб по оси τ (на графике 0-100) - 0.1*T*, по оси t (на графике 0-20) - 150*T*.

Начальная фаза имеет равномерное распределение на интервале $(-\pi, \pi)$.

В качестве примера, на Рис.5.1.- Рис.5.3 показаны реализации импульсных характеристик канала мобильной связи по стандарту GSM. Временное рассеяние соответствует случаю центра города с высокой степенью застройки в соответствии с моделью распространения COST-207. Длина канала в этом случае $L \approx 6$, тактовый интервал T =3.7мкс, несущая частота – 950МГц. В данном случае мы имеем случай релеевских замираний, т.к. регулярная составляющая (прямой сигнал базовой станции) отсутствует.

Длина интервала когерентности при $V = 12$ км/ч (Рис.5.1) составляет 27027 тактов, при $V = 60$ км/ч (Рис.5.2) составляет 5405 тактов, при $V = 120$ км/ч (Рис.5.3) составляет 2702 тактов.

Однако, если оценивать интервал постоянства (стационарности) импульсной характеристики канала по уровню относительной погрешности $\gamma \le 0.1$ (3.30), то соответствующие интервалы составляют 2000, 400 и 200 соответственно.

Т.о. использование слепой идентификации в системах мобильной связи GSM-900 означает фактически возможность оценки канала по одно-

му информационному блоку, содержащему 142 информационных разряда и 6 «тихих» битов. Использование методов статистической идентификации в данных условиях может быть ограничено их низкой скоростью сходимости. Однако методы слепой идентификации, основанные на векторной модели канала могут оказаться весьма эффективными.

В работе [74] представлены весьма оптимистические результаты моделирования работы алгоритма слепой идентификации, использующего статистики высокого порядка в этих условиях.

В системах цифровой транкинговой связи использующих TDMA (например, наземная транкинговая связь по стандарту EDACS ProtoCALL, TETRA), системах удаленного радиодоступа, локальных офисных радиосетях каналы характеризуются весьма медленными замираниями (например, в соответствии со стандартом транкинговой связи IEEE 802.16 $\Delta f_{\max} \le 1\,\text{Гц}$) и одновременно могут сопровождаться существенным временным рассеянием.

При этом создаются весьма благоприятные условия для использования алгоритмов статистической слепой идентификации канала для повышения эффективности данных систем.

5.2. Характеристики алгоритмов слепой идентификации каналов связи

На Рис.5.4. показаны основные характеристики информационных сигналов в системах связи и возможности использования этих особенностей при использовании различных методов слепой идентификации.

Как было показано нами выше, критичным параметром для слепой идентификации каналов с быстрыми замираниями является скорость сходимости алгоритма слепой идентификации.

Поэтому, в первую очередь наше внимание должно быть уделено тем свойствам сигналов, которые позволяют использовать методы детерминированной слепой идентификации. Это, прежде всего, возможности использования векторной модели канала.

Рассмотрим более подробно механизм возникновения модели (1.11) в цифровых системах связи с линейной модуляцией.

В соответствии с (1.9) непрерывный информационный сигнал на входе канала имеет вид:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n s_0(t - nT) \tag{5.10}$$

Отметим, что при АМ последовательность $\{a_n\}$ вещественна и соответствует значениям амплитуд передаваемого сигнала, при ФМ, КАМ и комбинированной АМ-ФМ модуляциях последовательность $\{a_n\}$ ком-

плексная.

Корреляционная функция случайного процесса $x(t)$ равна:

$$B_x(t+\tau,t)=\mathbf{M}\{x^*(t)x(t+\tau)\}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}b_{n,m}s_0^*(t-nT)s_0(t+\tau-mT), \quad (5.11)$$

где: $b_{n,m}=\mathbf{M}\left\{a_n^* a_m\right\}$ - автокорреляционная последовательность информационных символов.

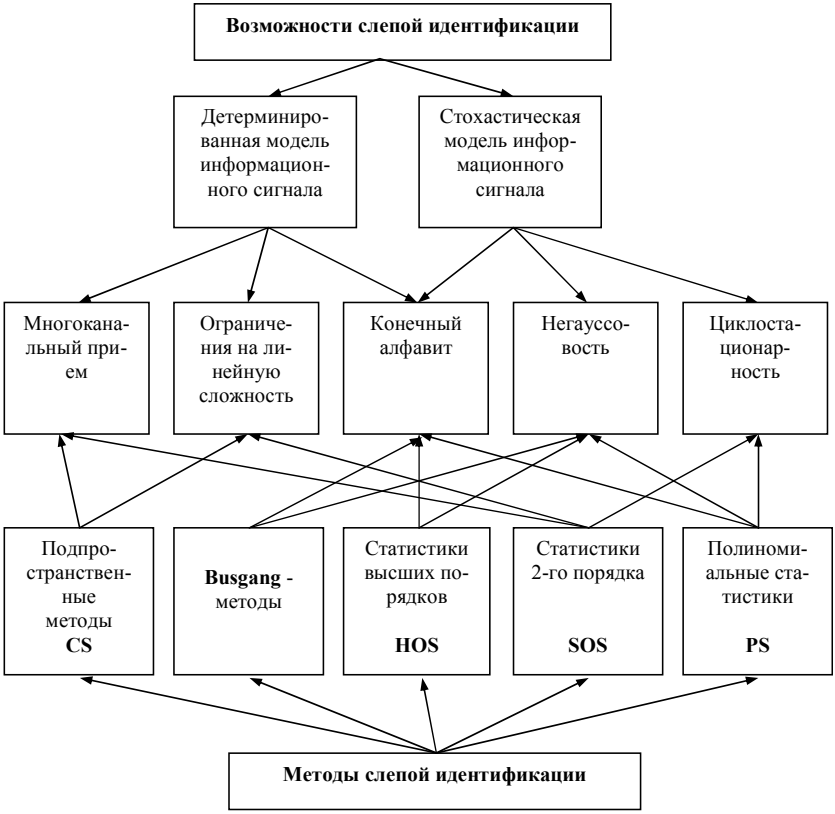

Рис.5.4. Возможности и методы слепой идентификации в системах связи.

Если последовательность информационных символов $\{a_n\}$ стационарна с нулевым средним и автокорреляционной последовательностью $\{b_{m-n}\}$, тогда:

$$B_x(t+\tau,t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m g_0(t,t+\tau-mT), \qquad (5.12)$$

$$g_0(t,t+\tau-mT)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} s_0^*(t-nT)s_0(t-nT+\tau-mT),$$

где: $g_0(t,t+\tau-mT)$ - периодическая функция по переменной t с периодом T.

Т.о. $B_x(t+\tau,t)$ является периодической функцией по переменной t с периодом T. Случайный процесс такого типа называется циклостационарным процессом или периодически нестационарным процессом [75].

Рассмотрим отсчеты наблюдаемого сигнала $y(t)$, взятые через интервал T/m. Тогда в соответствии с (5.12) и (4.7) для $k=2$ корреляционная функция этих отсчетов $r_y(n,k)=\mathbf{M}\{y(n)y^*(n-k)\}$ является периодической функцией по индексу n с некоторым периодом m.

Алгоритм статистической слепой идентификации канала, основанный на данном свойстве наблюдаемых сигналов в системах связи, описан в [21] и выводится из следующих рассуждений.

Пусть $S_y(n,z)$ z-преобразование отсчетов корреляционной функции $r_y(n,k)$ вида:

$$S_y(n,z)=\sum_k r_y(n,k)z^{-k} . \qquad (5.13)$$

Пусть $\{S^{(k)}(z)\}$ компоненты дискретного преобразования Фурье от $S_y(n,z)$. Тогда используя (5.12) можно получить [13]:

$$S_y^{(k)}(z)=h(z)h^*\left[\frac{1}{z^*}\exp\left(j\frac{2\pi k}{m}\right)\right], \qquad (5.14)$$

Если $h(z)$ не имеет нулей в точках $\exp(j2\pi k/m)$, что является эквивалентом условию отсутствия общих нулей в модели векторного канала (Т.2), то мы можем идентифицировать канал, заметив, что для любых k_1 и k_2 можно записать соотношение типа (2.8) в виде:

$$S_y^{(k_1)}(z)h^*\left[\frac{1}{z^*}\exp\left(jk_2\frac{2\pi}{m}\right)\right]-S_y^{(k_2)}(z)h^*\left[\frac{1}{z^*}\exp\left(jk_1\frac{2\pi}{m}\right)\right]=0 . \qquad (5.15)$$

Практический алгоритм оценивания канала может быть получен из следующего уравнения оптимизации по методу наименьших квадратов:

$$\hat{h}(z) = \arg\min_{h(z)} \sum_{k_1 \neq k_2} \left\| \begin{matrix} \hat{S}_x^{(k_1)}(z) h^* \left[\exp\left(jk_2 \frac{2\pi}{m} \right) \frac{1}{z^*} \right] - \\ - \hat{S}_x^{(k_2)} h^* \left[\exp\left(jk_1 \frac{2\pi}{m} \right) \frac{1}{z^*} \right] \end{matrix} \right\|^2 . \qquad (5.16)$$

Недостаток этого алгоритма это то, что он основан методе моментов, т.е. использует оценку ковариационной матрицы. Это означает, что как мы уже не раз убеждались, даже когда шум отсутствует, присутствует ошибка оценивания для выборки конечного размера.

В Главе 3 мы рассмотрели несколько алгоритмов детерминированной слепой идентификации векторного канала в предположении, что полиномы каналов не имеют общих нулей и ограничении на линейную сложность информационной последовательности.

Рассмотрим возможности применения данных методов в том случае, когда векторный канал индуцирован избыточной дискретизацией.

Пусть

$$y_k(l) = y(t)\Big|_{t=\frac{kT}{m}+lT} = \sum_{n=0}^{L-1} a_{n+l} h_n^{(k)} + v_l^{(k)}, \qquad (5.17)$$

где:

$$h_n^{(k)} = g\left(\frac{kT}{m} + lT \right), \quad g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau) s_0(\tau) d\tau, \; k = 0,...m-1 .$$

Если аппаратурная часть канала связи имеет полосу пропускания больше чем m/T, то отсчеты шума $\left\{ v_l^{(k)} \right\}$ остаются некоррелированными.

В соответствии с Т.2 полиномы $h_0(z),...,h_{m-1}(z)$ не должны иметь общих корней.

В каком случае выполняется данное условие при индуцировании векторного канала избыточной дискретизацией?

Поскольку ответ на этот вопрос можно отнести к условиям идентифицируемости канала, сформулируем данные условия в виде теоремы (эквивалентная теорема сформулирована в [21]).

<u>Теорема 9.</u> Для того чтобы полиномы степени $L-1$ $h_0(z),...,h_{m-1}(z)$, полученные в результате разбиения полинома степени $mL-1$ $h(z)$ вида:

$$h(z)=\sum_{i=0}^{m-1} z^i h_i\left(z^m\right), \qquad (5.18)$$

не имели общих корней необходимо и достаточно, чтобы полином $h(z)$ не имел равномерно распределенных корней на окружности с шагом $2\pi/m$.

Доказательство:

Пусть z_0 является общим корнем полиномов $h_0(z),...,h_{m-1}(z)$, тогда очевидно из (5.18) найдется m корней $z_1,...,z_m$ полинома $h(z)$, являющихся корнями полинома $z^m - z_0$. Т.о. полином $h(z)$ может быть факторизован в виде $h(z)=h'(z)\left(z^m - z_0\right)$, или эквивалентно $h(z)=h'(z)\left(\left(z/z_0^{-m-1}\right)^m - 1\right)z_0$. Очевидно, что $z_k = z_0^{-m+1}\exp\left(j2\pi k/m\right)$.

Обратно пусть полином $h(z)$ имеет m корней вида $z_k = z_0^{-m+1}\exp\left(j2\pi k/m\right)$. Тогда (5.18) можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & \text{K} & z_1^{m-1} \\ \text{M} & & \\ 1 & \text{K} & z_m^{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0(z_0) \\ \text{M} \\ h_{m-1}(z_0) \end{pmatrix} = 0 \qquad (5.19)$$

Квадратная матрица Вандермонда в (5.19) имеет полный ранг, поскольку корни $\{z_k\}$ различны. Отсюда (5.19) имеет единственное тривиальное решение и z_0 совместный корень полиномов $h_0(z),...,h_{m-1}(z)$.

При соблюдении условия этой теоремы мы можем использовать данный подход для слепой идентификации каналов связи характеризующихся быстрыми замираниями.

Главным достоинством подобного подхода является возможность оценки по стационарным входным последовательностям, т.е. по любому участку принятого информационного сигнала, без пауз и специальных видов дополнительной модуляции.

На Рис.5.5.-5.7 показаны результаты моделирования алгоритма слепой идентификации векторного канала построенного по методу взаимных отношений в полиномиальной интерпретации (п.3.1). При этом рассматривались сигналы цифровой системы связи с цифровой модуляцией AM2, AM4, AM6, AM8.

Достоверность системы связи в зависимости от точности оценки импульсной характеристики канала и отношения сигнал-шум оценивалась по формуле, полученной в [76] для верхней границы вероятности ошибки демодуляции, для больших отношений сигнал-шум:

$$p \le \exp\left(-\frac{1}{\gamma^2}\right)\frac{\left(1+h^2\gamma^2\right)}{4h^2\gamma^2}, \qquad (5.20)$$

где: h^2 - отношение сигнал-шум.

При этом для сравнения эффективности слепой оценки построены графики погрешности оценки по одному отсчету тестового сигнала.

Характерной особенностью данной оценки является крайне незначительное число отсчетов информационной последовательности необходимых для получения заданной достоверности.

Одновременно помехоустойчивость слепой оценки примерно на 10Дб хуже, чем оценки по тестовому сигналу.

Помехоустойчивость слепой оценки незначительно возрастает с увеличением числа позиций цифровой модуляции. Некоторые существенные отличия эффективности слепой оценки для различных видов модуляции (Рис.5.5,5.6) нивелируются увеличением числа отсчетов информационной последовательности, поскольку вызваны в основном высокой вероятностью нарушения условия на линейную сложность коротких двоичных последовательностей.

В целом, детерминированные алгоритмы слепой оценки, полученные в рамках векторной модели канала, могут быть использованы для повышения достоверности, например, систем мобильной связи, не только как альтернативный подход в сравнении с оценкой по тестовому импульсу, но и как дополнительная оценка канала, полученная в промежутке между тестовыми посылками, в случае высокой скорости замираний.

Если полоса идентифицируемого канала ограничена полосой $1/T$, то условия Т.9 не выполняются, и мы не можем использовать сверхдискретизацию для индуцирования векторного канала.

В этом случае для слепой оценки скалярного канала мы можем использовать алгоритмы статистической идентификации, основанные на нестационарности или негауссовости информационного сигнала.

Негауссовость информационных сигналов в системах связи весьма соблазнительный ресурс для построения алгоритма слепой идентификации, не требующего нестационарной структуры информационного сигнала.

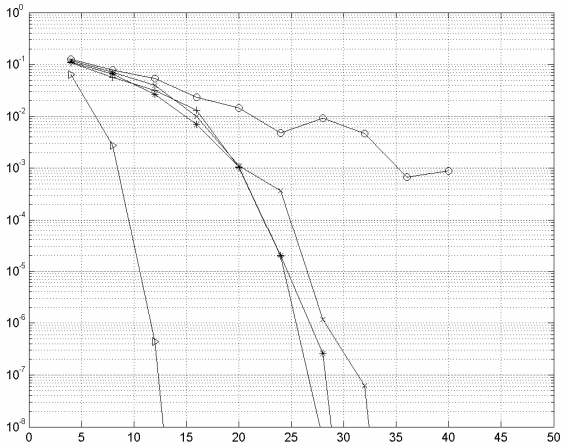

Рис.5.5. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различных видов цифровой модуляции: «o» -AM2; «x» -AM4; «+» - AM6; «*» -AM8. Максимальная длина канала L=3. Число отсчетов информационной последовательности 18.

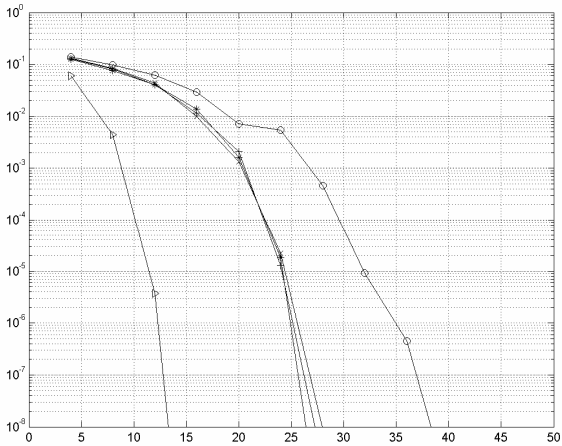

Рис.5.6. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различных видов цифровой модуляции: «o» -AM2; «x» -AM4; «+» - AM6; «*» -AM8. Максимальная длина канала L =4. Число отсчетов информационной последовательности 24.

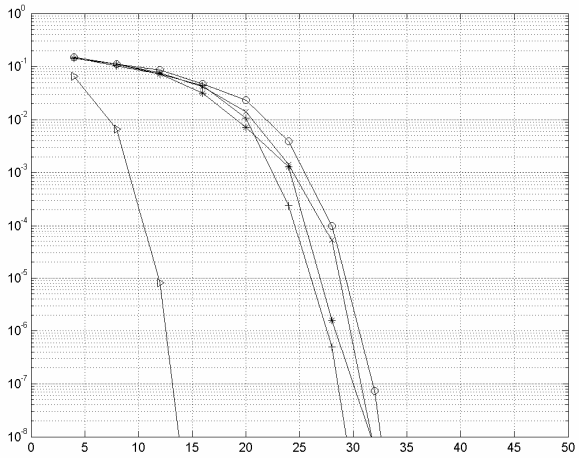

Рис.5.7. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «▷» для различных видов цифровой модуляции: «о» -АМ2; «х» -АМ4; «+» - АМ6; «*» -АМ8. Максимальная длина канала L =6. Число отсчетов информационной последовательности 36.

Проиллюстрируем специфику подобного алгоритма на конкретном примере слепой идентификации по полиномиальным моментам старших порядков системы на входе которой стационарная последовательность с независимыми отсчетами, имеющими существенно негауссово распределение.

Поскольку в системах связи мы обычно имеем дело с симметричными распределениями информационных символов, то кумулянт 3-го порядка равен нулю. Поэтому обратимся к кумулянтам 4-го порядка.

Запишем уравнение полиномиальных кумулянтов 4-го порядка, соответствующих модели системы вида (4.75) в виде:

$$K_4^y(z_1,z_2,z_3,z_4)-K_4^v(z_1,z_2,z_3,z_4)= \\ =\sum_{i_1=0}^{L-1}\sum_{i_2=0}^{L-1}\sum_{i_3=0}^{L-1}\sum_{i_4=0}^{L-1} h_{i_1}h_{i_2}h_{i_3}h_{i_4}F^x_{i_1,i_2,i_3,i_4}(z_1,z_2,z_3,z_4). \qquad (5.21)$$

Задавая различные точки в C^4 получим систему полиномиальных уравнений (4.75), связывающую искомые переменные $h_0,h_1,...,h_{L-1}$. Для идентифицируемой системы число решений конечно и не превосходит 4^L.

Рассмотрим далее самый простой случай $L = 2$. Все полиномы системы уравнений (4.75) образованы мономами $\left\{h_0^4, h_1^4, h_0^3 h_1, h_0^2 h_1^2, h_0 h_1^3\right\}$.

Введем новые переменные $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$, соответствующие перечисленным мономам. Систему (4.75) можно записать в виде системы линейных уравнений (4.81). Зададим сечения в виде $z_1 = \{0,0,-1,0,0\}$, $z_2 = \{0,1,-1,1,0\}$, $z_3 = \{0,1,0,1,0\}$, $z_4 = \{0,0,0,1,-1\}$, тогда:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{t} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & -2 & -4 \\ -2 & -2 & 0 & -4 & 4 \\ -2 & -2 & -2 & -6 & -6 \\ -2 & -2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} = \mathbf{q}, \qquad (5.22)$$

где: элементы матрицы $\mathbf{P}$, получены также как и в (4.81).

Для стационарного случая, очевидно, что при любом выборе значений формальных переменных в полиномиальных кумулянтах $rank(\mathbf{P}) \le s - L - 1$ и в случае (5.22) $rank(\mathbf{P}) = 4$ и система уравнений (5.22) недоопределена.

Ранее мы показали, что вычисление базиса Грёбнера идеала, заданного уравнениями (4.82) дает L базисных полиномов, содержащих только $L+1$ переменных $\{t_i\}$. В рассматриваемом примере мы имеем:

$$\begin{cases} h_1^4 t_4 - t_5^2 = 0 \\ h_1 t_4 - h_0 t_5 = 0 \end{cases} \qquad (5.23)$$

Для вычисления канала в (5.23) требуется знать значения только переменных t_4, t_5, которые можно найти, сформировав из (5.22) систему линейных уравнений вида:

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \\ -2 & -6 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_2 - q_1 \\ q_3 - q_1 \\ q_4 - q_1 \end{pmatrix} \qquad (5.24)$$

Система уравнений (5.24) совместна и ранг матрицы равен 3.

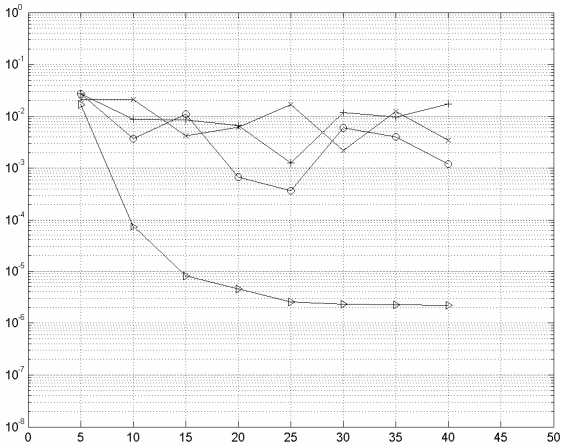

Рис.5.8. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма слепой идентификации по полиномиальному кумулянту 4-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «o» -AM2; «x» -AM4; «+» - AM6. Длина канала L =2, число отсчетов наблюдаемого сигнала 200, фиксированная ИХ.

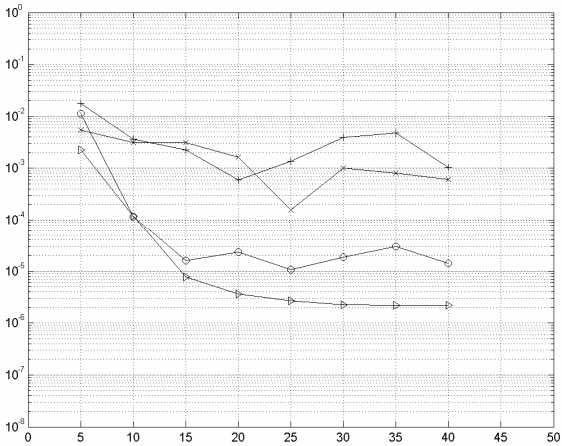

Рис.5.9. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма слепой идентификации по полиномиальному кумулянту 4-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «o» -AM2; «x» -AM4; «+» - AM6. Длина канала L =2, число отсчетов наблюдаемого сигнала 1000, фиксированная ИХ.

Т.о. оценивая вектор $\hat{\mathbf{q}}$ по выборочным кумулянтам, наблюдаемого сигнала, по формулам (5.23) и (5.24) получаем оценку канала.

На Рис.5.8 и Рис.5.9 показаны результаты моделирования алгоритма слепой идентификации по полиномиальному кумулянту 4-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу, для различных видов цифровой амплитудной модуляции.

Фиксированная импульсная характеристика канала взята $\mathbf{h} = (1,1)$. Отметим, что данная характеристика не может быть восстановлена алгоритмами, использующими технику сверхдискретизации.

На Рис.5.10 импульсная характеристика генерировалась отсчетами случайного гауссовского вектора с нулевым математическим ожиданием и независимыми компонентами.

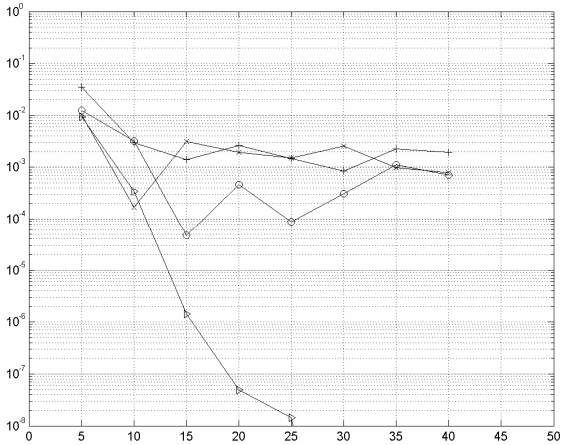

Рис.5.10. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма слепой идентификации по полиномиальному кумулянту 4-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «o» -AM2; «x» -AM4; «+» - AM6. Длина канала L =2, число отсчетов наблюдаемого сигнала 2000, случайная ИХ.

Характерной особенностью данного алгоритма является более высокая помехоустойчивость в сравнении с алгоритмом взаимных отношений и слабая зависимость достоверности от уровня аддитивного шума.

Приемлемый уровень достоверности достигается при достаточно большом числе отсчетов (>3000) наблюдаемого сигнала, используемых для оценки (Рис.5.9).

Применительно к стандарту GSM-900 это означает обработку 20-ти и более информационных блоков для получения одной оценки канала, что

конечно недостаточно в случае быстрых замираний, но может быть вполне достаточным для стационарных пунктов связи.

Часто при разработке систем связи, использующих временное разделение каналов, помимо специальных тестовых сигналов, при организации структуры информационного кадра информационные блоки разделяются специальными «защитными» паузами для организации работы эквалайзера («хвостовые биты»), выравнивания задержки в канале, вывода передатчика на заданный режим («защитный» интервал) [77].

Наличие таких интервалов позволяет использовать алгоритмы статистической слепой идентификации для нестационарного, или точнее периодически-нестационарного по входу канала вида Рис.1.3.б. Возможности слепой идентифицируемости системы по статистикам 2-го порядка для нестационарного входа обсуждались в [82]. Впервые на сохранение фазовой информации в системах связи с циклостационарным входом было указано в [83].

Если наличие пассивных пауз является естественной, или точнее вынужденной нестационарной модуляцией информационных сигналов, то в принципе подобную нестационарную модуляцию можно осуществить непосредственно поверх информационного сигнала (Рис.4.6, Рис.4.7) в соответствии с (1.12).

Подобный подход применительно к системам связи предложен в [23,79,81], для радиолокационных приложений в [35,88,89]. В отличии от подхода, основанного на сверхдискретизации, в данном случае, мы в принципе не имеем ограничений, сформулированных в теореме Т.9. Поэтому нам не требуется наличия дополнительной полосы частот в канале.

Кроме того, характеристики основанных на сверхдискретизации алгоритмов чувствительны к рассогласованию длины канала, и вызывают увеличение в m раз длины канала. Таким образом, должно быть оценено большее количество параметров и с точки зрения процедуры оценки, используются значительно большие объемы данных.

В [80] рассматривался случай, когда циклостационарность введена непосредственно в передаваемую последовательность посредством специального кодирования, однако при этом возникают существенные потери информационной скорости.

Условия идентифицируемости канала с периодически-нестационарным входным сигналом обсуждались нами в п.4.1.1. Для дискретного случая эти условия означают, что период нестационарной модулирующей последовательности должен быть больше длины канала L. В [79] показано, что данное ограничение может быть ослаблено в два раза, но в принципе это ограничение не кажется принципиальным.

Рассмотрим некоторые соображения при выборе вида нестационарной модуляции.

Сразу скажем, что выбор оптимального вида нестационарной модуляции зависит не только от инженерных соображений по ее реализации, конкретного алгоритма идентификации, но и от характеристик алгоритма демодуляции. В общем виде сформулировать и решить подобную задачу трудно.

Поэтому рассмотрим некоторые частные результаты в данной области.

Комплексная периодическая последовательность $g(k)$, $k = 0,...,N-1$ должна быть выбрана так, чтобы последовательность $x(k)$ на входе канала стала существенно нестационарной, и при этом выполнены некоторые дополнительные условия:

1) желательно, чтобы $|g(k)| > 0$, поскольку при этом отсутствуют потери в скорости передачи;
2) желательно, чтобы $|g(k)| = 1$ в случае использования частотной (или фазовой) модуляции сигналов.

Последние условие важно так же с точки зрения эффективности аппаратурной реализации выходных каскадов усилителей системы связи [79].

В п.4.1.2 рассматривались алгоритмы слепой идентификации по спектральным моментам 2-го порядка, использующие периодическую нестационарность информационного сигнала.

Погрешность оценки передаточной функции для алгоритмов данного типа дана в (4.33). В соответствии с этим выражением дисперсия отсчетов оценки передаточной функции обратно пропорциональна отношению $TFR(k) = |F_x(k)|/|F_x(0)|$, которое зависит только от модулирующей последовательности и достигает минимума, если для любых k, $TFR(k) = 1$. Это возможно, только если $g(k) = \delta(k)$, что соответствует случаю передачи в одном информационном блоке только одного ненулевого информационного разряда.

Очевидно также, что выполнение 2-го условия в данном алгоритме невозможно, поскольку в этом случае $TFR(k) = \delta(k)$, и мы теряем информацию о фазе передаточной функции.

Поэтому при использовании двухдиагонального алгоритма (4.31) для идентификации используется две диагонали ковариационной матрицы в спектральной области.

Мы можем выбрать модулирующую последовательность так, чтобы $TFR(0) = 1$, $TFR(\pm 1) \le 1$ достигала своего максимального значения, при других k, $TFR(k) = 0$.

Если $TFR(\pm 1) = a$, то в этом случае:

$$g(k) = (1 + 2a\cos(2\pi k/N))^{1/2} \tag{5.25}$$

При использовании данной последовательности может быть нарушено первое условие, если $a \geq 1/2$.

Т.о. последовательность типа (5.25) оптимальна для двухдиагонального алгоритма, но может не быть таковой, например, для алгоритма (4.32).

Некоторым компромиссом в этом смысле среди вещественных последовательностей может быть последовательность типа В (см. Рис.4.2):

$$g(k) = \begin{cases} A, & \mathrm{k} = 0 \\ 1, & \mathrm{k} \neq 0 \end{cases} \tag{5.26}$$

На Рис.4.2-4.5, 4.8-4.10 показаны характеристики погрешности некоторых алгоритмов слепой идентификации в этом случае.

Таким образом, вообще, имеется компромисс между идентифицируемостью канала (требование высокой степени нестационарности) и требованием постоянства огибающей входного сигнала.

Если входной сигнал вещественен (например при ФМ2 или амплитудно-импульсной модуляции) то для обеспечения постоянного модуля модулирующей последовательности мы можем использовать комплексные модулирующие последовательности с постоянным модулем.

Для этого в алгоритмах слепой идентификации мы можем использовать только симметричные моменты (например, 2-ю ковариационную матрицу [84]).

В [79] предложена периодическая нестационарная модуляция с постоянным модулем при помощи двух комплексных экспонент вида $\exp(j\omega k)$, где ω периодически меняет своё значение с ω_1 на ω_2 в течении передачи 1-го информационного блока.

Для других случаев последовательностей с постоянным модулем, кажется, не имеется такой модулирующей последовательности, которая бы сохраняла одновременно и постоянную огибающую и индуцировала бы существенную нестационарность на входе канала.

Рассмотрим далее некоторые характеристики алгоритмов слепой идентификации по нестационарному входу в системах связи.

В гл.4. мы обсуждали алгоритмы, область применения которых статистическая слепая идентификация в системах с финитными сигналами. Данный случай соответствует системам связи с пассивной паузой.

Конечно, применение данных алгоритмов сопровождается потерями в скорости передачи, однако, рассматривая эти алгоритмы в качестве аль-

тернативы использованию тестовых сигналов, мы должны учесть, что частично паузы вызваны инженерными соображениями, а использование тестового импульса требует временного интервала как минимум в 2 раза большей длины.

Поэтому для анализа эффективности подобных подходов целесообразно рассматривать процентное соотношение паузы и длины информационного блока, а также суммарное число отсчетов, необходимое для достижения заданной достоверности.

Например, для системы GSM-900 с испытательным импульсом соотношение длины блока к паузе – 25%, а необходимое число отсчетов 148+8=156.

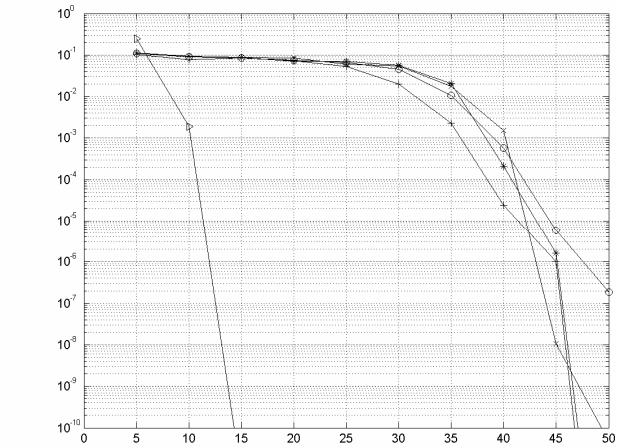

Рис.5.11. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма слепой идентификации, основанного на факторизации многообразий нулевой корреляции 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «<>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -ФМ4; «*» -ФМ8; «x» -ФМ16;. Длина канала 3, длина блока данных 12, число блоков 4.

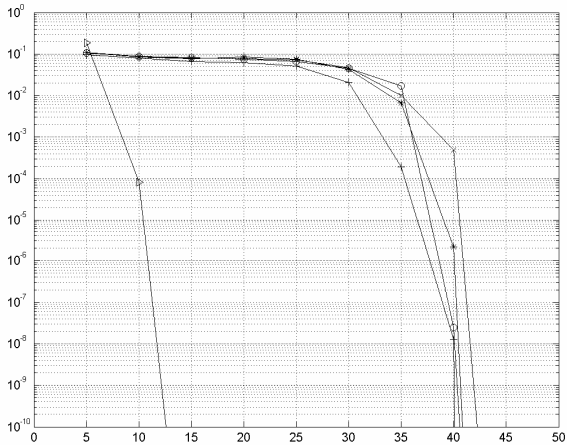

Рис.5.12. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма слепой идентификации, основанного на факторизации многообразий нулевой корреляции 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «<>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -ФМ4; «*» -ФМ8; «x» -ФМ16;. Длина канала 3, длина блока данных 12, число блоков 20.

Наибольшей скоростью сходимости среди этих алгоритмов обладают алгоритмы, основанные на факторизации аффинных многообразий нулевой корреляции.

На Рис.5.11, Рис.5.12 показаны результаты моделирования алгоритма, основанного на факторизации аффинных многообразий нулевой корреляции 2-го порядка.

Импульсная характеристика взята фиксированной $\mathbf{h} = (1,1,1)$. Соотношение длины блока к паузе – 25%, число отсчетов в эксперименте на Рис.5.11 – 60, на Рис.5.12 - 300. Т.о. рассматривается пограничный случай эффективности слепой оценки, относительно оценки по тестовому сигналу.

Из этих экспериментов очевидно, что основным недостатком данного подхода является его крайне низкая помехоустойчивость. Кроме того, данный алгоритм крайне чувствителен к увеличению длин блока данных и канала, однако этот недостаток не кажется принципиальным при достижении соотношения длины блока к паузе меньше, чем при использовании тестового сигнала.

Несомненными достоинствами данного алгоритма являются отсутствие требований к наличию априорной информации о статистике инфор-

мационной последовательности, а также стремление погрешности оценки ИХ к нулю при фиксированной выборке. Отметим, что этот факт свойственен только алгоритмам детерминированной слепой идентификации (см. для сравнения Рис.5.5.- Рис.5.7).

Алгоритмами, потенциально имеющими практическое значение в системах связи, являются алгоритмы, основанные на многообразиях ненулевой корреляции (п.4.2.4). Для работы этих алгоритмов также необходима пассивная пауза, однако их возможности более предпочтительны, чем у алгоритмов, использующих факторизацию многообразий нулевой корреляции.

На Рис.5.13, Рис.5.15 показаны результаты моделирования алгоритма, основанного на аффинных многообразиях ненулевой корреляции 2-го порядка.

Пограничный, с точки зрения слепой оценки случай показан на Рис.5.13, Рис.5.14. Мы можем заметить, что данный алгоритм даже превосходит достоверность системы с испытательным импульсом для относительно малых отношений сигнал шум (5-10Дб), свойственных, кстати, большинству радиоканалов.

При этом, как и для большинства алгоритмов слепой идентификации, уровень достоверности слабо зависит от отношения сигнал шум, поскольку определяется числом реализаций. Однако в отличии, например от алгоритма оценки по кумулянту 4-го порядка требуемое число отсчетов в эксперименте на порядок меньше: на Рис.5.13 – 60, на Рис.5.14 – 300.

На Рис.5.15 показан случай, когда слепая оценка выигрывает на 12% (для системы GSM-900) по скорости передачи перед тестовым импульсом, при примерно той же допустимой скорости замираний в канале.

В целом характеристики алгоритма слабо зависят от длины канала и длины информационного блока, что делает этот алгоритм потенциально привлекательным для использования в системах связи.

В заключении рассмотрим возможности слепой идентификации для модулирующих последовательностей типа (5.25) и (5.26). В этом случае мы не имеем потерь в скорости передачи данных, поскольку $|g(k)| > 0$.

Результаты применения алгоритма идентификации по полиномиальным статистикам 2-го порядка, рассмотренного в п.4.2.2., показаны на Рис.5.16-19, в сравнении с характеристиками оценки по тестовому сигналу. Чтобы уровнять шансы двух этих методов, при моделировании амплитуда тестового импульса взята равной максимальному значению информационного сигнала с учетом нестационарной модуляции, как это показано на Рис.4.6, Рис.4.7. Импульсная характеристика при моделировании задавалась генератором случайных чисел, имеющих гауссовское распределение.

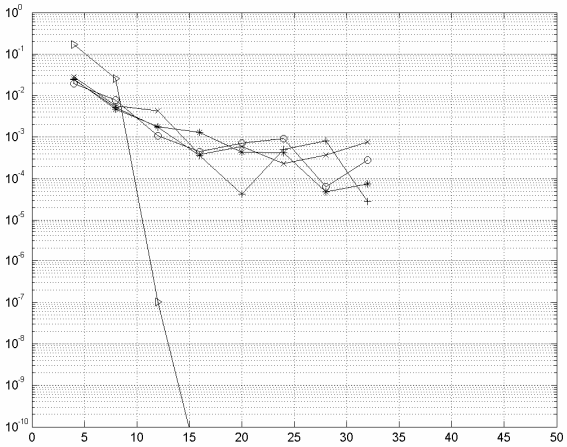

Рис.5.13. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на преобразовании ненулевой корреляции 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «◁» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -ФМ4; «*» -ФМ8; «x» - ФМ16;. Длина канала 3, длина блока данных 12, число блоков 10.

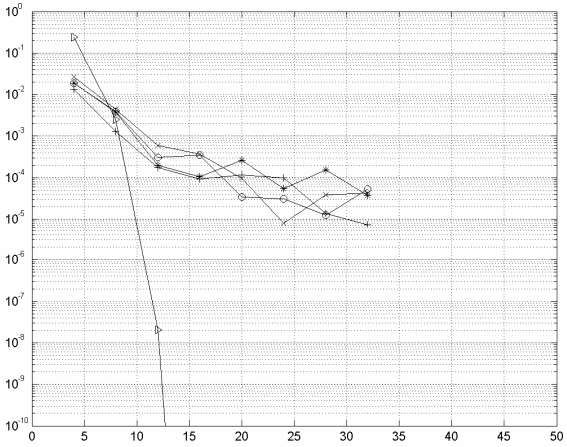

Рис.5.14. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на преобразовании ненулевой корреляции 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «◁» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -ФМ4; «*» -ФМ8; «x» - ФМ16;. Длина канала 3, длина блока данных 12, число блоков 20.

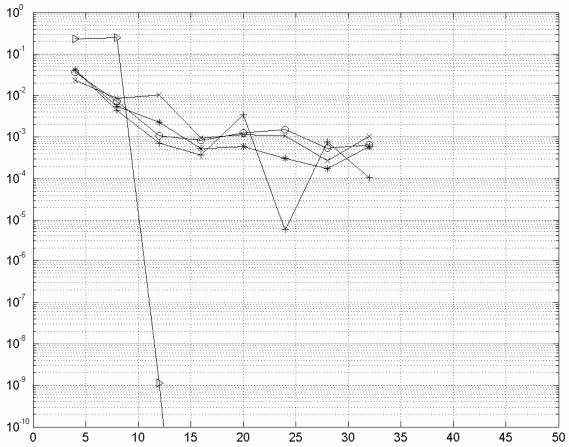

Рис.5.15. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на преобразовании ненулевой корреляции 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -ФМ4; «*» -ФМ8; «x» -ФМ16;. Длина канала 3, длина блока данных 24, число блоков 10.

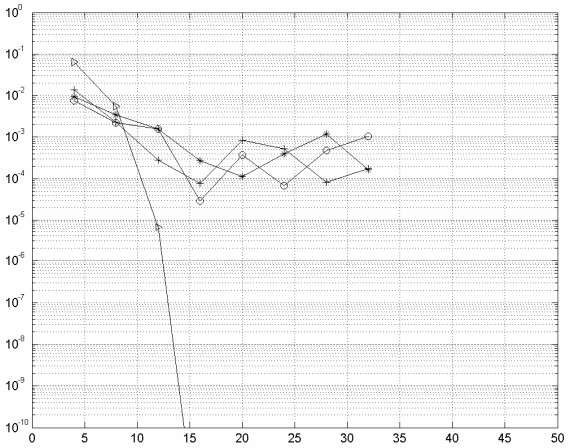

Рис.5.16. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на полиномиальных статистиках 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -АМ4; «*» -АМ8. Длина канала 3, длина блока данных 200, модулирующая последовательность (5.25), a=1/2.

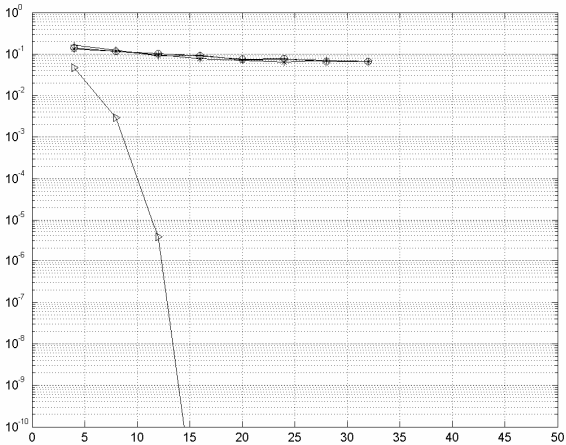

Рис.5.17. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на полиномиальных статистиках 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -АМ4; «*» -АМ8. Длина канала 3, длина блока данных 200, модулирующая последовательность (5.26), A=4.

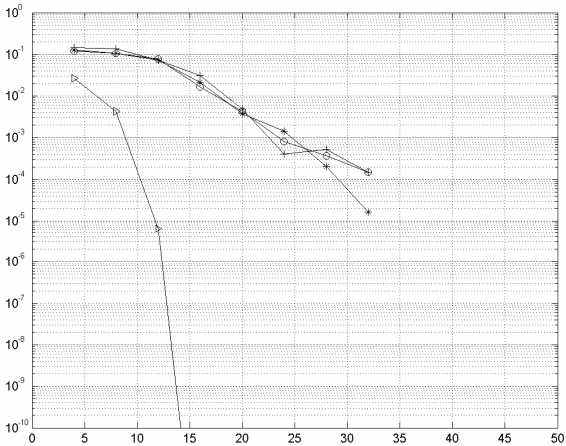

Рис.5.18. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на полиномиальных статистиках 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -АМ4; «*» -АМ8. Длина канала 3, длина блока данных 200, модулирующая последовательность (5.26), A=8.

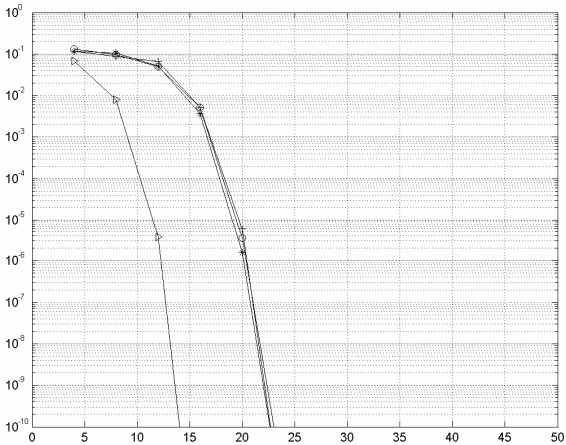

Рис.5.19. Вероятность ошибки демодуляции в зависимости от отношения сигнал-шум при использовании алгоритма, основанного на полиномиальных статистиках 2-го порядка, в сравнении с оценкой по тестовому сигналу - «>» для различной модуляции: «+» - ФМ2; «o» -АМ4; «*» -АМ8. Длина канала 3, длина блока данных 200, модулирующая последовательность (5.26), A=16.

Использование последовательности типа (5.25) по характеристикам достоверности аналогично алгоритму слепой идентификации, основанному на преобразовании ненулевой корреляции 2-го порядка (Рис.5.15), и может быть оптимальной при небольших отношениях сигнал-шум.

Модулирующая последовательность (5.26) может обеспечить достаточно высокую степень достоверности (Рис.5.19) при достаточно высоких значениях параметра $A > 10$.

Рассмотренные алгоритмы в данном разделе алгоритмы не исчерпывают всего разнообразия подходов и алгоритмов слепой коррекции каналов связи разработанных на сегодняшний день. Читателя, интересующегося данной проблематикой, мы адресуем к [16] и обзорам [6,13,48,85].

В частности для систем связи, характеризующихся конечным алфавитом информационных символов, может оказаться оправданной идея распространения классического метода оценивания по максимуму правдоподобия не только на информационные символы, но и неизвестную импульсную характеристику скалярного канала. Условия идентифицируемости в данном случае задаются теоремой Т.7.

Подобные методы классифицируются в литературе как стохастические алгоритмы максимального правдоподобия.

Поскольку информационный сигнал неизвестен, мы можем считать его случайным вектором с известным распределением. Положим для примера, что информационные символы принимают конечное число значений $\{x_1, x_2, ..., x_K\}$ с равной вероятностью, а аддитивная помеха – белый гауссовский шум со спектральной плотностью N_0, тогда алгоритм оценки канала будет иметь вид:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\max_{\mathbf{h}} \left\{ \sum_{i=1}^{K} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \sum_{l} \left(y(l) - s(l \mid \mathbf{h}, x_i) \right)^2 \right) \right\} \tag{5.27}$$

где: $s(l \mid \mathbf{h}, x_i) = \sum_{n=0}^{L-1} h(n) x(n-l)$.

Впервые применение данного алгоритма в системах связи рассмотрено в [86].

Максимизация функции правдоподобия (5.27) в общем случае трудная задача, поскольку данная функция невыпуклая [86]. Однако сегодня известно достаточно большое число алгоритмов позволяющих получить оценки высокого качества (см. библиографию в [85], а также [16]). При выполнении условий регулярности и при хорошем начальном приближении данные алгоритмы сходятся (по крайней мере, в среднеквадратическом смысле) к истинному значению импульсной характеристики канала.

Детерминированная версия алгоритма МП не использует статистической модели для информационной последовательности. Другими словами вектор канала **h** и информационный вектор **x** подлежат одновременной оценке. Когда вектор шума гауссовский с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\sigma^2\mathbf{I}$ МП оценка может быть получена нелинейной оптимизацией минимальных квадратов.

$$\left\{ \hat{\mathbf{h}}, \hat{\mathbf{x}} \right\} = \arg\min_{\mathbf{h}} \left\{ \min_{\mathbf{x}} \left\{ \sum_{l} \left(y(l) - s(l \mid \mathbf{h}, \mathbf{x}) \right)^2 \right\} \right\} \tag{5.28}$$

Совместная минимизация функции правдоподобия по вектору канала и информационным отсчетам еще более трудная задача чем (5.27). К счастью наблюдаемый вектор линейная функция относительно вектора данных или вектора канала, заданная тёплицевой или ганкелевой матрицей. Поэтому мы имеем нелинейную проблему минимальных квадратов, которую мы можем решить последовательно. В частности, если нас интересует оценка только канала, то используется подход, описанный в п.3.2.

Свойство конечного алфавита информационной последовательности, может также использоваться в рамках детерминированного МП подхода. Такой алгоритм предложен в [87] и использует обобщенный алго-

ритм Витерби [16]. Сходимость данных подходов в общем виде не гарантирована.

Несмотря на то, что МП оценки обычно обеспечивают лучшие характеристики, вычислительная сложность и локальные максимумы их две основные проблемы.

Важное место в приложениях связи занимает так называемая «полуслепая» идентификация канала. Данные методы идентификации каналов связи привлекают в последнее время большое внимание, поскольку обеспечивают быструю и устойчивую оценку канала. Кроме того, поскольку большое число последовательных систем передачи уже используют тестовые сигналы, вероятность внедрения этих методов в практику связи более высока.

Полуслепая идентификация использует дополнительные знания о входной информационной последовательности, так как часть входных данных известна.

При этом используются как стохастические, так и детерминированные МП оценки, естественно с учетом модификации функций правдоподобия, путем введения априорных данных о входе [85,76].

Как отмечалось в п.1, в общем, имеется два подхода к решению слепой проблемы: слепая идентификация канала или слепая коррекция. Для систем связи разработано достаточно большое число подходов построения слепых эквалайзеров.

Ключевой момент в разработке слепого эквалайзера это разработка правила регулировки параметров эквалайзера. При отсутствии испытательного импульса приемник не имеет доступа к параметрам канала и не может использовать традиционный подход к минимизации критерия минимума средней ошибки [16].

Несомненно, адаптация слепого эквалайзера требует использования некоторой специальной функции стоимости, которая, безусловно, включает в себя статистики высокого порядка выходного сигнала.

Самый простой алгоритм в данном классе минимизирует средний квадрат ошибки между выходом эквалайзера и выходом двухстороннего ограничителя. Характеристики алгоритма зависят от того, насколько хорошо подобраны начальные параметры эквалайзера.

Наиболее известные алгоритмы в данном классе стохастических градиентных алгоритмов это алгоритмы Сато, Годарда, алгоритм «Stop-and-go» [16].

В целом подобные алгоритмы сходятся, когда выходная последовательность эквалайзера удовлетворяет свойству Базганга, т.е.:

$$\mathbf{M}\{y(l)y(l-k)\} = \mathbf{M}\{y(l)f(y(l-k))\}, \qquad (5.29)$$

где: $f(\bullet)$ - функция стоимости. Поэтому эти алгоритмы называются также алгоритмами Базганга.

Базовое ограничение стохастических градиентных алгоритмов относительно медленная сходимость, требование достоверных начальных условий.

Более подробно мы остановимся на близких к данным методам подходах в следующей главе, при рассмотрении задачи фокусировки радиолокационных изображений.

Т.о. слепая обработка сигналов достаточно перспективная технология выравнивания канала в последовательных системах связи в каналах с рассеянием. При этом проведенный анализ показывает, что если рассматривать слепую оценку как альтернативу оценке по испытательному импульсу, то последняя практически всегда выигрывает по скорости сходимости и помехоустойчивости, однако слепая оценка всегда выигрывает по скорости передачи.

Вместе с тем для алгоритмов, использующих векторную модель канала, преобразования ненулевой корреляции, а также нестационарную модуляцию в ряде случаев выигрыш оценки по тестовому импульсу по достоверности может быть нивелирован или ликвидирован полностью.

Поэтому использовать или нет слепую оценку канала в каждом конкретном случае требует от разработчика системы связи компромиссного решения.

Глава 6.

«СЛЕПАЯ» ПРОБЛЕМА, ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЛС С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

В этой главе мы рассмотрим вопросы формирования изображений в радиолокационных системах с синтезированной апертурой (РСА). Покажем существо слепой проблемы в данной задаче, возможности, специфику и значение технологий СОС для развития технологий радиолокационного наблюдения.

6.1. Принципы радиолокационного наблюдения поверхности Земли

В этом параграфе мы приведем некоторые элементарные, но необходимые для знакомства с данным разделом сведения о принципах построения радиолокаторов, формирующих изображения подстилающей поверхности. Более подробную информацию о данных системах можно найти в [91-93,111,112].

Радиолокаторы бокового обзора (РБО) являются естественной модификацией импульсных РЛС кругового обзора при размещении их на летательном аппарате (ЛА). В отличие от РЛС кругового обзора антенна РБО неподвижна относительно корпуса ЛА и развертка радиолокационного изображения поверхности Земли обеспечивается движением ЛА.

Радиолокационное изображение (РЛИ), облучаемой поверхности Земли формируется из амплитуды переотраженных в обратном направлении зондирующих импульсов РЛС и является модулем комплексного коэффициента обратного рассеяния поверхности Земли. Каждый отраженный импульс является строчкой дискретного РЛИ, столбцами, которого являются отсчеты отраженных импульсов.

Размер РЛИ (или полоса захвата РБО) по оси Y определяется шириной диаграммы направленности антенны РБО в этом сечении - θ_y, углом места φ, и высотой ЛА – h (см. Рис.6.1). В предположении плоской отражающей поверхности:

$$W = h\left(\frac{1}{\cos\left(\varphi + \frac{\theta y}{2}\right)} - \frac{1}{\cos\left(\varphi - \frac{\theta y}{2}\right)}\right) \qquad (6.1)$$

Очевидно, что размер РЛИ вдоль оси X ограничен только временем работы РЛС.

Линейная разрешающая способность по азимуту РБО (вдоль оси X) характеризует возможность различения на РЛИ двух близкорасположенных точечных целей, и определяется шириной диаграммы направленности антенны в сечении азимута и наклонной дальностью до цели:

$$\Delta_x = \theta_x R = R\frac{\lambda}{D_x} \tag{6.2}$$

Разрешающая способность РБО по наклонной дальности определяется только типом зондирующего сигнала и при использовании простого радиоимпульса равна $\Delta_r = c\delta\tau/2$, а при использовании сложных сигналов определяется эффективной полосой частот сигнала, т.е. $\Delta_r = c/\Delta f_э 2$.

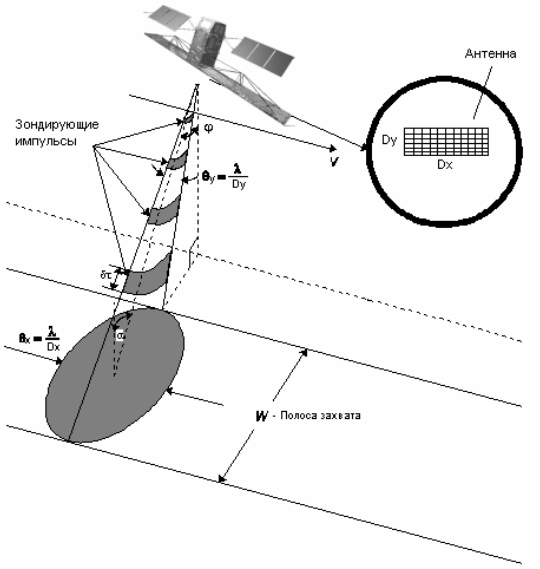

Рис.6.1. Принципы построения РСА.

Для решения задачи формирования радиолокационного изображения с заданным качеством важную роль играет разрешающая способность РБО по поверхностной дальности (см. Рис.6.2), которая зависит от угла падения α:

$$\Delta_y = \frac{c}{2\Delta f_э \cos(\alpha)}, \tag{6.3}$$

и для плоской поверхности равна $\Delta_r/\sin(\varphi)$. Данная зависимость показывает, что разрешающая способность РБО по поверхностной дальности резко падает при малых углах места, поэтому РБО обычно работают при углах места >10°.

Т.о. увеличение разрешающей способности РБО по дальности обеспечивается использованием более широкополосных зондирующих сигналов и легко достижимо, в тоже время увеличение разрешающей способности по азимуту требует увеличения отношения длины антенны к длине волны до величины, сравнимой с расстоянием до цели, что, как правило, сопряжено с большими техническими проблемами.

Альтернативный путь резкого увеличения азимутальной разрешающей способности РБО без увеличения размеров реальной антенны – использование метода синтезирования апертуры антенны, который обеспечивает практически неограниченной увеличение отношение D_x/λ, за счет использования специальной пространственно-временной обработки отраженных сигналов.

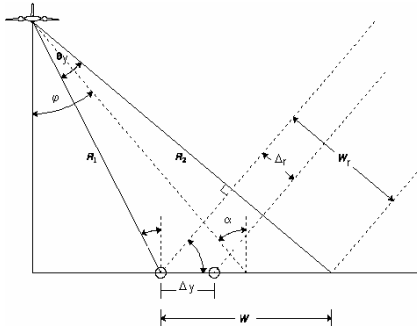

Рис.6.2. Разрешающая способность по наклонной и поверхностной дальности.

Радиолокатор бокового обзора, использующий метод синтезирования апертуры для формирования РЛИ с высоким разрешением, называется радиолокатором с синтезированной апертурой (РСА).

Рассмотрим принцип формирования РЛИ в РСА. Пусть точечная цель облучается последовательностью радиоимпульсов с частотой повторения значительно более высокой, чем в РБО (Рис.6.3).

В момент времени t_1 приходит первый, отраженный от цели импульс, в t_N последний. В течение этого времени антенна перемещается в пространстве на расстояние L_s, которое называют длиной синтезированной апертуры (равна разрешающей способности РБО).

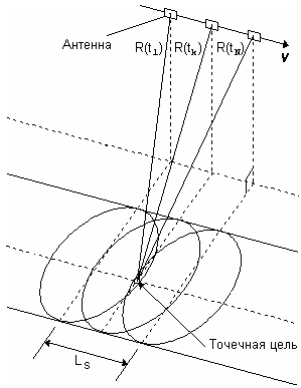

Рис.6.3. Принцип синтеза апертуры в РСА.

Каждый k-й отраженный радиоимпульс в этой пачке получает задержку $\tau(t_k)=2R(t_k)/c$, фазовый сдвиг несущего колебания $\varphi(t_k)=4\pi R(t_k)/\lambda$ и некоторый амплитудный коэффициент, индуцированный диаграммой направленности (ДН) антенны G_k, зависящие от момента излучения импульса t_k.

$$s_{отр}(t,k)=\mathrm{Re}\left[G_k s(t-\tau(t_k))\exp\left(j\left(\omega_0 t-\varphi(t_k)\right)\right)\right] \qquad (6.4)$$

В большинстве случаев достаточно проанализировать квадратичную аппроксимацию $R(t)$ в окрестности точки траверза цели – $t_{тр}$:

$$R(t)=\sqrt{R(t_{тр})^2+(V(t-t_{тр}))^2}\approx R(t_{тр})+\frac{V^2}{2R(t_{тр})}(t-t_{тр})^2 \qquad (6.5)$$

Т.о. огибающая пачки отраженных импульсов определяется ДН антенны и квадратичным фазовым набегом, который эквивалентен линейной частотной модуляции пачки импульсов, так как:

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\varphi(t)\approx\frac{2V^2}{\lambda R(t_{тр})}(t-t_{тр}) \qquad (6.6)$$

Вид такой пачки показан на Рис.6.4. Частотную модуляцию пачки отраженных импульсов можно объяснить эффектом Доплера, возникающим вследствие движения ЛА. Данная линейная частотная модуляция огибающей пачки отраженных импульсов имеет полосу частот $\Delta f=2VL_s/\lambda R$.

Максимальное квадратичное смещение отраженных импульсов по оси задержки, показанное на Рис.6.4, как правило, меньше разрешающей способности РСА по задержке $\delta\tau$ и проявляется только в космических или

сверхширокополосных РСА, где носит название эффекта миграции дальности.

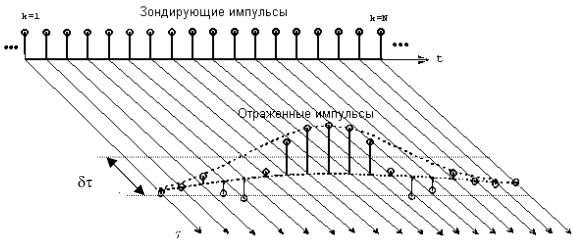

Рис.6.4. Траекторный сигнал РСА.

Таким образом, в РСА, в отличие от РБО, мы обрабатываем не один отраженный импульс, а пачку импульсов. Комплексная огибающая этой пачки не что иное, как дискретное представление ЛЧМ импульса. Воспользовавшись этим фактом, мы можем сжать этот сигнал вдоль оси X до величины Δ_x, воспользовавшись, например, согласованным с этим сигналом фильтром:

$$\Delta_x = \frac{V}{\Delta f} = \frac{\lambda R}{2L_S} = \frac{D_x}{2} \qquad (6.7)$$

Т.е. азимутальное разрешение РСА не зависит от расстояния до цели, длины волны, скорости полета и т.п., и определяется только длиной азимутального раскрыва антенны, причем, чем он меньше, тем выше разрешающая способность РСА. Чем меньше апертура реальной антенны, тем больше L_s, тем больше отношение длины синтезированной антенны к длине волны, которое мы теперь можем сделать сколь угодно большим.

Таким образом, особенность РСА, в необходимости совместной когерентной обработки пачки отраженных импульсов длиной $N=L_s/\Delta_x$.

Поскольку в РСА частота повторения импульсов в N раз больше чем в РБО, то полоса обзора помимо выражения (1) должна выбираться с учетом естественного условия однозначности, т.е. $W_t<cT_п2$ (см. Рис.6.1), где $T_п$ - период повторения импульсов. Данное условие может существенно ограничивать полосу захвата космических РСА.

Поэтому для увеличения полосы захвата используется сканирующий режим работы антенны РСА, при котором организуется циклическое сканирование ДН антенны по углу места с периодом $Ts=Ls/V$. В этом случае, интервал синтеза апертуры антенны Ts делится на M частей, в течение каждого из них наблюдаются различные участки полосы захвата. В этом

случае разрешающая способность РСА в (M+1) раз больше, чем при боковом обзоре.

Телескопический (прожекторный) режим используется в РСА для получения очень высокого разрешения (больше чем $Dx/2$), за счет увеличения длины синтезированной апертуры Ls путем организации непрерывного наблюдения заданного участка местности, который обеспечивается сканированием ДН антенны по углу азимута. Особенностью такого режима является кадровый характер съемки.

6.2. Радиолокационное дистанционное зондирование Земли: современное состояние, проблемы и перспективы развития

Первыми радиолокационными системами (РЛС), которые нашли применение в дистанционном зондировании, были авиационные радиолокаторы бокового обзора. Они использовались в военной авиации в основном для разведывательных целей и навигации.

Появление в 50-х годах авиационных радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА) явилось следствием борьбы за улучшение пространственного разрешения. Развитие когерентной техники и методов оптимальной обработки сигналов открыли новые возможности получения очень высокой разрешающей способности по азимуту.

При использовании метода синтезированной апертуры, высокое разрешение достигается формированием искусственного раскрыва в результате поступательного движения летательного аппарата, несущего антенну, которая излучает зондирующие импульсы в направлении, перпендикулярном линии пути. Последовательные положения реальной антенны в пространстве, соответствующие каждому излученному импульсу, могут рассматриваться как элементы некоторой синтезированной антенной решетки. При этом горизонтальный размер синтезированной антенны обратно пропорционален физическому размеру реальной антенны и может быть сделан очень большим. Соответственно, пространственное разрешение в РСА может быть сделано достаточно высоким независимо от высоты полета летательного аппарата, кроме этого, появляется возможность использования рабочей длины волны вплоть до нескольких метров без существенной потери пространственного разрешения. Эти обстоятельства обусловили огромные перспективы использования РСА на борту космических аппаратов [94,95].

В настоящее время космические РСА находят все большее применение в различных технологиях дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), а в некоторых из них, например, исследование динамических процессов в океане, РСА признается, как единственно возможный инструмент для получения достоверной информации.

Это объясняется двумя основными обстоятельствами, отличающими РСА от датчиков дистанционного зондирования, работающих в видимом и инфракрасном диапазонах электромагнитного спектра:

- РСА способны получать радиолокационные изображения (РЛИ) поверхности Земли вне зависимости от состояния облачного покрова и освещенности поверхности;
- РЛИ несет в себе зависимость от некоторых специфических характеристик подстилающей поверхности: динамика поверхности, диэлектрическая постоянная, микрорельеф.

Естественными причинами, которые могут привести к существенным изменениям этих характеристик и их РЛИ, соответственно, могут быть следующие: вегетация и потеря листвы растительностью; повреждения растительности (пожары, загрязнения и т.п.); активное сельское хозяйство; изменение микрорельефа и влажности поверхности (дождь, снег и т.п.); наводнение; эрозия почвы; динамика взволнованной водной поверхности (приводной ветер, мелководье, поверхностно-активные вещества, гидродинамические эффекты, связанные с океанскими течениями и течением рек); изменение структуры морских льдов и глетчеров. Это обстоятельство определяет возможность решения с помощью радиолокационного наблюдения целого ряда практических задач. Например, более чем два десятка лет РЛИ используются в геологии для поиска геоморфологических признаков, которые связаны с минералами и газоводонесущими породами [94-98].

РЛС бокового обзора - основное средство в дистанционном зондировании морских льдов, проводки судов во льдах. С помощью информации РЛС удается не только картографировать ледовые поля, но и определять толщину льда, его происхождение, состояние; определить структуру трещин и динамику их развития. Особенно успешно с помощью радиолокационных данных решаются задачи определения характеристик приводного ветра (скорость, направление), а также прогноза энергии ураганов, контроля зон штормов и сильного волнения [97].

Совместно с ИК аппаратурой РСА активно используется для определения зон наиболее эффективного рыболовства, обнаружения косяков некоторых типов промысловых рыб, прогнозирования рыбных запасов и определения квот вылова.

Особенно расширилась область применения РСА с появлением метода интерферометрической съемки [99]. Помимо указанных выше основных свойств радиолокационных данных, при интерферометрической обработке появляется возможность получения трехмерной пространственной информации о характеристиках радиолокационного рассеяния земной поверхности. Основным применением таких данных является топография с высоким разрешением, получение цифровых карт рельефа местности, их

оперативного и постоянного обновления.

В ближайшем будущем прогнозируется преимущественное применение РЛС в таких областях, как: картографирование растительных покровов, определение их типа; отслеживание некоторых типов повреждений окружающей среды, например, в результате лесных пожаров; картографирование влажности почвы и растительности, заболоченности; контроль и управление движением морских и речных судов; обнаружение пленок нефти естественного и искусственного происхождения; контроль порывов нефтепроводов и продуктопроводов (в настоящие время проводятся исследования о возможности глобального контроля масштабов утечки газа в газопроводах); картография и топография высокого разрешения; городское планирование и картография землепользования.

РСА космического и авиационного базирования эффективно используются для военных приложений. Это системы разведки, целеуказаний, системы дистанционного обнаружения мин и т.п. [94,95,100,101].

Эффективность использования РСА в этой области связана с возможностью этих систем, обеспечивать решение задачи независимо от погодных условий и времени суток, а также с высокой геометрической точностью.

Как правило, авиационные радиолокационные комплексы используют одновременно несколько несущих частот (многочастотные РСА) и поляризаций (поляриметрические РСА).

Разнообразие частот и поляризаций имеет решающее значение для точной классификации покровов земли в тропических и Арктических областях, измерении биомассы лесов, снежного покрова и влажности.

Применение длинноволновых диапазонов (длина волны более 70см) обеспечивает возможность подповерхностного зондирования, поскольку РЛИ несет в себе информацию о распределении коэффициента отражения в толще земной поверхности, при этом глубина проникновения в VHF и UHF диапазонах может достигать нескольких сотен метров.

РСА космического базирования имеют ряд преимуществ перед авиационными радиолокационными системами наблюдения. Это прежде всего:

- возможность глобального обзора поверхности Земли (до 1000 км);
- высокая оперативность и регулярность обновления информации (от нескольких часов до нескольких суток);
- потенциально более низкая стоимость съемки одного квадратного километра поверхности.

Считается, что первым космическим радиолокатором для построения изображений поверхности Земли была аппаратура космического аппарата (КА) Seasat-A (США). Аппарат был запущен на околополярную орбиту высотой 800 км в июне 1978. Радиолокатор имел рабочую длину

волны 23см и горизонтально поляризованное излучение, угол визирования поверхности был фиксированным и составлял 20 градусов от надира. Ширина полосы захвата РСА Seasat-A, т.е. ширина участка местности, попадающей на изображение, была 100 км, а разрешение приблизительно 25 метров. РСА был включен в состав полезной нагрузки КА прежде всего с целью съемки поверхности океана, однако в течение трехмесячной эксплуатации КА были также получены изображения обширных территорий северного полушария.

Изображения РСА Seasat использовались для определения спектра направлений океанских волн, поверхностных проявлений внутренних волн, движения полярных льдов, особенностей геологического строения земной коры, границ влажности почвы, характеристик вегетации, использования земли под городские застройки, и других задач представляющих интерес.

Результаты эксплуатации РСА Seasat превзошли все ожидания и показали высокие информационные возможности РЛИ не только при наблюдении процессов в Мировом океане, но и для наблюдения природных объектов и явлений на суше, ледового и растительного покровов Земли, а также во многих других приложениях дистанционного зондирования. Это обстоятельство вызвало резкий рост интереса к подобным системам и послужило толчком к активизации исследовательских работ в области практического применения радиолокационных данных, создания аппаратных средств космических РСА, методов обработки радиолокационной информации.

В последующие почти 25 лет после запуска КА Seasat было реализовано несколько проектов космических РСА - SIR-A/B (США), SIR-C/X-SAR (США, Германия, Италия), ERS-1/2, ENVISAT (Европейское сообщество), JERS (Япония), КА ”Алмаз” (СССР), RADARSAT (Канада).

Эксплуатация этих систем преследовала в основном исследовательские цели: отрабатывались и проверялись аппаратурные решения, методы и техника обработки радиолокационных данных, технологии измерения характеристик природных объектов и явлений по радиолокационной информации. В аппаратуре использовались частотные диапазоны L(23см), S(10см), C(5см), X(3см), активные (SIR-A/B/C, JERS) и пассивные (ERS-1/2, X-SAR, "Алмаз") фазированные антенные решетки, применялись средства управления углом визирования поверхности (SIR-A/B/C) и режимами работы (ERS-1,2), обеспечивалась одновременная съемка на нескольких поляризациях и частотах (SIR-B/C/X-SAR). В области техники обработки радиолокационной информации был сделан окончательный выбор в пользу цифровых методов и средств.

С середины 90-х гг., с запуском КА RADARSAT (Канада) в 1995г. в развитии космических РСА обозначился следующий этап - переход к экс-

плуатационным системам, предназначенным для решения конкретных научных, хозяйственных и коммерческих задач.

В состав датчиков дистанционного зондирования КА RADARSAT входит РСА С-диапазона с согласованной горизонтальной поляризацией излучения. Аппаратура имеет несколько режимов работы с различными характеристиками пространственного разрешения, от 10м до 100м и полосы захвата, от 35км до 170км. Основное назначение КА RADARSAT - наблюдение полярных областей планеты в целях получения метеорологической информации, обеспечения навигации в северных областях мирового океана, океанологических исследований и исследования полярных льдов.

Отдельно необходимо отметить программу SRTM (США), которая предусматривала проведение в 1999г. масштабных экспериментов с многочастотным однопроходным РСА-интерферометром. Основная цель 11-суточного полета Space Shuttle/Endeavour по программе SRTM - сбор данных с целью последующего формирования цифровых топографических карт поверхности Земли в диапазоне от 56°ю.ш. до 60°с.ш. (приблизительно 80% территории суши). Абсолютная точность восстановленного рельефа составила 20м в плане и 16м по высоте для С-диапазона , 3-5м для Х-диапазона.

Пространственное разрешение космических РСА, сегодня, как правило, не лучше 3 м, а рабочая длина волны находится в диапазоне от 3см (Х диапазон) до 25см (L-диапазон).

В последние годы обсуждаются проблемы реализации космических РСА дистанционного зондирования Земли, работающих в диапазонах частот, традиционно не используемых в космической радиолокации. Это РСА, работающие в верхней части сантиметрового диапазона и диапазона миллиметровых волн (X, Ku, K), а также РСА, работающие в верхней части дециметрового диапазона и диапазона метровых волн (P, UHF, VHF). Необходимость размещения таких РСА на борту космического аппарата диктуется практическими нуждами.

Развитие радиолокационной картографии и геодезии, коммерческих приложений ДЗЗ требует увеличения пространственной разрешающей способности.

Сегодня пространственное разрешение в Х диапазоне ограничено регламентом радиосвязи на уровне 1м, в тоже время современные технологии РСА могут обеспечить разрешение до единиц сантиметров при увеличении используемой полосы частот, что может быть достигнуто в высокочастотных диапазонах (X, Ku, K).

Использование диапазонов (P, UHF, VHF) особенно интересно, поскольку РЛИ в этих диапазонах несет в себе информацию о распределении коэффициента отражения в толще земной поверхности, при этом глубина

проникновения в VHF диапазоне может достигать нескольких сотен метров.

Кроме того, использование низкочастотных диапазонов связано с высокой эффективностью применения РСА для картографирования растительных покровов.

К сожалению, размещение этих систем в космосе сопровождается рядом сложных технических проблем.

Известно, что увеличение пространственного разрешения по дальности в радиолокаторах с синтезированием апертуры обеспечивается расширением полосы частот зондирующего сигнала и, соответственно, полосы пропускания аппаратного тракта РСА. При этом в коротковолновой части диапазона частот у современных авиационных РСА абсолютный уровень разрешающей способности по дальности ограничен современными возможностями устройств формирования сигналов и полосой пропускания цифрового тракта.

Попытка реализовать абсолютные значение разрешения по дальности в длинноволновой части диапазона частот РСА, хотя бы на уровне 1м...5м, требует реализации уже сверхширокополосных систем (так, например, РСА Carabas 1-2 имеет зондирующий сигнал с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), начинающийся с 20 МГц и заканчивающийся на частоте 90 МГц).

При обработке данных этой системы разработчики уже столкнулись с проблемами обеспечения линейности сквозного тракта, поскольку измерения сквозной передаточной характеристики системы с необходимой точностью обычными способами, даже в условиях наземных испытаний, оказались невозможными [107]. Помимо аппаратного тракта, для широкополосных систем космического базирования, на разрешающую способность по дальности существенное влияние оказывают искажения зондирующего сигнала на трассе распространения в атмосфере за счет изменяющегося с высотой регулярного распределения коэффициента преломления тропосферы и ионосферы [32].

Достижение высокой разрешающей способности РСА по азимутальной координате требует эквивалентного повышения требуемой точности знания параметров относительного движения космического аппарата и поверхности Земли. При этом современное состояние авиационных и космических навигационных систем не позволяет обеспечивать требуемые точности (единицы метров). Данная проблема встала, в первую очередь, перед разработчиками авиационных РСА в 80-х годах и привела к интенсивным исследованиям в области создания методов оценки доплеровского центроида и автоматической фокусировки радиолокационных изображений [34,35,36,108].

Однако, помимо геометрических ошибок, на разрешение по азимуту в рассматриваемом нами случае, влияют флюктуации коэффициента преломления атмосферы, приводящие к эквивалентным флюктуациям фазы принимаемого сигнала РСА.

Т.о., влияние траекторных и особенно атмосферных ошибок приводит к существенному ограничению пространственного разрешения космических РСА, при этом степень ухудшения резко возрастает при увеличении длины волны и потенциального пространственного разрешения. Кроме того, эти эффекты приводят к значительным геометрическим и поляризационным искажениям [109,110].

Это позволяет считать задачу получения радиолокационного изображения в условиях сильного влияния траекторных и атмосферных ошибок основной проблемой, ограничивающей развитие техники космических РСА при освоении новых частотных диапазонов и уровней разрешения [38].

Одним из наиболее предпочтительных путей преодоления последствий данных эффектов, является использование технологий СОС для компенсации искажений радиолокационных изображений.

6.3. Математическая модель пространственно-временного канала РЛС с синтезированной апертурой

Рассмотрим модель пространственно временного канала (ПВК) радиолокационной системы.

На Рис.6.5 приведены основные геометрические соотношения и обозначения. На этом рисунке ГСК, это глобальная система координат, связанная с отражающей земной поверхностью, заданной уравнением $F(\mathbf{R})=0$.

Пусть передатчик излучает в пространство импульсный сигнал, заданный комплексной огибающей $\dot{h}(t-kT)$ с периодом повторения T:

$$\dot{S}_0(t-kT)=\dot{h}(t-kT)\exp\left(j\omega_0(t-kT)\right). \qquad (6.8)$$

Сигнал попадает обратно в приемник после отражения от точечной цели с координатами **R.** Момент времени прихода сигнала, отраженного этим участком поверхности определяется следующим уравнением:

$$t_{np}=kT+\frac{1}{c}\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}\right|+\frac{1}{c}\left|\mathbf{R}_c(t_{np})-\mathbf{R}\right|. \qquad (6.9)$$

Время, затрачиваемое сигналом на перемещение в пространстве:

$$\Delta t_{np}=t_{np}-kT\ . \qquad (6.10)$$

Тогда сигнал, отраженный точечной целью будет иметь вид:

$$\dot{S}_{np}(t-t_{np}) = \dot{S}_0(t-t_{np})\dot{G}_c\left(\mathbf{T}_c^{-1}(kT)(\mathbf{R}-\mathbf{R}_c(kT))\right)\cdot$$
$$\cdot\,\dot{\xi}_0(\mathbf{R})G_c^*\left(\mathbf{T}_c^{-1}(t_{np})(\mathbf{R}-\mathbf{R}_c(t_{np}))\right) \qquad (6.11)$$

В этом выражении $\dot{G}_c(\mathbf{R})$ - комплексная диаграмма направленности совмещенной приемо-передающей антенны, $\dot{\xi}_0(\mathbf{R})$ - комплексный коэффициент отражения точечной цели, $\mathbf{T}_c^{-1}(kT)$ - матрица направляющих косинусов системы координат, связанной с фазовым центром антенны.

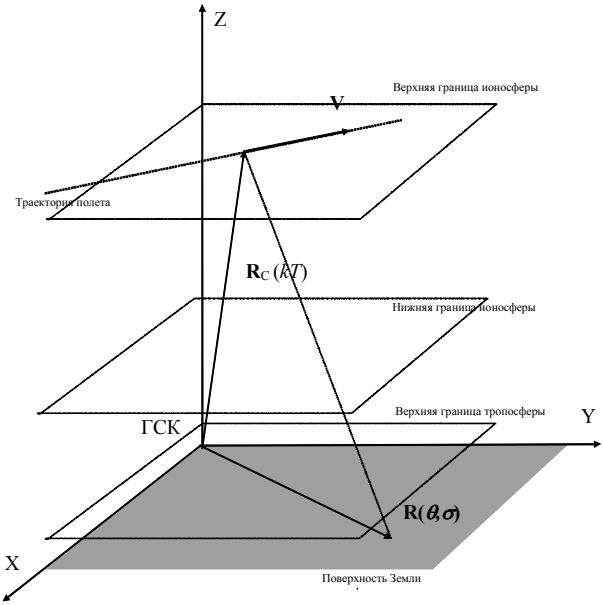

Рис.6.5. Система координат РСА.

Запишем решение уравнения (6.9) в виде $\Delta t_{np} = \Delta t_{np}(kT,\mathbf{R})$, тогда выражение для сигнала приемника (6.11) можно записать в виде:

$$\dot{S}_{np}(t,kT,\mathbf{R}) = \dot{S}_0\left(t-kT-\Delta t_{np}(kT,\mathbf{R})\right)\dot{G}_c\left(\mathbf{T}_c^{-1}(kT)(\mathbf{R}-\mathbf{R}_c(kT))\right)\dot{\xi}_0(\mathbf{R})\cdot$$
$$\cdot\,G_c^*\left(\mathbf{T}_c^{-1}(kT+\Delta t_{np}(kT,\mathbf{R}))(\mathbf{R}-\mathbf{R}_c(kT+\Delta t_{np}(kT,\mathbf{R})))\right) \qquad (6.12)$$

Прежде чем перейти к сигналу, отраженному от всей поверхности, введем систему координат РСА (СКРСА). Мы будем рассматривать сигналы РСА в координатах наблюдаемого двумерного сигнала, при этом, далее мы введем понятие идеального РЛИ, чтобы в конечном итоге получить

модель РСА в виде интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода, связывающего информационный сигнал (идеальное РЛИ) и наблюдаемый сигнал (радиоголограмму).

Такой подход позволит нам ввести понятие радиолокационного канала, его импульсной характеристики, исключить из рассмотрения геометрию реальной отражающей поверхности и связанные с этим геометрические искажения, не имеющие прямого отношения собственно к технике РСА.

СКРСА как импульсно-доплеровской системы, запишем в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \Delta t_{np} = \dfrac{1}{c}\left|\mathbf{R}_c(\theta) - \mathbf{R}\right| + \dfrac{1}{c}\left|\mathbf{R}_c(\theta + \Delta t_{np}) - \mathbf{R}\right| \\ \dfrac{d\Delta t_{np}}{d\theta} = 0 \\ F(\mathbf{R}) = 0 \end{cases} \tag{6.13}$$

Система (6.13) задает однозначное соответствие между радиолокационными координатами $(\theta, \Delta t_{np})$ и точкой переотражающей поверхности $\mathbf{R}$.

Предполагая отсутствие релятивистского эффекта, т.е. $\mathbf{R}_c(\theta) \approx \mathbf{R}_c(\theta + \Delta t_{np})$, а также дифференцируя 1-е уравнение системы, после несложных преобразований, получим (6.13) в виде:

$$\begin{cases} \Delta t_{np} = \dfrac{2}{c}\left|\mathbf{R}_c(\theta) - \mathbf{R}\right| \\ (\mathbf{R}'_c(\theta), \mathbf{R}_c(\theta) - \mathbf{R}) = 0 \\ F(\mathbf{R}) = 0 \end{cases} \tag{6.14}$$

Вводя обозначение для $\Delta t_{np} = \sigma$ мы можем записать сигнал отраженный элементарной площадкой $d\theta d\sigma$ и проведя интегрирование получим искомое выражение для наблюдаемого сигнала РСА:

$$\begin{aligned} &\hat{S}_{np}(t, kT) = \\ &= \iint \hat{S}_0\left(t - kT - \Delta t_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma))\right) G^2\left(\mathbf{T}_u^{-1}(kT)(\mathbf{R}(\theta,\sigma) - \mathbf{R}_c(kT))\right) \times \\ &\times \hat{\xi}(\mathbf{R}(\theta,\sigma))\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\sigma \end{aligned} \tag{6.15}$$

В этом выражении $\hat{\xi}(\mathbf{R}(\theta,\sigma))$ - удельный коэффициент рассеяния отражающей поверхности, модуль которого и является идеальным радио-

локационным изображением. Уравнение (6.15) задает модель радиолокационного канала в виде интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Ядро этого уравнения является импульсной характеристикой радиолокационного канала.

В отличие от идеального случая распространения радиоволны в вакууме, при анализе модели космической РСА, необходимо учитывать влияние неоднородности регулярного коэффициента преломления атмосферы.

В соответствии с [113] зависимость регулярного коэффициента преломления атмосферы от высоты и частоты излучения имеет вид:

$$n(h,\omega) = n_{тр}(h) + n_{ион}(h,\omega), \tag{6.16}$$

где: $n_{тр}(h)$ - показатель преломления тропосферы, $n_{ион}(h,w)$ - показатель преломления ионосферы.

Показатель преломления тропосферы (прилегающий к поверхности Земли наиболее плотный слой атмосферы) описывается выражением [113]:

$$n_{тр}(h) = \frac{79 \cdot 10^{-6}}{T(h)} \left[p(h) + \frac{4800 l(h)}{T(h)} \right], \tag{6.17}$$

где: $T(h)$- температура, в ^{0}К; $p(h)$- давление, мбар; $l(h)$- парциальное давление пара, мбар.

Показатель преломления ионосферы (слой атмосферы от 60км до 1000км с максимумом ионизации на высоте 250...350 км) зависит от частоты распространяющейся электромагнитной волны и в соответствии с [113] определяется выражением:

$$n_{ион}(h,\omega) = \sqrt{1 - 323.2\pi^2 \frac{N(h)}{\omega^2}}, \tag{6.18}$$

где: $N(h)$- функция, описывающая распределение ионизации по высоте.

Определим время распространения сигнала РСА по трассе источник излучения - отражающая поверхность - приемник. Скорость распространения высокочастотного колебания ограниченного во времени и пространстве (квазигармонический пакет [116]), характеризуется групповой скоростью:

$$a = \frac{c}{n(h,\omega) + \omega \dfrac{dn(h,\omega)}{d\omega}}. \tag{6.19}$$

Соответственно время распространения определяется следующим выражением [116]:

$$t = \int_r \frac{1}{a(h(r),\omega)} dr \,. \tag{6.20}$$

Подставляя (6.19) в (6.20) получим следующее выражение:

$$t = \frac{1}{c}\left[1 + \omega \frac{d}{d\omega}\right] \cdot \int_r n(h(r),\omega) dr \,. \tag{6.21}$$

Тогда время распространения сигнала РСА в неоднородной среде можно задать следующим уравнением:

$$\Delta t_{np} = \frac{2}{c}\left[1 + \omega \frac{d}{d\omega}\right] \cdot \left[\int_0^{|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)|} n\big(h(\mathbf{R}_c(kT), \mathbf{R}(\theta,\sigma)), \omega, r\big) dr \right] \tag{6.22}$$

В отличие от уравнения (6.9), время распространения сигнала в данном случае зависит не только от модуля вектора наклонной дальности, но и от его ориентации относительно просвечиваемых атмосферных слоев, а также от частоты электромагнитной волны.

Рассмотрим теперь искажения комплексной огибающей сигнала в регулярной атмосфере. Для этого представим (6.8) в виде:

$$\dot{S}_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{h}(j\omega) \exp(-j\omega t) d\omega \cdot \exp(j\omega_0 t) \tag{6.23}$$

Рассматривая $\dot{S}_0(t)$ в виде суммы квазигармонических пакетов, распространяющихся на некоторой сетке несущих частот, легко получить выражения для ядра искажающего функционала. Для этого разложим решение уравнения (6.22) в ряд по степеням ω в окрестности ω_0 и запишем этот ряд в виде суммы двух слагаемых:

$$\Delta t_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega) = \Delta t_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega_0) + \Delta t'_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega, \omega_0) \tag{6.24}$$

Тогда, выражение для элементарного сигнала в точке приема примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{np}(t, kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma)) &= \dot{h}\big(t - kT - \Delta t_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega_0)\big) \\ &\cdot \exp\Big(j\omega_0\big(t - kT - \Delta t_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega_0)\big)\Big) \end{aligned} \tag{6.25}$$

В отличие от идеального случая, комплексная огибающая сигнала источника зависит от характеристик относительного движения РСА и отражающей поверхностью и определяется следующим линейным преобразованием:

$$\dot{h}(t, kT, \theta, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{h}(j\omega) \exp\big(-j\omega \Delta t'_{np}(kT, \mathbf{R}(\theta,\sigma), \omega, \omega_0)\big) \exp(-j\omega t) d\omega \,. \tag{6.26}$$

Т.о. влияние атмосферы на характеристики комплексной огибающей описывается интегральным оператором свертки, ядро которого во временной области можно записать в виде:

$$\dot{K}_a(t, kT, \theta, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-j\omega\Delta t'_{np}\left(kT, \mathbf{R}(\theta, \sigma), \omega, \omega_0\right)\right)\exp(-j\omega t)d\omega \,. \quad (6.27)$$

Как известно, наличие постоянного магнитного поля Земли придает ионизированному газу свойства анизотропной среды. В ионосфере анизотропия проявляется в том, что падающая волна расщепляется на две составляющие, которые распространяются с различными фазовыми скоростями.

Поэтому электромагнитная волна при распространении меняет вид поляризации, что приводит к изменению интенсивности принимаемого сигнала, т.н. поляризационному замиранию. Помимо этого факта для линейно поляризованных волн анизотропия приводит к дополнительным фазовым искажениям, влияние которых существенно для диапазонов волн более 30см. В соответствии с [32] далее мы считаем, что эти искажения учтены в (6.27).

При использовании круговой поляризации излучения поляризационные искажения пренебрежимо малы [32,115,110].

Прежде чем перейти к выводу окончательных соотношений, характеризующих ПВС РСА, заметим, что помимо фазовых искажений в среде с неоднородным распределением коэффициента преломления, углы прихода электромагнитной волны за счет рефракции отличаются от идеальной модели.

В нашем случае влияние этого эффекта можно интерпретировать эквивалентным искажением диаграмм приемной и передающих антенн. Поскольку в самых критических условиях работы космических РСА - в длинноволновой части диапазона (λ>30см), когда ошибки рефракции имеют максимальную величину (0.01...10 угл. мин. [113]), угловая ширина диаграмм направленности составляет 2...13 угл. град. Влияние этого эффекта на РСА пренебрежимо мало и далее не рассматривается.

Теперь мы можем записать модель сигнала РСА, искаженного за счет влияния регулярного распределения коэффициента преломления атмосферы.

СКРСА в этом случае определяется системой уравнений (6.28), а сигнал выражением (6.29). Отличие (6.28) от (6.14) связано с появлением на РЛИ геометрических искажений связанных с влиянием среды распространения, отличие комплексной огибающей $\dot{K}$ в (6.16) от $\dot{K}$ (6.30) о наличии априорно неизвестной модуляции зондирующего сигнала РСА, ко-

торая в свою очередь может привести к значительному ухудшению разрешающей способности РСА по дальности [32,115,116].

$$\begin{cases} \Delta t_{np} = \dfrac{2}{c}\left[1+\omega_0 \dfrac{d}{d\omega_0}\right]\cdot\left[\int\limits_0^{|\mathbf{R}_c(\theta)-\mathbf{R}|} n\left(h\left(\mathbf{R}_c(\theta),\mathbf{R}\right),\omega_0,r\right)dr\right] \\ \dfrac{d\Delta t_{np}}{d\theta}=0 \\ F(\mathbf{R})=0 \end{cases} \tag{6.28}$$

$$\dot{S}_n(t,kT)=\iint G^2\left(\mathbf{T}_c^{-1}(kT)\left(\mathbf{R}(\theta,\sigma)-\mathbf{R}_c(kT)\right)\right)\dot{S}_s\left(\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dot{h}(j\omega)\dot{K}_a(j\omega,kT,\theta,\sigma)\exp\left(j(\omega_0-\omega)\left(t-kT-\Delta t_{np}\left(kT,\mathbf{R}(\theta,\sigma),\omega_0\right)\right)\right)\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\sigma \tag{6.29}$$

Помимо регулярных неоднородностей в атмосфере, вследствие различных турбулентных процессов, возникают флюктуации коэффициента преломления. Для тропосферных флюктуаций характерно резкое снижение их интенсивности с увеличением высоты, однако на первых 5...7 км это уменьшение незначительно. В приземном слое интенсивность флюктуаций в течении суток может меняться на порядок и более и максимальна в дневные часы. Имеется и сезонный ход интенсивности флюктуаций - максимальные значения наблюдаются в марте и октябре [117].

Ионосферные флюктуации имеют ярко выраженное широтное распределение (наибольшая возмущенность в районе полярной шапки и экваториальной области), а также суточный ход (на умеренных широтах возмущенность ионосферы ночью больше чем днем, см. Рис.1.4), сезонные изменения (летом возмущенность ионосферы больше чем зимой), высотное распределение (максимальная ионизация на высотах 200...300 км).

Поскольку испытывает флюктуации коэффициент преломления, то соответственно флюктуируют амплитуда, фаза и частота распространяющейся волны. Запишем в этом случае коэффициент преломления атмосферы в виде суммы детерминированной (регулярной) и случайной компонент:

$$n(r,\omega)=n_p(r,\omega)+n_\phi(r,\omega). \tag{6.30}$$

В общем случае $n_\phi(r,\omega)$ - зависит от t, что связано с динамикой турбулентных слоев в атмосфере. Однако на временных интервалах работы

космических РСА (как правило несколько секунд) случайное поле коэффициента преломления можно считать «замерзшим».

Время распространения сигнала в регулярной атмосфере описывается выражением (6.22). Поскольку время распространения входит в это выражение нелинейно, получим дополнительные флюктуации времени распространения сигнала в турбулентной атмосфере, найдя разность между суммарным временем распространения и регулярной составляющей. Обозначая флюктуации времени распространения δ, используя ряд несущественных допущений, получим следующее выражение:

$$\delta = \frac{2}{c}\left[1+\omega\frac{d}{d\omega}\right]\cdot\left[\int_0^{|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)|} n_{\phi}\left(\left(\mathbf{R}_c(kT),\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right),\omega,r\right)dr\right]. \qquad (6.31)$$

Решение этого уравнения $\delta = \delta\left(kT,\theta,\sigma,\Delta t_{np}\left(kT,\theta,\sigma,\omega\right)\right) = \delta\left(kT,\theta,\sigma,\omega\right)$ случайная функция четырех переменных. Случайные флюктуации времени распространения приводят к случайным флюктуациям векторной функции $\mathbf{R}(\theta,\sigma)$, что в свою очередь приводит к случайным геометрическим искажениям СКРСА и дополнительному мерцанию коэффициента рассеяния $\dot{\xi}\left(\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)$. Флюктуации фазы приводят к случайным вариациям системной характеристики радиолокационного канала, что обуславливает случайные вариации разрешающей способности РСА.

В наибольшей степени флюктуационные ошибки сказываются на азимутальной разрешающей способности, приводя к ее значительному ухудшению в длинноволновой части диапазона частот РСА.

Флюктуационные ошибки, обусловленные частотной зависимостью коэффициента преломления на два, три порядка меньше, чем набег фазы, обусловленный влиянием регулярной компоненты, поэтому без потери точности модели далее можно положить $\delta = \delta\left(kT,\theta,\sigma,\omega_0\right)$.

Теперь мы можем записать полное выражение для сигнала РСА с учетом влияния атмосферы:

$$\dot{S}_n(t,kT) = \iint G^2\left(\mathbf{T}_c^{-1}(kT)\left(\mathbf{R}(\theta,\sigma)-\mathbf{R}_c(kT)\right)\right)\dot{\xi}\left(\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\dot{h}(j\omega)\dot{K}_a(j\omega,kT,\theta,\sigma)\times$$
$$\times\exp\left(j(\omega_0-\omega)\left(t-kT-\Delta t_{np}\left(kT,\mathbf{R}(\theta,\sigma),\omega_0\right)-\delta\left(kT,\mathbf{R}(\theta,\sigma),\omega_0\right)\right)\right)d\omega\, d\theta\, d\sigma \qquad (6.32)$$

Регулярный коэффициент преломления атмосферы имеет высотное распределение, поэтому запишем соотношения связывающие высоту с переменной интегрирования (6.31).

$$h = z_c(kT) + \frac{z(\theta,\sigma) - z_c(kT)}{\left|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|} r \qquad (6.34)$$

Пренебрегая влиянием изменения коэффициента преломления, за счет изменения высоты полета РСА на интервале съемки получим следующее выражение для времени распространения сигнала:

$$\Delta t_{np}(kT,\theta,\sigma) =$$

$$\frac{2}{c}\left[1 + \omega\frac{d}{d\omega}\right] \cdot \left[\int_0^{\left|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|} n_p\left(H\left(1 - \frac{r}{\left|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|}\right), \omega\right) dr\right] = \qquad (6.34)$$

$$= \frac{2}{\mathrm{c}} \mathrm{F}_p\left(\left|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right)$$

где: H - высота полета, $F_p(\bullet)$- функция, связывающая время распространения в неоднородной среде, с пройденным волной расстоянием.

Рассмотрим теперь более подробно выражение (6.27). Подставляя в (6.27) (6.34), а также (6.17), (6.18), после некоторых преобразований получим:

$$\dot{K}_a\left(t, \left|\mathbf{R_c}(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-j\omega_0 f\left(\left|\mathbf{R}_c(kT) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right)\Omega(\omega_0, \omega_0 - \omega)\right)\exp(-j\omega t)d\omega \qquad (6.34)$$

В этом выражении от радиолокационных координат зависит только коэффициент, определяющий масштаб фазовых искажений. Данный параметр определяется следующим выражением:

$$f(R_H) = \frac{2}{c}\int_0^{R_H} (80.8\pi)^2 n_e\left(H_c\left(1 - \frac{r}{R_H}\right)\right) dr \qquad (6.35)$$

Из данного выражения видно, что вариации наклонной дальности, вызванные изменением радиолокационных координат, для больших значений R_H - практически не оказывают влияние на ядро искажающего функционала. Поэтому выражение для ядра искажающего сигнала можно записать в следующем виде:

$$\dot{K}_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-j\omega_0 f\left(R_H^{cp}\right)\Omega(\omega_0, \omega_0 - \omega)\right)\exp(-j\omega t)d\omega \qquad (6.36)$$

Теперь рассмотрим регулярную структуру фазовой функции РСА с учетом влияния регулярной атмосферы. Для этого разложим в ряд Тейлора функцию (6.34) по степеням kT ограничившись, как обычно [77], двумя членами ряда. Дифференцируя функционал (6.34), получим первую производную траекторной фазы в виде:

$$\varphi'(kT,\theta,\sigma)=\frac{4\pi}{\lambda}F'_p\left(\left|\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right)\frac{\left(\mathbf{R}'_c(kT),\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)}{\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|} \quad (6.37)$$

где: (,) - скалярное произведение.

Вторая производная:

$$\begin{aligned}&\varphi''(kT,\theta,\sigma)=\\&=\frac{4\pi}{\lambda}\left(F''_p\left(\left|\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right)\frac{\left(\mathbf{R}'_c(kT),\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)}{\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|}+\right.\\&+F'_p\left(\left|\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|\right)\left(\frac{\left(\mathbf{R}''_c(kT),\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)}{\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|}+\frac{\left(\mathbf{R}'_c(kT),\mathbf{R}'_c(kT)\right)}{\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|}+\right.\\&\left.\left.+\frac{\left(\mathbf{R}'_c(kT),\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)^2}{\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|^3}\right)\right)\end{aligned} \quad (6.38)$$

Используя (6.14), получим следующее разложение траекторной фазы:

$$\begin{aligned}&\varphi(kT,\theta,\sigma)=\frac{4\pi}{\lambda}\left(F_p\left(\frac{c\sigma}{2}\right)+\right.\\&\left.+\frac{1}{c}F'_p\left(\frac{c\sigma}{2}\right)\frac{1}{\sigma}\left(\left(\mathbf{R''_c}(\theta),\mathbf{R_c}(\theta)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right)+\left(\mathbf{R'_c}(\theta),\mathbf{R'_c}(\theta)\right)\right)(kT-\theta)^2\right)\end{aligned} \quad (6.39)$$

Без потери общности, для космических РСА можно рассмотреть модель равномерного движения. Этот случай описывают следующие соотношения:

$$\mathbf{R}_c(kT)=\begin{bmatrix}0\\VkT\\H\end{bmatrix}\qquad \mathbf{R}(\theta,\sigma)=\begin{bmatrix}\sqrt{\frac{1}{4}c^2\sigma^2-H^2}\\\theta V\\0\end{bmatrix} \quad (6.40)$$

$$\left|\mathbf{R}_c(kT)-\mathbf{R}(\theta,\sigma)\right|=\sqrt{\frac{1}{4}c^2\sigma^2+V^2(kT-\theta)^2}$$

Для модели равномерного движения:

$$\varphi(kT-\theta,\sigma)=\frac{4\pi}{\lambda}\left[F_p\left(\frac{c\sigma}{2}\right)+\frac{1}{c}F_p'\left(\frac{c\sigma}{2}\right)\frac{V^2}{\sigma}(kT-\theta)^2\right] \qquad (6.41)$$

Из (6.40), (6.41) следует, что регулярная часть коэффициента преломления атмосферы влияет на характеристики ПВС РСА бокового обзора, аналогично влиянию траекторных ошибок, и может быть описан параметрической моделью.

Для оценки флюктуаций атмосферы необходимо знать статистические характеристики пространственных флюктуаций коэффициента преломления, который является функцией трех пространственных координат.

В первом приближении можно считать [98], что поле коэффициента преломления статистически однородно и изотропно.

Флуктуации времени распространения сигнала в атмосфере $\delta(kT,\theta,\sigma)$, вызванные относительным движением РСА и атмосферных неоднородностей влияют на разрешающую способность РСА в сечении азимута и также искажают геометрию РЛИ.

Далее мы рассмотрим статистические свойства данных флуктуаций, или, что эквивалентно, флуктуаций траекторной фазы $\delta(kT,\theta,\sigma)\cdot\omega_0$ рассматривая их как нестационарный случайный процесс.

Корреляционная функция флюктуаций тропосферы может быть описана моделью Буккера – Гордона, [118]:

$$B_{tr}(|\mathbf{R_1}-\mathbf{R_2}|,h)=\sigma_{tr}^2(h)\exp\left(-\frac{|\mathbf{R_1}-\mathbf{R_2}|}{l_0}\right), \qquad (6.42)$$

где: $\sigma_{tr}^2(h)=\left(\frac{C_n^2(h)}{2}\right)l_0^{2/3}$, $C_n^2(h)$ - структурная постоянная показателя преломления тропосферы, взятая далее в приземном слое ([119]), l_0 - внешний масштаб турбулентности (обычно 50-100м [93,118]).

Флюктуации ионосферы характеризуются пространственной корреляционной функцией флюктуаций электронной плотности, и может быть аппроксимирована в следующем виде [93]:

$$B_{ion}(|\mathbf{R_1}-\mathbf{R_2}|,h)=2.544\cdot10^6\,\frac{\sigma_e^2(h)}{\omega_0^{\,4}}\exp\left(-\frac{|\mathbf{R_1}-\mathbf{R_2}|^2}{\xi_0^{\,2}}\right), \qquad (6.43)$$

где: $\sigma_e(h)=\delta N\cdot N_e(h)$ - с.к.о. флюктуаций электронной плотности, $N_e(h)$ - электронная концентрация в ионосфере, $\delta N=(0.1...2.5)\cdot10^{-2}$, ξ_0 - масштаб неоднородностей в ионосфере (200-5000м [93,118,120]).

Определим статистические характеристики флюктуаций времени прихода электромагнитной волны. Очевидно, что $\mathbf{M}\{\delta(kT,\theta,\sigma)\}=0$. Тогда корреляционная функция флюктуаций времени прихода имеет вид:

$$B_\delta(kT,mT,\theta_1,\theta_2,\sigma_1,\sigma_2)=\mathbf{M}\{\delta(kT,\theta_1,\sigma_1)\delta(mT,\theta_2,\sigma_2)\}=$$
$$=\left(\frac{4}{c^2}\right)\int\limits_0^{|\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta_1,\sigma_1)|}\int\limits_0^{|\mathbf{R_c}(mT)-\mathbf{R}(\theta_2,\sigma_2)|}B_\Phi(kT,mT,\theta_1,\theta_2,\sigma_1,\sigma_2,r_1,r_2)dr_1dr_2. \tag{6.44}$$

В этом выражении $B_\Phi(kT,mT,\theta_1,\theta_2,\sigma_1,\sigma_2,r_1,r_2)$ - корреляционная функция флюктуаций коэффициента преломления, которую, с учетом (6.42), (6.43), можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
&B_\Phi(kT,mT,\theta_1,\theta_2,\sigma_1,\sigma_2,r_1,r_2)=\\
&=\sigma_{tr}^2\left(h\left(\frac{\mathbf{R_1}(kT,\theta_1,\sigma_1,r_1)+\mathbf{R}_2(mT,\theta_2,\sigma_2,r_2)}{2}\right)\right)\cdot\\
&\cdot\exp\left(-\frac{|\mathbf{R_1}(kT,\theta_1,\sigma_1,r_1)-\mathbf{R}_2(mT,\theta_2,\sigma_2,r_2)|}{l_0}\right)+\\
&+\exp\left(-\frac{|\mathbf{R_1}(kT,\theta_1,\sigma_1,r_1)-\mathbf{R}_2(mT,\theta_2,\sigma_2,r_2)|}{\xi_0}\right)\cdot\\
&\cdot 2.544\frac{10^6}{\omega_0^4}\sigma_e^2\left(h\left(\frac{\mathbf{R_1}(kT,\theta_1,\sigma_1,r_1)+\mathbf{R}_2(mT,\theta_2,\sigma_2,r_2)}{2}\right)\right)
\end{aligned} \tag{6.45}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{R_1}(kT,\theta_1,\sigma_1,r_1)=\mathbf{R_c}(kT)-\\
&-\frac{r_1}{|\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta_1,\sigma_1)|}(\mathbf{R_c}(kT)-\mathbf{R}(\theta_1,\sigma_1)),\\
&\mathbf{R}_2(mT,\theta_2,\sigma_2,r_2)=\mathbf{R_c}(mT)-\\
&-\frac{r_2}{|\mathbf{R_c}(mT)-\mathbf{R}(\theta_2,\sigma_2)|}\cdot(\mathbf{R_c}(mT)-\mathbf{R}(\theta_2,\sigma_2)).
\end{aligned} \tag{6.46}$$

Найти аналитические выражения соответствующих характеристик в общем виде достаточно затруднительно, особенно для модели произвольного движения. Для космических РСА, при соответствующем выборе СКРСА, можно рассмотреть модель равномерного движения.

На Рис.6.6 показано рассчитанное по формуле (6.45) среднеквадратическое отклонение фазы траекторного сигнала РСА, в зависимости от длины волны несущего колебания.

В расчетах использована параболически-экспоненциальная модель распределения электронной плотности по высоте [118].

Из данных расчетов следует, что оптимальными частотными диапазонами работы космических РСА являются X,C,S,L диапазоны (λ=3...25см). Влияние фазовых искажений в этих диапазонах несущественно (обычно допускается фазовые флюктуации, не превосходящие 20...30 угл. град., см. [93]).

В частотных диапазонах выше данной области частот (λ<3см) - существенно влияние флюктуаций тропосферы, а ниже (λ>25см) - ионосферы. Фазовые флюктуации возрастают с увеличением высоты полета и угла визирования поверхности. Эти расчеты подтверждают известные данные, ранее опубликованные в [38,110,116,119].

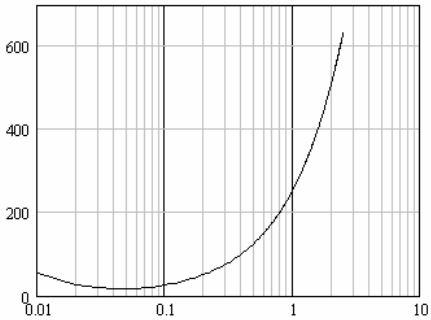

Рис.6.6. С.к.о. фазовых флуктуаций, [град], в зависимости от длины волны РСА, [м], при H=500км, $C_n^2(0) = 9 \cdot 10^{-8}$, l_0 =100м, $\delta N = 2.5 \cdot 10^{-2}$, ξ_0 =1000м, N_e =10^{12}

Однако энергетических характеристик фазовых флюктуаций недостаточно, чтобы оценить влияние атмосферы на характеристики космических РСА и возможности компенсации этих эффектов при обработке.

Поэтому рассмотрим двумерные характеристики фазовых флуктуаций в плоскостях (θ, σ) и (kT, σ). Для нас важно то, что скорость флуктуаций траекторной фазы в плоскости (kT, σ) описывает флуктуации фазы системной функции радиолокационного канала, а сечение в плоскости (θ, σ) показывает скорость изменения самой системной функции, т.е. описывает пространственную область коэффициента отражения, где системная функция стационарна.

На Рис.6.7 показаны соответствующие двумерные нормированные корреляционные функции траекторных флуктуаций. Конфигурацию об-

ластей корреляции фазы, показанные на Рис.6.7, можно определить, рассматривая соотношения, между соответствующими пространственными интервалами корреляции, показанными на Рис.6.8.

На этих рисунках Δ_x – интервал корреляции флуктуаций траекторной фазы на интервале синтеза апертуры РСА, Δ_y – интервал корреляции флуктуаций траекторной фазы между точками отражающей поверхности вдоль траектории полета; Δ_r - интервал корреляции флуктуаций траекторной фазы между точками отражающей поверхности перпендикулярно траектории полета, вдоль вектора наклонной дальности.

Характерная особенность представленных на Рис.6.8 результатов - это существенное различие конфигурации зон коррелированности фазовых флуктуаций в высокочастотной и низкочастотной частях спектра и наличие некоторой промежуточной зоны в диапазоне длин волн около 5…10 см.

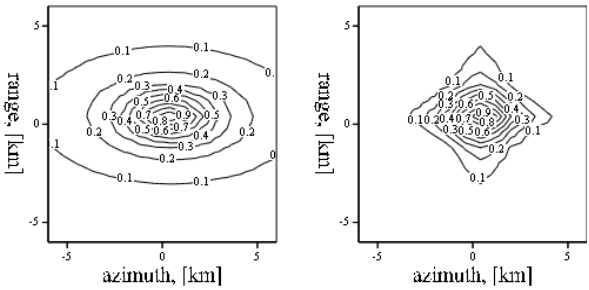

Рис. 6.7. Двумерная нормированная корреляционная функция траекторных флуктуаций в плоскости $(\theta V, 0.5c\sigma)$ - слева, $(kTV, 0.5c\sigma)$ - справа, при H=350км, λ =0.7м, $C_n^2(0) = 9 \cdot 10^{-8}$, l_0 =100м, $\delta N = 2.5 \cdot 10^{-2}$, ξ_0 =1000м, N_e=10^{12}.

Другая особенность, это резкое увеличение скорости флуктуаций траекторной фазы (уменьшение Δ_x) и одновременно не менее резкое увеличение площади зоны корреляции траекторной фазы на отражающей поверхности $\Delta_y \times \Delta_r$ в низкочастотных диапазонах.

Данные особенности связаны с преимущественным влиянием тропосферы в коротковолновой части и ионосферы в длинноволновой.

Графики а), б), г), ж) на Рис.6.8 иллюстрируют изменение пространственных интервалов корреляции при уменьшении высоты полета с 1000 до 200 км. При этом интервал корреляции Δ_x снижается, но одновременно растет площадь зоны коррелированности $\Delta_y \times \Delta_r$.

Графики в), д), ж) на Рис.6.8 иллюстрируют изменение пространственных интервалов корреляции при изменении масштаба турбулентности ионосферы, графики ж), з) изменение масштаба турбулентности тропосферы. При этом интервал корреляции Δ_r наиболее резко возрастает при увеличении масштаба турбулентности ионосферы в длинноволновой части рассматриваемого диапазона. Заметим, что площадь зоны коррелированности $\Delta_y \times \Delta_r$ существенно уменьшается в коротковолновой области и практически независит от параметров атмосферы.

Влияние значения максимальной концентрации электронов в ионосфере иллюстрируется графиками ж), и) на Рис.6.8, и сводится к сдвигу промежуточной зоны в сторону низких частот при уменьшении электронной концентрации.

Подведем некоторые итоги анализа статистических характеристик флуктуаций траекторной фазы РСА, возникающих вследствие влияния атмосферы Земли.

В диапазонах P, UHF, VHF дисперсия флуктуаций фазы значительно превышает допустимый уровень, при этом резко возрастает скорость флуктуаций фазы, что одновременно с ростом интервала синтезирования апертуры антенны РСА создает большие проблемы при разработке методов компенсации данных искажений.

Некоторым утешением для разработчиков алгоритмов СОС должно быть существенное увеличение площади зоны корреляции траекторной фазы на отражающей поверхности $\Delta_y \times \Delta_r$, что увеличивает зону фокусировки на радиоголограмме РСА.

В верхней части X и в Ku и K диапазонах дисперсия флуктуаций фазы превышает допустимый уровень, при этом резко снижается площадь зоны фокусировки, однако скорость флуктуаций фазы снижается, что одновременно с уменьшением интервала синтезирования апертуры антенны РСА существенно снижает влияние рассматриваемых искажений на разрешающую способность РСА по азимуту.

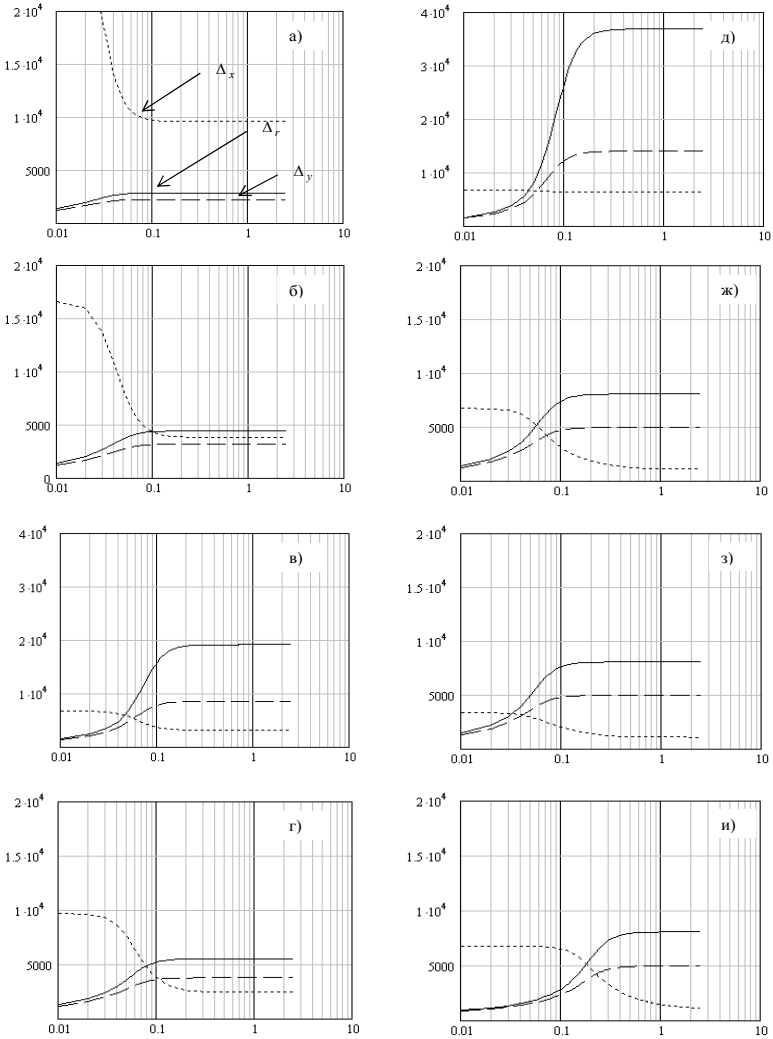

Рис.6.8. Пространственный интервал корреляции, [км], при $C_n^2(0) = 9 \cdot 10^{-8}$, l_0 =100м, $\delta N = 2.5 \cdot 10^{-2}$, ξ_0 =1000м, N_e=10^{12}, а) H=1000км, б) H=500км, в) H=200км, ξ_0 =2000м, г) H=350км, д) H=200км, ξ_0 =3000м, ж) H=200км, ξ_0 =1000м, з) H=200км, l_0 =50м, и) H=200км, N_e=10^{11}.

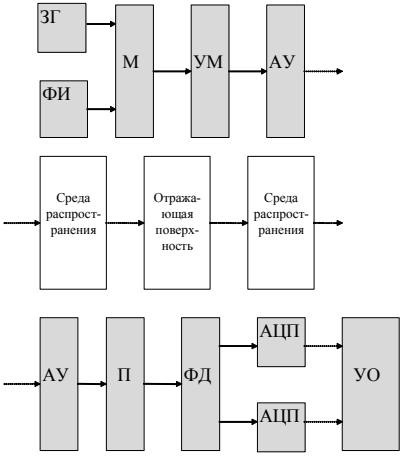

Рис.6.9. Структурная схема сквозного канала РСА. ЗГ - задающий генератор, ФИ - формирователь зондирующих импульсов, М - модулятор, УМ - усилитель мощности, АУ - антенное устройство, П - линейный приемник, ФД - фазовый детектор, АЦП - аналогово-цифровой преобразователь, УО - устройство обработки.

Помимо искажений сигнала, связанных со средой распространения искажения сигнала могут возникать в аппаратурном тракте.

Укрупненная структурная схема сквозного канала РСА с учетом аппаратурного тракта показана на Рис.6.9.

Наиболее опасные для РСА фазовые искажения ПВС РСА могут появиться в приемо-передающем тракте вследствие изменения характеристик блоков РСА в процессе отработки или эксплуатации.

В случае работы РСА в составе космического аппарата проблема компенсации данных искажений при обработке радиолокационной информации может стать весьма актуальной. Помимо этих причин, как уже указывалось выше, данные искажения вполне могут оказаться характерной особенностью сверхширокополосных систем.

Рассмотрим далее последствия, к которым приводят рассмотренные в данном разделе факторы, для РСА, работающих в длинноволновых диапазонов.

6.4. Оценка степени деградации характеристик радиолокационных изображений трансионосферных РСА, вследствие атмосферных эффектов

На основе анализа эффектов распространения сигнала РСА в атмосфере Земли в предыдущем разделе были получены общие выражения,

описывающие отраженный сигнал космической РСА, которые можно записать в виде:

$$\dot{S}(t,kT)=$$
$$=\iint \dot{K}_A(kT,\theta,\sigma)\dot{K}_R(t-\Delta t(kT-\theta,\sigma))\dot{\xi}(\theta,\sigma)g_R(\sigma)g_A(kT-\theta,\sigma)d\theta d\sigma,$$

где:

$$\dot{K}_R(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{h}(j\omega)\dot{K}_a(j\omega)\dot{K}_h(j\omega)\exp(j\omega t)d\omega, \qquad (6.46)$$

$$\dot{K}_A(kT,\theta,\sigma)=\exp(j\omega_0(\Delta t(kT-\theta,\sigma)+\delta(kT,\theta,\sigma))).$$

В этом выражении: $\dot{\xi}(\theta,\sigma)$ - коэффициент отражения подстилающей поверхности; $\dot{h}(j\omega)$ - комплексная огибающая зондирующего сигнала; $\dot{K}_a(j\omega)$ - описывает рефракцию зондирующего сигнала в регулярной атмосфере; $\dot{K}_h(j\omega)$ - передаточная характеристика аппаратурного тракта; $\Delta t(kT-\theta,\sigma)$ - регулярная часть временного запаздывания сигнала в атмосфере; $\delta(kT,\theta,\sigma)$ - флуктуационная компонента временного запаздывания сигнала в турбулентной атмосфере; t,kT - координаты (задержка, номер зондирующего сигнала); θ,σ - координаты элемента подстилающей поверхности (азимут, дальность); g_A и g_R вещественные функции описывающее модуляцию сигнала диаграммой направленности антенны РСА.

Данная модель описывает все основные эффекты, приводящие к искажениям РЛИ вследствие эффектов распространения радиоволн в атмосфере Земли.

В частности, искажения, возникающие вследствие распространения через атмосферу Земли широкополосных сигналов, описываются передаточной функцией $\dot{K}_a(j\omega)$. При этом учитываются как искажения, вызванные частотной зависимостью коэффициента преломления ионосферы, так и поляризационная дисперсия, возникающая вследствие эффекта Фарадея.

Вопросы, связанные с влиянием данного эффекта и модели передаточной функции достаточно полно рассмотрены в [30,93,110,116,121,115]. В результате рефракции в ионосфере, искажается форма зондирующего импульса РСА и соответственно ухудшается разрешающая способность РСА в сечении дальности, возникают геометрические искажения РЛИ.

Флуктуации времени распространения сигнала в атмосфере $\delta(kT,\theta,\sigma)$, вызванные относительным движением РСА и атмосферных

неоднородностей влияют на разрешающую способность РСА в сечении азимута (см. [37,93,110, 115,116,121,122]).

В данном разделе мы рассмотрим масштабы этих эффектов, проведя соответствующие численные расчеты.

Влияние дисперсионных искажений в среде распространения на разрешение по дальности РСА, использующих широкополосные сигналы, проявляется в том, что форма отраженного импульса отличается от ожидаемой.

Поэтому при оптимальном приеме такого сигнала на выходе согласованного фильтра происходит увеличение длительности свёртки, которая определяет разрешение по дальности. Для оценки разрешающей способности РСА по дальности при наличии дисперсионных искажений воспользуемся результатами работы [32].

При излучении линейно поляризованного сигнала с полосой частот Δf длительность свёртки принимаемого и излученного сигналов определяется формулой:

$$\tau = 2\Theta' + \frac{1{,}8}{\Delta f}\sqrt{1 + 6\Delta f^4 (\varphi'')^2}\ , \qquad (6.47)$$

где: Θ' и φ'' – коэффициенты поляризационной и фазовой дисперсии соответственно. Длительность τ характеризует временную протяжённость двух гауссовских импульсов, сдвинутых по времени на $2\Theta'$.

Под поляризационной дисперсией понимается зависимость от частоты угла Θ фарадеевского вращения плоскости поляризации, а под фазовой – зависимость от частоты фазового набега в ионосфере φ. Коэффициенты Θ' и φ'', являющиеся первой и второй производными по частоте от Θ и φ.

В диапазоне частот 1ГГц…100МГц при распространении через весь слой ионосферы под углами с вертикалью $\psi \le 50^\circ \ldots 60^\circ$ для Θ' и φ'' в соответствии с [32] справедливы следующие формулы:

$$\Theta' = 80{,}8\frac{f_H \cos\gamma}{cf^3 \cos\psi} N_T\ ,$$

$$\varphi'' = -40.4\frac{N_T}{\pi c f^3 \cos\psi}\ . \qquad (6.48)$$

где: $f_H = \omega_H/2\pi = 1.4\cdot 10^6$ Гц – гиромагнитная частота электронов в магнитном поле Земли; γ – угол между направлением распространения волны и направлением магнитного поля Земли, $0^\circ \ldots 90^\circ$; f – частота излучаемого сигнала, Гц; N_T – интегральное содержание электронов в столбе сечением один квадратный метр, м$^{-2}$.

Подставляя (6.48) в (6.47), получаем выражение для расчёта разрешающей способности по дальности РСА космического базирования с учётом влияния ионосферы:

$$\Delta_r = 80{,}8\frac{f_H N_T \cos\gamma}{f^3 \cos\psi} + \frac{0{,}9c}{\Delta f}\sqrt{1 + 6\Delta f^4\left(40{,}4\frac{N_T}{\pi c f^3 \cos\psi}\right)^2}\ . \quad (6.49)$$

На Рис.6.10 – Рис.6.13. показаны зависимости разрешающей способности РСА по дальности от полосы частот для различных длин волн, углов визирования поверхности. Для расчёта использованы профили электронной концентрации зимнего и летнего сезонов, для минимальной (ночь) и максимальной (день) солнечной активности взятые в [123]. На Рис.6.14 показана зависимость разрешающей способности по дальности от полосы частот для различных углов γ.

Из этих графиков видно, что ограничивающее влияние дисперсионных искажений, вызванных в основном ионосферой, проявляется в дециметровом диапазоне и резко возрастает в метровом диапазоне. В зависимости от состояния атмосферы и параметров орбиты КА существует оптимальное значение полосы частот, а следовательно и разрешающей способности РСА.

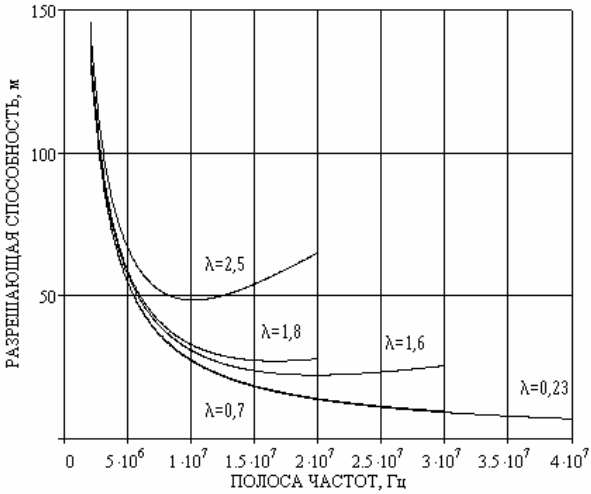

Рис.6.10. Разрешение РСА по дальности для различной длины волны («зимняя ночь», H = 1000 км, угол визирования 30 градусов).

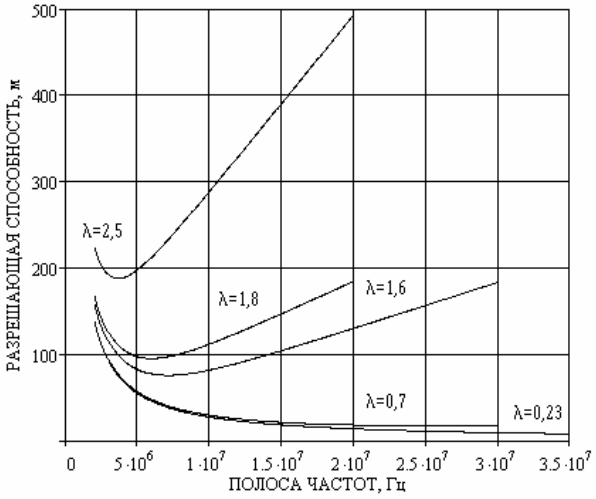

Рис.6.11. Разрешение РСА по дальности для различной длины волны («летний день», Н = 1000 км, угол визирования 30 градусов).

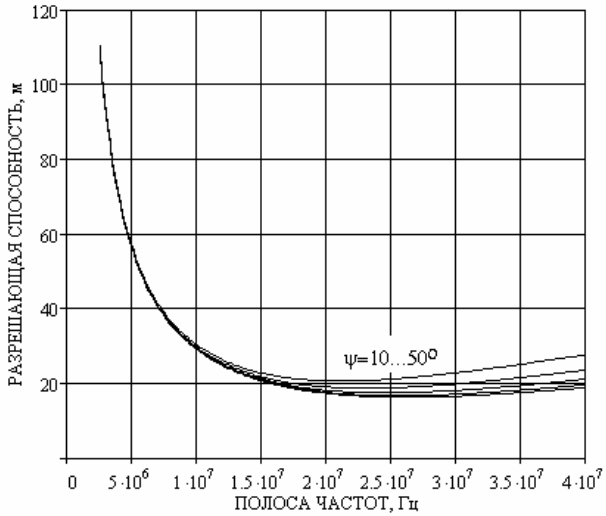

Рис.6.12. Разрешение РСА по дальности при различных углах визирования («летний день», Н = 1000 км, λ = 0,7м).

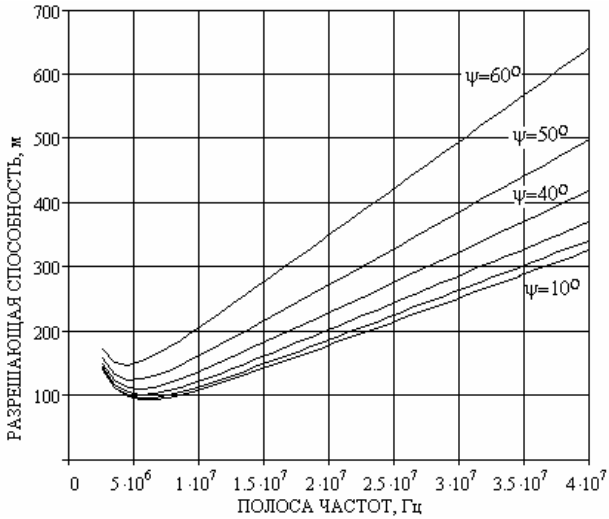

Рис.6.13. Разрешение РСА по дальности при различных углах визирования («летний день», H = 1000 км, λ = 1,8м).

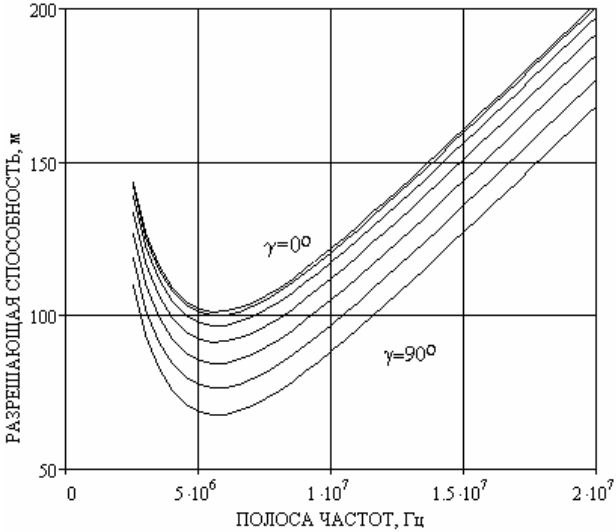

Рис.6.14. Разрешение РСА по дальности при различных углах гамма («летний день», H = 1000 км, λ = 1,8м, угол визирования 30 градусов).

Важную роль в оценке разрешающей способности по азимуту РСА, играет интервал корреляции флуктуаций траекторной фазы на интервале синтеза апертуры РСА. Как показано в предыдущем разделе, характерная особенность данного параметра - это резкое увеличение скорости флуктуаций траекторной фазы в низкочастотных диапазонах. Это связано с преимущественным влиянием ионосферы.

Рассмотрим модель изображения РСА в предположении, что оценка искаженного рефракцией в атмосфере зондирующего сигнала проведена на первом этапе обработки с использованием, например алгоритмов [124,115], и известна с достаточной точностью.

Предположим также, что нам известна функция запаздывания сигнала $\Delta t(kT-\theta,\sigma)$. Это означает, что мы имеем не только достаточно точную модель движения РСА, но и адекватную модель регулярной атмосферы.

Перепишем (6.46) в виде:

$$\begin{aligned} &\dot{S}(t,kT)=\iint \exp\left(j\omega_0\delta(kT,\theta,\sigma)\right)\dot{K}(t-\Delta t(kT-\theta,\sigma))\dot{\eta}(\theta,\sigma)d\theta d\sigma, \\ &\dot{K}(t)=\dot{K}_R(t)\exp(j\omega_0 t). \end{aligned} \tag{6.50}$$

В этом случае модель комплексного искаженного изображения РСА можно представить в виде:

$$\dot{I}(\theta_0,\sigma_0)=\int\limits_{-T_S/2}^{T_S/2}\int\limits_{\Delta t(0,\sigma)-T/2}^{\Delta t(0,\sigma)+T/2}\dot{\Psi}(\theta,\sigma,\theta_0,\sigma_0)\dot{\xi}(\theta,\sigma)d\theta d\sigma,, \tag{6.51}$$

где:

$$\begin{aligned} &\dot{\Psi}(\theta,\sigma,\theta_0,\sigma_0)= \\ &=\int\limits_{-T_S/2}^{T_S/2}\exp\left(j\varphi(kT,\theta_0,\sigma_0)\right)\dot{\Phi}\left(\Delta t(kT-\theta_0,\sigma_0)-\Delta t(kT-\theta,\sigma)\right)dkT, \end{aligned}, \tag{6.52}$$

$$\dot{\Phi}(t)=\exp(j\omega_0 t)\int \dot{K}_R(\tau)K^*{}_R(\tau-t)d\tau.. \tag{6.53}$$

Деградацию изображения традиционно можно описать шириной главного лепестка функции неопределенности РСА (изображение точечного отражателя). Однако в условиях больших значений флуктуаций траекторной фазы $\varphi(kT,\theta,\sigma)=\omega_0\delta(kT,\theta,\sigma)$ главный лепесток рассыпается, и для характеристики пространственного разрешения удобно принять распределение энергии точечного отражателя на изображении [37].

Рассмотрим дисперсию функции неопределенности (12):

$$\mathbf{D}\left\{\dot{\Psi}(\theta,\sigma,\theta_0,\sigma_0)\right\}=$$
$$=\int_{-T_s/2}^{T_s/2}\int_{-T_s/2}^{T_s/2} B_\eta(t_1,t_2,\theta_0,\sigma_0)\dot{\Phi}(\Delta t(t_1-\theta_0,\sigma_0)-\Delta t(t_1-\theta,\sigma))\times . \quad (6.54)$$
$$\times\Phi^*(\Delta t(t_2-\theta_0,\sigma_0)-\Delta t(t_2-\theta,\sigma))dt_1dt_2$$

В этом выражении:

$$B_\eta(t_1,t_2,\theta_0,\sigma_0)=\mathbf{M}\{\exp(j(\varphi(t_1,\theta_0,\sigma_0)-\varphi(t_2,\theta_0,\sigma_0)))\}-$$
$$-\mathbf{M}\{\exp(j\varphi(t_1,\theta_0,\sigma_0))\}\mathbf{M}\{\exp(-j\varphi(t_2,\theta_0,\sigma_0))\} . \quad (6.55)$$

Пусть известна двумерная характеристическая функция фазовых флуктуаций $\Theta_\varphi^2(v_1,v_2,t_1,t_2)$, тогда:

$$B_\eta(t_1,t_2)=\Theta_\varphi^2(1,1,t_1,t_2)-\Theta_\varphi^2(1,0,t_1,t_1)\Theta_\varphi^2(0,1,t_2,t_2). \quad (6.56)$$

В рамках гауссовской модели флуктуаций времени прихода волны (6.55) можно представить в виде:

$$B_\eta(t_1,t_2,\theta_0,\sigma_0)=$$
$$=\exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2}\left(B_\delta(t_1,t_1,\theta_0,\sigma_0)+B_\delta(t_2,t_2,\theta_0,\sigma_0)\right)\right)\times \quad (6.57)$$
$$\times\left(\exp\left(\omega_0^2\left(B_\delta(t_1,t_2,\theta_0,\sigma_0)\right)\right)-1\right)$$

где: $B_\delta(t_1,t_2,\theta_0,\sigma_0)=B_\delta(t_1,t_2,\theta_0,\theta_0,\sigma_0,\sigma_0)$.

Будем оценивать пространственное разрешение РСА в сечении азимутальной координаты как:

$$\Delta\theta=\frac{\int\mathbf{D}\left\{\dot{\Psi}(\theta,\sigma_0,\theta_0,\sigma_0)\right\}d\theta}{\mathbf{D}\left\{\dot{\Psi}(0,\sigma_0,\theta_0,\sigma_0)\right\}} \quad (6.58)$$

Пренебрегая нестационарностью флуктуаций траекторной фазы на интервале синтеза апертуры, для прямоугольной огибающей зондирующего сигнала, получим (6.54) в виде:

$$\mathbf{D}\left\{\dot{\Psi}(\theta)\right\}=\int_{-T_s}^{T_s}B_\eta(t,0,\sigma_0)(T_s-|t|)\exp(-j\omega_0(\Delta t(t,\sigma_0)-\Delta t(t-\theta,\sigma_0)))dt \quad (6.59)$$

Анализируя данное выражение, можно сделать вывод, о том, что разрешающая способность (6.58) определяется эффективным интервалом когерентности ΔT, который, в свою очередь, определяется формулой вида:

$$\Delta T = \frac{\int_{-T_S/2}^{T_S/2} B_\eta(t,0,\sigma_0)dt}{B_\eta(0,0,\sigma_0)} \qquad (6.60)$$

Тогда пространственное разрешение для модели равномерного движения КА можно определить, как:

$$\Delta_a = v\Delta\theta \approx \frac{\lambda R}{2V\Delta T} \qquad (6.61)$$

На Рис.2 - Рис.5 показаны результаты расчетов азимутального разрешения космической РСА при следующих параметрах атмосферы: $C_n^2(0) = 9\cdot 10^{-8}$, l_0 =100м, $\delta N = 2.5\cdot 10^{-2}$, ξ_0 =1000м, N_e=10^{12}. Три графика на каждом рисунке соответствуют разрешающей способности без учета деструктивного влияния атмосферы: 20м, 10м, 3м, соответственно.

Анализируя результаты расчетов, заметим, что влияние атмосферы на разрешающую способность по азимутальной координате начинает сказываться уже, начиная с 10см, и существенно возрастает с 23см.

В длинноволновом диапазоне (>70см) деградация РЛИ в пространственном разрешении при возмущенной ионосфере может достигать 2-х порядков.

Причем в этом диапазоне разрешающая способность практически не зависит от разрешающей способности без учета деструктивного влияния атмосферы и определяется преимущественно эффективным интервалом когерентности, который в свою очередь определяется исключительно параметрами атмосферы.

Степень деградации растет с увеличением высоты полета, и особенно с увеличением турбулентности ионосферы.

На разрешающую способность по азимуту в коротковолновых диапазонах (<3см), атмосфера влияния практически не оказывает.

Влияние атмосферы на РСА, работающих в (P, UHF, VHF) приводит к существенному снижению их разрешающей способности.

Эффект Фарадеевского вращения плоскости поляризации в ионосфере Земли приводит не только к поляризационной дисперсии широкополосных зондирующих сигналов РСА, но и к искажению информации поляриметрических РСА, т.е. РСА получающих изображения одновременно на нескольких линейных поляризациях.

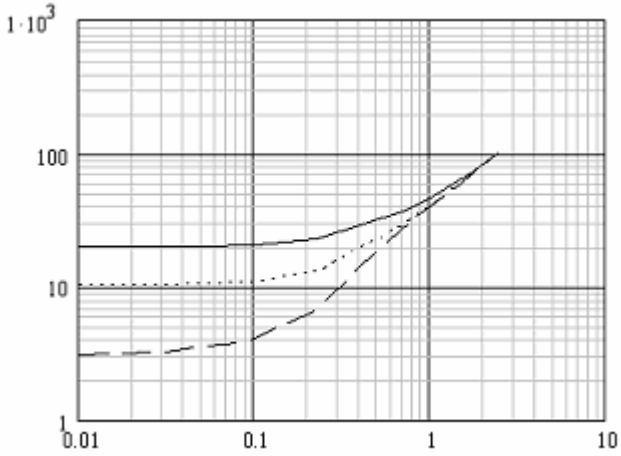

Рис.6.15. Разрешение РСА по азимуту («летняя ночь», H = 200 км).

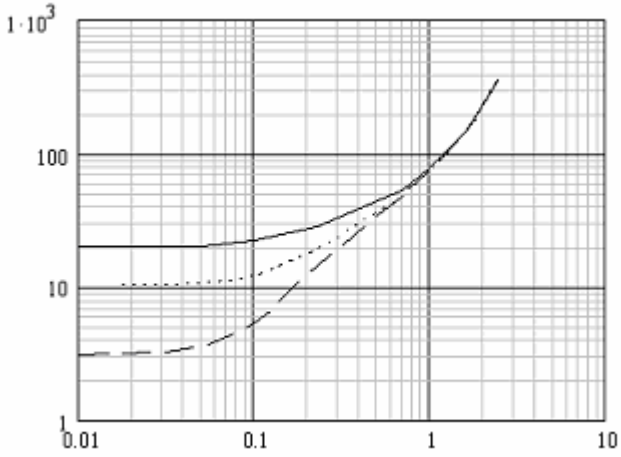

Рис.6.16. Разрешение РСА по азимуту («летняя ночь», H = 1000 км).

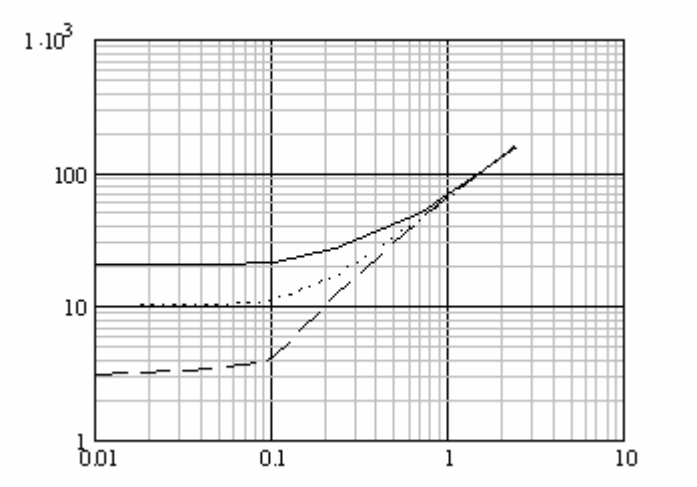

Рис.6.17. Разрешение РСА по азимуту («летний день», Н = 1000 км, $C_n^2(0) = 1 \cdot 10^{-8}$, $\delta N = 0.1 \cdot 10^{-2}$).

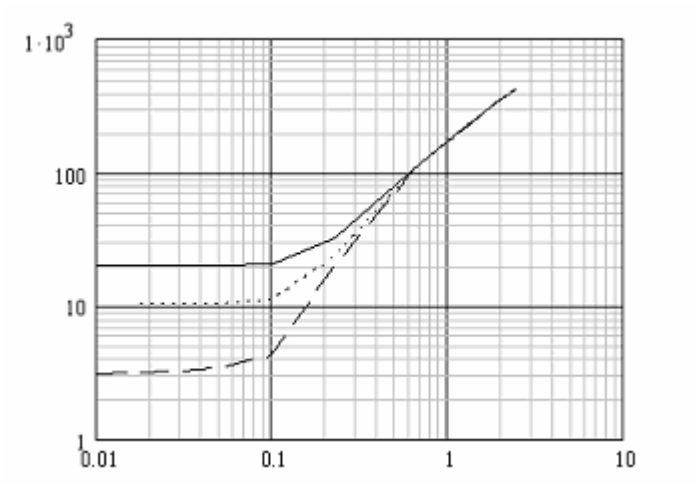

Рис.6.18. Разрешение РСА по азимуту («летний день», Н = 1000 км, $C_n^2(0) = 1 \cdot 10^{-8}$, $\delta N = 0.1 \cdot 10^{-2}$, ξ_0 =300*м*).

Ионосферная плазма в геомагнитном поле обладает анизотропными свойствами. Линейно-поляризованная волна при распространении в ней, расщепляется на две компоненты, которые имеют разную скорость распространения. В результате изменения фазы между этими компонентами плоскость поляризации электромагнитной волны вдоль трассы распространения, непрерывно меняется. Величина угла вращения зависит от состояния ионосферы и геомагнитной широты, поэтому ее трудно прогнозировать.

Оценки влияния Фарадеевского вращения плоскости поляризации в ионосфере при радиометрических измерениях из космоса [110,121] показали, что его влияние будет значительно проявляться при $\lambda \approx 30$ см и резко усиливаться при увеличении длины электромагнитной волны.

В [110] получены приближенные выражения для значения угла вращения плоскости поляризации (Ω) на трассе распространения КА - поверхность Земли в предположении отсутствия рефракции, для двух случаев, когда круговая орбита КА проходит по магнитному экватору и когда круговая орбита КА совпадает с земным магнитным меридианом.

Расчеты проведенные по этим формулам показывают, что угол поворота плоскости поляризации электромагнитной волны может флуктуировать в широких пределах. Например в первом случае для длины волны 1.8м, угла визирования 30° и минимальной солнечной активности Ω меняется от 6° до 25°, при изменении высоты орбиты от 300км до 1000км.

Во втором случае при длине волны 1.8м, угле визирования 30°, максимальной солнечной активности на средних широтах Ω меняется от 100° до 500°, при изменении высоты орбиты от 300км до 1000км. При этом даже при снижении длины волны РСА до 0.7м, Ω меняется от 30° до 100° в зависимости от широты, при высоте полета КА 1000км.

Т.о. образом при освоении новых частотных диапазонов космических РСА, прежде всего P и VHF, а также достижения высокой разрешающей способности возникает проблема компенсации непредсказуемых изменений ИХ двумерного радиолокационного канала.

В следующих разделах мы рассмотрим возможности преодоления этих трудностей, используя методы СОС.

6.5. Слепая оценка дифракционных искажений зондирующего сигнала РЛС при отражении от пространственно-распределенной цели конечной протяженности.

В предыдущем разделе мы показали, насколько масштабны могут быть искажения широкополосных сигналов РСА при распространении через атмосферу Земли. Подобная проблема характерна и для сверхширокополосных РЛС наземного базирования при локации космических объек-

тов, а также обычных (тропосферных) РЛС использующих сверхширокополосные сигналы. В данном разделе мы рассматриваем случай, когда модель искажений сигнала РЛС, отраженного от протяженной цели, описывается выражением (1.13).

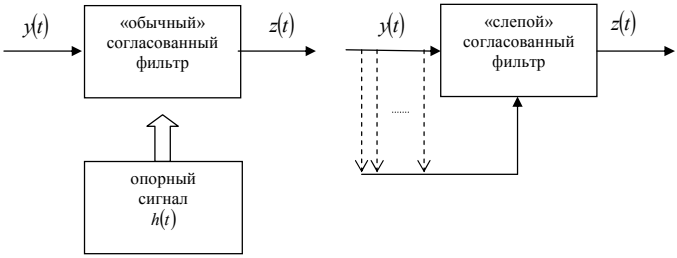

Рис.6.19. «Слепой» согласованный фильтр.

Если зондирующий сигнал $h(t)$ не искажается в процессе распространения, то на выходе согласованного с ним фильтра мы имеем сигнал $z(t)$, модуль которого, является оценкой модуля коэффициента рассеяния лоцируемого объекта. При этом чем ближе АКФ зондирующего сигнала к δ-функции, тем более детальную информацию об объекте мы получаем. Если при распространении искажения зондирующего сигнала велики, то соответственно мы имеем искажения пространственной сигнатуры цели.

Применение слепой идентификации в данном случае позволяет оценить искаженный зондирующий сигнал РЛС непосредственно по наблюдаемым сигналам. В случае использования методов статистической идентификации для слепой оценки «реального» зондирующего сигнала, нам необходимо несколько реализаций наблюдаемых сигналов. После соответствующего накопления статистики мы можем вернуться к первому принятому сигналу и, настроив параметры фильтра в соответствии с полученной информацией, осуществить оптимальный прием этого и последующих импульсов.

Поскольку при этом нам не требуется знания «истинного» зондирующего сигнала, такое устройство далее мы будем называть «слепым» согласованным фильтром (см. Рис.6.19). Особенность данного фильтра в том, что он согласован с любым сигналом, описываемым выражением (1.13).

Рассмотрим особенности возникновения данной модели применительно к РСА. Для этого запишем (6.46) в виде, соответствующим модели (1.13).

Поскольку $\tau = \Delta t_{np}(kT - \theta, \sigma)$ на интервале существования монотонная функция переменной σ, то, используя (6.46) и соответствующею замену переменных, получим модель сигнала РСА в виде:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t,k) &= \int \dot{K}_R(t-\tau)\dot{\eta}(\tau,k)d\tau, \\ \dot{\eta}(\tau,k) &= \int \dot{K}_A\left(kT,\theta,\Delta t_{np}^{-1}(kT-\theta,\tau)\right)\dot{\xi}\left(\theta,\Delta t_{np}^{-1}(kT-\theta,\tau)\right)\times \\ &\times g_A\left(kT-\theta,\Delta t_{np}^{-1}(kT-\theta,\tau)\right)g_R\left(\Delta t_{np}^{-1}(kT-\theta,\tau)\right)\frac{\partial}{\partial\tau}\Delta t_{np}^{-1}(kT-\theta,\tau)d\theta. \end{aligned} \tag{6.62}$$

Рассмотрим статистические характеристики случайного процесса $\dot{\eta}(\tau,k)$, заданного (6.62).

Поскольку обычно мы полагаем, что $\dot{\xi}(\theta,\sigma)$ - комплексный белый шум, то $\dot{\eta}(\tau,k)$ - комплексный нестационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, и корреляционной функцией $B_\eta(\tau_1,\tau_2,k_1,k_2)$.

Используя монотонность функции $\tau = \Delta t_{np}(kT-\theta,\sigma)$ и стационарность наблюдаемого сигнала в сечении азимута, свойственную обычной РСА, можно показать, что:

$$B_\eta(\tau,\tau,k_1,k_2) = \begin{cases} 0, & k_1 \neq \pm k_2, \\ B_\eta(\tau,\tau,k_1,k_2), & k_1 = \pm k_2, \end{cases} \tag{6.63}$$

и

$$B_\eta(\tau_1,\tau_2,k,\pm k) = \begin{cases} 0, & \tau_1 \neq \tau_2, \\ B_\eta(\tau,\tau,0,0), & \tau_1 = \tau_2 = \tau. \end{cases} \tag{6.64}$$

Если $k = 0,...,N-1$ и $N << N_s$, то:

$$B_\eta(\tau,\tau,0,0) = cg_R^2(\tau). \tag{6.65}$$

Т.о. мы можем считать $\dot{\eta}(\tau,k)$ реализациями нестационарного по дисперсии комплексного гауссовского случайного процесса, а дальностный канала РСА (6.62) описать выражением (1.13).

Характерной особенностью большинства систем радиолокации является выбор частоты дискретизации непрерывных сигналов в устройстве цифровой обработки практически в точном соответствии с требованиями теоремы Котельникова.

Поэтому при использовании широкополосных сигналов, модуль спектральной плотности которых приближается к константе в некоторой заданной полосе частот, а автокорреляционная функция стремиться к δ-функции дискретные отсчеты сигнала, отраженного от некоторого протя-

женного, диффузно-рассеивающего объекта как правило некоррелированы.

Если этот объект имеет ограниченную протяженность, или в отраженном сигнале присутствует регулярная (зеркальная) компонента, то мы можем рассматривать наблюдаемый сигнал в рамках модели системы с нестационарным входом, рассматривая каждый отраженный импульс как независимую реализацию нестационарного случайного процесса.

При этом в общем случае мы не имеем априорной информации о параметрах нестационарного процесса на входе (6.62).

Т.о. при построении алгоритма слепой идентификации радиолокационного канала, мы имеем некоторое множество наблюдаемых реализаций на выходе линейного, стационарного канала, на входе которого реализации нестационарного процесса.

Алгоритмы, не требующие (при соблюдении условий идентифицируемости) априорной информации о статистических свойствах информационной последовательности, были предложены в п.4.2.3. и основаны на факторизации аффинных многообразий нулевой корреляции.

Моделирование, результаты которого приведены в п.4.2.3 и п.5.2, показало, что возможности этих алгоритмов часто ограничены каналами небольшой длины и требуют очень высоких значений отношения сигнал-шум. Данное обстоятельство делает проблематичным использование этих алгоритмов для слепой идентификации радиолокационных каналов.

В п.4.1.2 в рамках модели (6.62) предложен двухдиагональный алгоритм слепой идентификации, который также не требует априорного знания вида нестационарной модуляции информационного сигнала (в случае РСА функции $g_R(\tau)$). Этот алгоритм, предложенный в [82] именно для решения данной задачи, кажется нам наиболее перспективным в данном приложении.

Для практической реализации рассматриваемого алгоритма необходимо определить зависимости качества оценки канала от числа обрабатываемых реализаций, длины реализации, степени нестационарности, величины аддитивных помех и т.п.

Качество работы алгоритмов в данной задаче естественно оценивать по функции неопределенности. В этом случае, мы можем подставить в оптимальный алгоритм восстановления оценку канала, полученную слепым алгоритмом, а затем оценить полученную функцию неопределенности, описывающую рассогласование выхода согласованного фильтра и его параметров. В этом случае характеристики качества будут зависеть от конкретного вида передаточной функции канала.

Чтобы получить оценки качества вне этой зависимости введем несколько модифицированное определение функции неопределенности «слепого» согласованного фильтра, как отклик этого фильтра на нестацио-

нарный белый шум. В этом случае идеальная функция неопределенности (δ -функция) появится на выходе при числе реализаций $M \to \infty$.

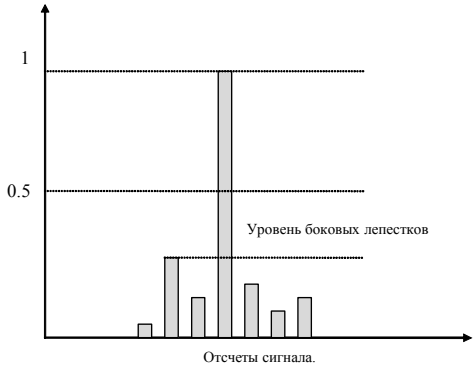

Рис.6.20. К определению качества работы дискретного «слепого» согласованного фильтра.

При фиксированной выборке для оценки качества работы дискретного «слепого» согласованного фильтра мы будем использовать понятие дискретного разрешения, определенного как число отсчетов оценки импульсной характеристики превысивших порог 0.5 от максимального значения, и максимальный уровень бокового лепестка, определенный как максимальное значение отсчета не превосходящего порог (см. Рис.6.20).

В задаче оценки дальностного канала РСА в качестве нестационарной модулирующей последовательности выступает диаграмма направленности РСА, а именно ее сечение в угломестной плоскости.

При локации пространственно ограниченных целей, в качестве нестационарной модуляции может рассматриваться индикаторная функция.

Эти замечания, позволяют нам при моделировании дальностного канала РСА положить $\dot{h}(j\omega) = 1$ и использовать гауссову модель нестационарности в виде:

$$\sigma_l = \exp\left[-p^2 \left(\frac{(l - N/2)}{N} \right)^2 \right], \qquad l = 1 \ldots N \qquad (6.66)$$

где: N - длина реализаций информационного сигнала.

Характер моделируемой нестационарности показан на Рис.6.21.

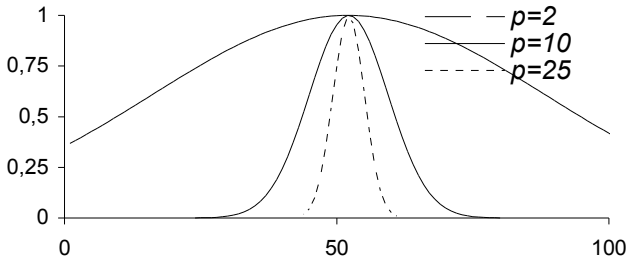

Рис.6.21. Нестационарность на входе дальностного канала РСА.

На Рис.6.22 показана зависимость дискретного разрешения (минимальное значение 1) от числа обрабатываемых реализаций при различной величине нестационарности ($p = 0$ - на входе белый шум; $p \to \infty$ - на входе дельта-функция). Меткой «RANDOM» обозначена зависимость при случайном значении параметра нестационарности.

На Рис.6.23 показана скорость сходимости алгоритма. На Рис.6.24 уровень боковых лепестков. На Рис.6.25 зависимость от длины информационного сигнала.

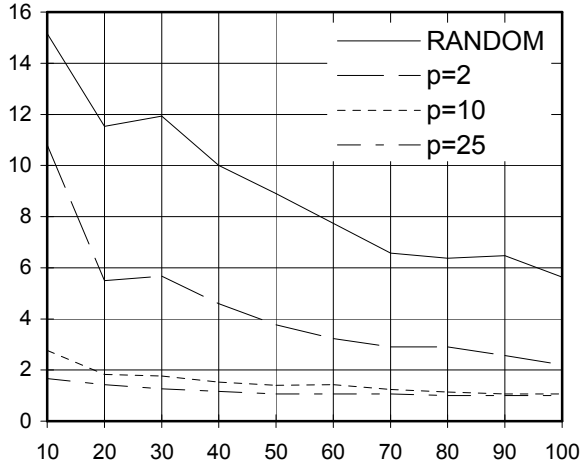

Рис. 6.22. Зависимость дискретного разрешения (по вертикали) от числа обрабатываемых реализаций (по горизонтали), при различном значении параметра нестационарности (меткой RANDOM обозначена зависимость при случайном значении параметра нестационарности).

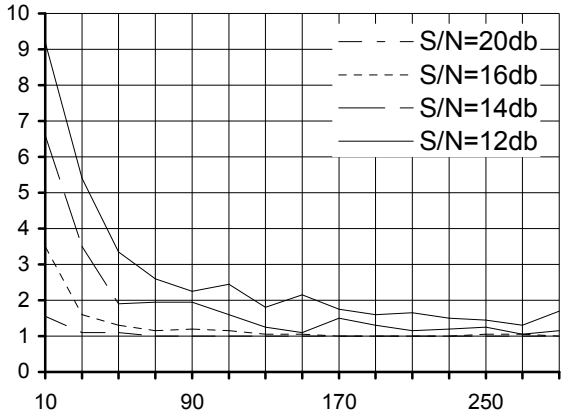

Рис. 6.23. Зависимость дискретного разрешения (по вертикали) от числа обрабатываемых реализаций (по горизонтали), при различном отношении сигнал-шум при p=25.

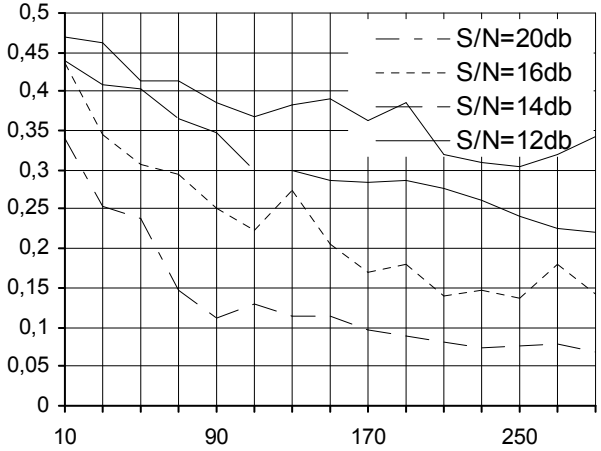

Рис. 6.24. Зависимость уровня боковых лепестков (по вертикали) от числа обрабатываемых реализаций (по горизонтали), при различном отношении сигнал-шум, при p=25.

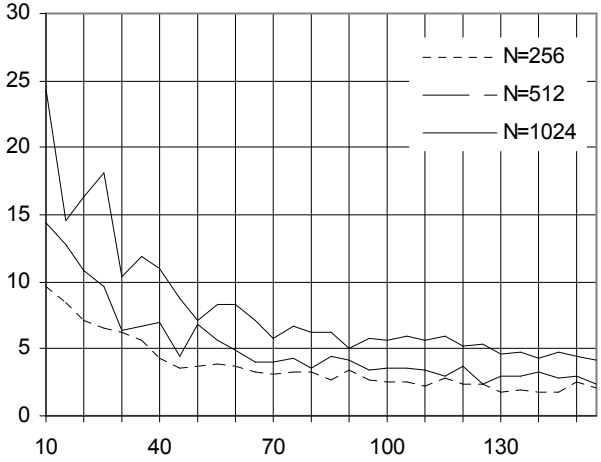

Рис. 6.25. Зависимость дискретного разрешения (по вертикали) от числа обрабатываемых реализаций (по горизонтали), при различных длинах реализаций, при p=25.

В целом, алгоритм демонстрирует хорошую помехоустойчивость, однако требует весьма высокой степени нестационарности (см. Рис.6.21). Последний недостаток может быть компенсирован увеличением числа реализаций. Для работы алгоритма не требуется знания вида нестационарной модуляции и длины канала.

Экспериментальная проверка возможности использования данного алгоритма для коррекции искажений дальностного канала РСА проводилась с использованием информации авиационной РСА X - диапазона «Компакт-1» («ИК-ВР»), разработанной в НИИ ТП, г. Москва. Результаты экспериментальной проверки (опубликованные в [51]) показали, что двухдиагональный алгоритм (см. Рис.4.1) дает смещенную оценку зондирующего сигнала РСА.

Причины данного смещения следует искать среди таких факторов как:

1) наличие в аппаратурном тракте РСА коррелированного аддитивного шума;

2) наличие нелинейных эффектов малоразрядного квантования и жесткого ограничения;

3) краевых эффектов возникающих в случае попадания ярких отражателей на границу области анализа.

Первый фактор приводит к тому, что спектральная плотность шума неравномерна в полосе частот пропускания тракта. Ковариационная мат-

рица стационарного шума диагональна в спектральной области и не влияет на вторую диагональ ковариационной матрицы, а значит и на восстанавливаемую фазу передаточной функции (см.п.4.1.2). Однако, выборочная ковариационная матрица шума имеет не равные нулю коэффициенты во второй диагонали при ограниченном числе используемых реализаций, что может привести к неравномерному по полосе частот смещению в оценке фазы. Способ преодоления данного ограничения очевиден: при использовании алгоритма необходима предварительная запись и последующий анализ «шумовой голограммы».

Второй фактор оказывает наиболее существенное влияние на точность восстановления передаточной функции радиолокационного канала. Математическое моделирование эффектов квантования и ограничения показало, что малоразрядное квантование (<4 разрядов) или ограничение сигнала на уровне 1-й σ приводят к существенным искажениям оценки.

Способ устранения влияния третьего фактора - оптимальный подбор параметров временного стробирования отраженного сигнала в приемнике РСА.

Для преодоления влияния нелинейных искажений в тракте вызванных квантованием и незначительным ограничением, можно использовать широко распространенный прием: нужно сделать эти искажения полностью предсказуемыми.

Для этого мы используем связь между ковариационной функцией сигнала прошедшего идеальный ограничитель с ковариационной функцией исходного сигнала.

Фактически, это означает возможность реконструкции искомой ковариационной матрицы только по знаковым корреляциям во временной области.

Используя [125], для нестационарного процесса можно получить следующую формулу реконструкции:

$$B_S(t_1,t_2)=\Omega(t_1)\Omega(t_2)\left(\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xx}(t_1,t_2)\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yy}(t_1,t_2)\right)\right)+\right.$$
$$\left.+j\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{xy}(t_1,t_2)\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}r_{yx}(t_1,t_2)\right)\right)\right). \qquad (6.61)$$

Здесь $r_{xx}, r_{yy}, r_{xy}, r_{yx}$ - корреляция знаковой последовательность исходной голограммы; $\Omega(t)$ - функция с.к.о. наблюдаемого сигнала во временной области; $B_S(t_1,t_2)$ - искомая ковариационная функция.

Тогда алгоритм оценки системной характеристики РСА в сечении наклонной дальности можно представить в виде последовательности следующих шагов:

1. Обозначим комплексный массив отраженных сигналов РСА (радиоголограммы) в виде $\dot{S}(i,j)$, $i=1...N$, $j=1...M$, , где: i- индекс отсчета по координате дальности, j- индекс отсчета по координате азимута. Запишем оценку нестационарной дисперсии и знаковой корреляции квадратурных компонент отраженных сигналов во временной области:

$$\Omega^2(i)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}\left|\dot{S}(i,j)\right|^2$$

$$r_{xx}(i,k)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right)sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right)$$

$$r_{xy}(i,k)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right)sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right) \qquad (6.62)$$

$$r_{yx}(i,k)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right)sign\left(\mathrm{Re}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right)$$

$$r_{yy}(i,k)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{N}sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(i,j)\right)\right)sign\left(\mathrm{Im}\left(\dot{S}(k,j)\right)\right)$$

2. Получим оценку ковариационной матрицы искаженного сигнала во временной области, используя формулу (6.61).

3. Найдем спектральную ковариацию (спектральный момент 2-го порядка) в виде:

$$Q_R(m,n)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\dot{S}(i,k)\exp\left(j\frac{2\pi}{N}in\right)\exp\left(-j\frac{2\pi}{N}km\right) \qquad (6.63)$$

4. В соответствии с (4.31) получим оценку передаточной функции канала РСА по следующей формуле:

$$\dot{h}_R(m)=\sqrt{Q_R(m,m)-D_R^1(m)}\exp\left(j\sum_{n=1}^{m}\arg\left(Q_R(n,n-1)-D_R^2(n)\right)\right), \qquad (6.64)$$

где: $D_R^1(m)$ - главная диагональ ковариационной матрицы аддитивных помех; $D_R^2(m)$ - вторая диагональ ковариационной матрицы аддитивных помех.

Экспериментальная проверка работоспособности данного метода проводилась с использованием информации самолетной РСА X - диапазона «Компакт-1». Основные характеристики данной системы приведены в Табл.6.1.

Таблица 6.1

Параметры РЛК «Компакт-1»	Значение
Длина волны	3 см
Поляризация	В
Рабочая высота полета	1...10 км
Полоса захвата	5...20 км
Разрешающая способность:	
• Обработка в реальном масштабе времени на борту самолета	20×20 м
• Обработка в наземных условиях	3×3 м
Полоса зондирующего сигнала (ЛЧМ)	50 МГц

Особенность данной системы является то, что принимаемые приемником отраженные сигналы оцифровываются без сжатия по дальности, а сама процедура цифрового сжатия реализуется в процессе восстановления РЛИ.

Это дает нам возможность проверить работоспособность предлагаемого алгоритма при восстановлении зондирующего сигнала РСА.

X-диапазон для авиационных РСА не характеризуется заметным влиянием среды распространения, а имеющиеся результаты стендовых испытаний по проверке фазо-частотных характеристик сквозного аппаратного тракта, позволяют считать зондирующий сигнал данной РСА идеальным прототипом, с точки зрения проверки методов СОС.

Поэтому в качестве критерия соответствия мы рассмотрим взаимную корреляцию априори известной математической модели зондирующего сигнала и сигнала полученного в результате наземных испытаний аппаратуры РСА (тестового сигнала) в сравнении со слепой оценкой этого сигнала по радиоголограмме, полученной для двухдиагонального алгоритма (Рис.4.1). Данные функции показаны на Рис.6.30.

Качество работы «слепого» согласованного фильтра для алгоритма, использующего знаковую корреляцию, характеризует взаимная корреляция тестового сигнала и слепой оценки, показанная на Рис.6.31.

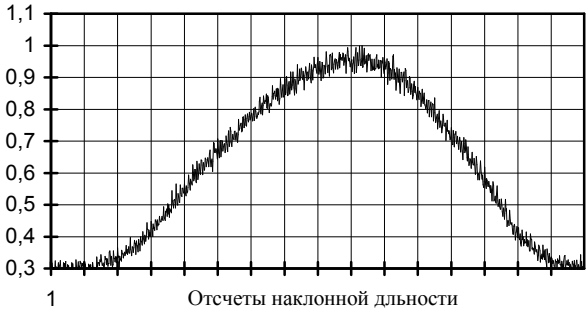

Рис.6.26. Нормированная амплитуда принимаемого сигнала РСА «Компакт-1» в сечении наклонной дальности.

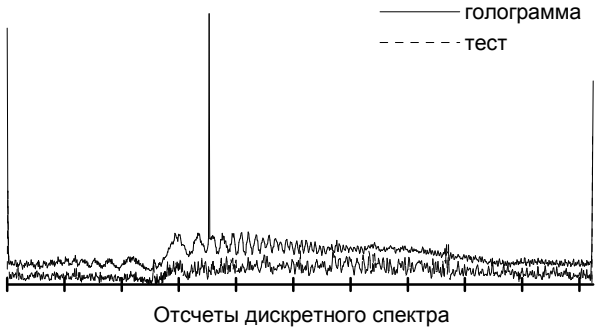

Рис.6.27. Оценка модуля спектра зондирующего сигнала по голограмме и спектральная амплитуда тестового сигнала РСА «Компакт-1».

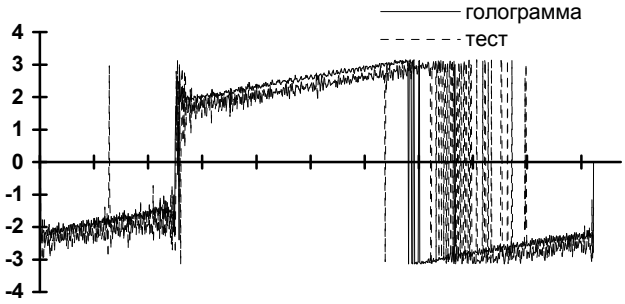

Рис.6.28. Фаза 2-й диагонали спектральной ковариационной матрицы (производная фазы спектра зондирующего сигнала).

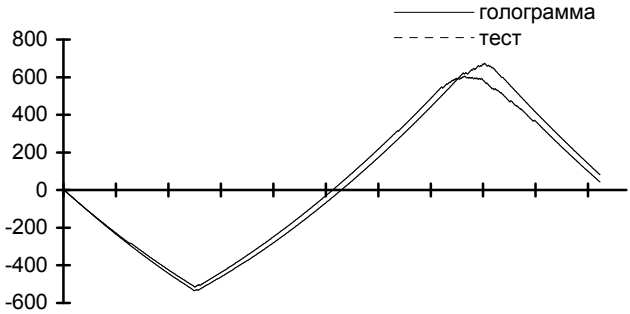

Рис.6.29. Восстановленная фаза передаточной функции канала.

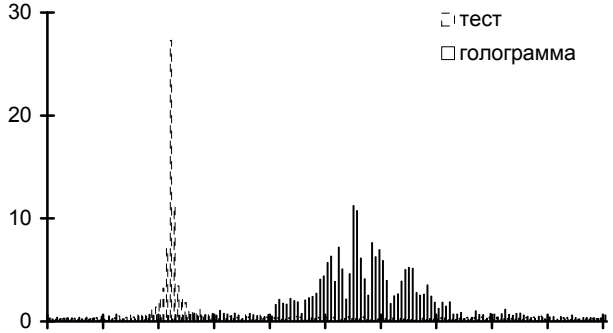

Рис.6.30. Функция автокорреляции тестового сигнала и слепой оценки зондирующего сигнала по голограмме для двухдиагонального алгоритма.

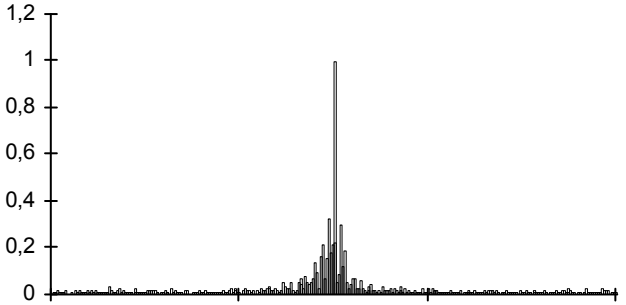

Рис.6.31. Функция корреляции тестового сигнала и слепой оценки зондирующего сигнала по голограмме для двухдиагонального алгоритма, использующего знаковую корреляцию.

В соответствии с основной идеей предлагаемых алгоритмов входной информационный сигнал должен быть существенно нестационарен. Рис.6.26 показывает, что это действительно имеет место в реальной голограмме РСА.

Данная нестационарность обусловлена модуляцией отраженного сигнала РСА диаграммой направленности антенны в угломестной плоскости.

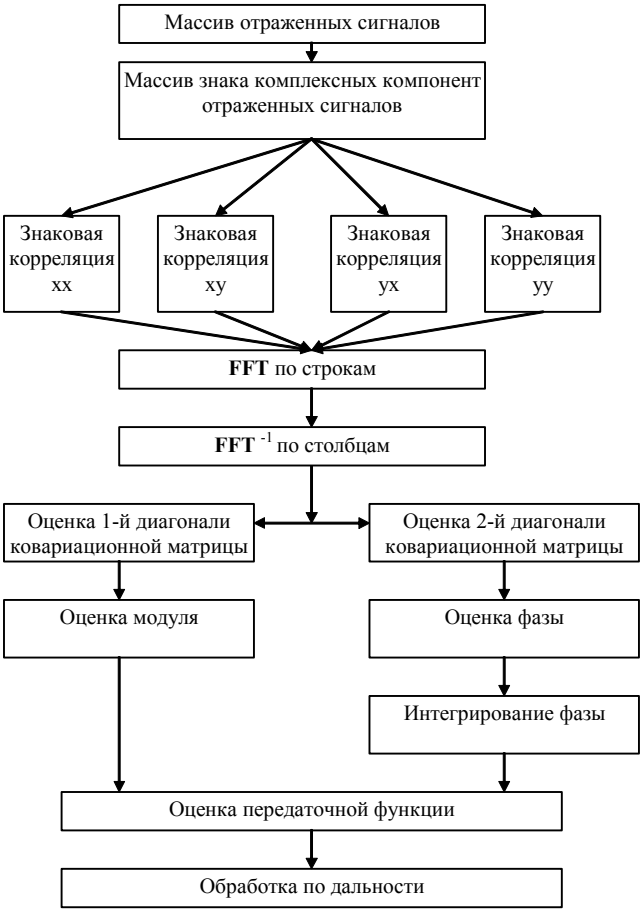

Рис.6.32. Блок-схема алгоритма «слепого» сжатия по дальности, использующего знаковую корреляцию.

В соответствии с блок-схемой (Рис.4.1), по 1-й диагонали ковариационной матрицы в спектральной области оценивается модуль передаточной функции зондирующего сигнала. Результаты оценки по реальной голограмме показаны на Рис.6.27. Данный график свидетельствует, что оценка модуля спектра зондирующего сигнала и истинное значение (тестовый сигнал) отличаются. Связано, это с влиянием аддитивных сосредоточенных по спектру помех (линейчатая часть спектра), наличием аддитивного шума (постоянная подставка) и небольшого линейного искажения спектра вследствие неидеальной характеристики приемного устройства.

На Рис.6.28 и Рис.6.29 показаны этапы восстановления фазы спектра зондирующего сигнала и соответствие оцениваемых характеристик по голограмме и характеристик тестового сигнала, полученного при наземной калибровке. При восстановлении использовалось 1000 реализаций отраженного сигнала РСА «Компакт-1». В целом на Рис.6.31 мы видим, что оценка хорошо соответствует истинным параметрам зондирующего сигнала.

Результаты данного анализа позволяют рекомендовать для практического использования алгоритм, использующий знаковую корреляцию. Блок-схема этого алгоритма показана на Рис.6.32.

Помимо алгоритма, основанного на спектральных кумулянтах, в задачах «слепой» согласованной фильтрации радиолокационных сигналов может быть использован алгоритм, использующий преобразование ненулевой корреляции (см. п. 4.2.4). При этом нам требуется априорная информация о полиномиальном кумулянте информационного сигнала, для получения матрицы преобразования. Однако в процессе моделирования мы убедились в достаточной робастности данного алгоритма к отклонениям априорной модели.

Например, несмотря на то, что преобразование (4.91) явно использует модель стационарной информационной последовательности на входе, вариационный принцип формирования оценки гарантирует несмещенность оценки и в случае неизвестной нестационарной модуляции информационной последовательности на входе. При этом максимальное собственное число матрицы $\mathbf{R}$ (4.92), $\lambda_{\max} < 1$ даже и идеальном случае.

На Рис.6.33 и Рис.6.34 показаны результаты математического моделирования выхода «слепого» согласованного фильтра при использовании данного алгоритма. «Истинным» сигналом в этих экспериментах был фазоманипулированный сигнал, кодированный кодом Баркера длины 13. Длина реализаций комплексного информационного сигнала – 24.

Этот алгоритм характеризуется достаточно высокой скоростью сходимости и хорошей помехоустойчивостью.

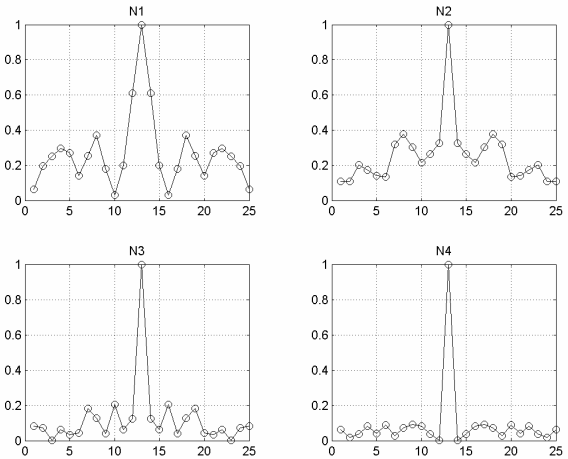

Рис. 6.33. Выход «слепого» согласованного фильтра для различного числа импульсов в пачке: $N1 = 5$, $N2 = 15$, $N3 = 45$, $N4 = 95$ в отсутствии шума.

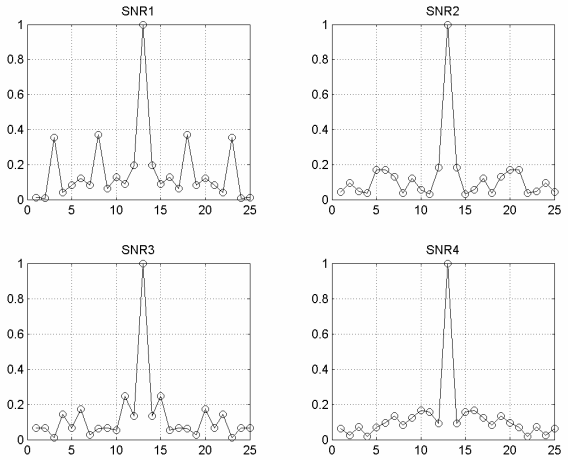

Рис. 6.34. Выход «слепого» согласованного фильтра для $N = 100$ и различного отношения сигнал-шум: $SNR1 = 5$ ДБ, $SNR2 = 10$ ДБ, $SNR3 = 15$ ДБ, $SNR4 = 20$ ДБ.

В отличие от алгоритмов идентификации по спектральным моментам, которые используют ДПФ и соответственно ковариацию в спектральной области, использование преобразование заданной корреляции гарантирует хорошую обусловленность матрицы $\mathbf{R}$.

Однако при увеличении размеров матрицы преобразования (4.91) могут возникать проблемы с ее обусловленностью, вследствие ошибок округления.

6.6. Слепое восстановление изображений радиолокационных станций с синтезированной апертурой

В данном разделе мы рассмотрим алгоритмы слепого восстановления изображений РСА на основе т.н. контрастных функций [7], полученных из тех или иных предположений о свойствах радиолокационных изображений для задач как параметрической, так и непараметрической фокусировки.

В п.6.3 были получены общие выражения, описывающие отраженный сигнал космической РСА (6.46). В рамках данной модели, как мы показали в предыдущем разделе, искажения формы комплексной огибающей зондирующего сигнала РСА $\dot{K}_R(t)$ могут быть корректированы с помощью алгоритмов слепой идентификации канала с нестационарным входом.

Эти алгоритмы относятся к классу непараметрических (см. п.1.2.3), поскольку не требуют модели искажающего канала.

К задаче непараметрической фокусировки РЛИ приводят флуктуации времени распространения сигнала в атмосфере $\delta(kT,\theta,\sigma)$, вызванные относительным движением РСА и атмосферных неоднородностей и влияющие на разрешающую способность РСА в сечении азимута.

Классический случай параметрической фокусировки возникает вследствие погрешности знания траектории относительного движения РСА и отражающей поверхности. При этом имеет место параметрическая неопределенность относительно регулярной части временного запаздывания сигнала в атмосфере $\Delta t(kT,\theta,\sigma)$.

На азимутальное разрешение РСА оказывает влияние коэффициент, определяющий квадратичный фазовый набег в выражении (6.39).

Поскольку часто траектория перемещения фазового центра антенны РСА не является прямолинейной, то данный коэффициент, называемый также параметром фокусировки, является функцией траекторного времени.

Поэтому запишем коэффициент фокусировки через “эквивалентную” скорость прямолинейного движения, в виде:

$$V^2(\theta,\sigma) = F'_p\left(\frac{c\sigma}{2}\right)\left(\left(\mathbf{R}''_{\mathbf{c}}(\theta), \mathbf{R}_{\mathbf{c}}(\theta) - \mathbf{R}(\theta,\sigma)\right) + \left(\mathbf{R}'_{\mathbf{c}}(\theta), \mathbf{R}'_{\mathbf{c}}(\theta)\right)\right). \qquad (6.65)$$

Эквивалентная скорость, как мы видим из этого выражения, связана с модулем вектора скорости и проекцией ускорения на наклонную дальность, а также с коэффициентом, отражающим влияние регулярной атмосферы.

Циклическое смещение азимутального спектра радиолокационного изображения (РЛИ) (называемого в литературе доплеровским центроидом [108]) обычно связано с линейным фазовым набегом траекторной фазы (6.37).

Однако в (6.39) имеет место только квадратичный фазовый набег. Это свидетельствует о том, что значение доплеровского центроида зависит только от ориентации диаграммы направленности антенны РСА.

Оценка доплеровского центроида, является необходимой, при коррекции линейных искажений масштаба РЛИ [34,108], но собственно на его визуальное качество (пространственное разрешение) не влияет.

В дискретном представлении модель радиоголограммы РСА (6.46) можно представить в виде:

$$\hat{y}_{k,m} = \sum_i \sum_j \hat{h}_{i,j,k,m} \hat{x}_{i,j} + \hat{n}_{k,m}, \qquad (6.66)$$

где: $\hat{y}_{k,m}$ - отсчеты радиоголограммы, $\hat{h}_{i,j,k,m}$ - нестационарное ядро интегрального оператора (6.46), $\hat{x}_{i,j}$ - восстанавливаемые комплексные отсчеты изображения, $\hat{n}_{k,m}$ - комплексный гауссовский белый шум.

В операторной форме:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n} \qquad (6.67)$$

При решении задачи непараметрической фокусировки мы полагаем неизвестными коэффициенты $\hat{h}_{i,j,k,m}$, в случае параметрической неопределенности, каждый из отсчетов $\hat{h}_{i,j,k,m}$ является известной функцией одного или нескольких неизвестных параметров.

Как уже отмечалось выше, проблема фокусировки радиолокационных изображений относится к классу задач слепой обработки сигналов. На сегодняшний день известно большое число подходов к решению подобных задач, рассмотренных в гл.3,4.

Большинство упомянутых подходов явно используют тёплицеву структуру оператора $\mathbf{H}$. В тоже время (6.46) и (6.66) имеют нестационарную структуру.

Явные ограничения на стационарность отсутствуют в стохастических градиентных алгоритмах слепой коррекции (см.п.5.2). Поэтому при

разработке алгоритмов фокусировки радиолокационных изображений мы будем придерживаться этого подхода.

В задачах слепого разделения источников и слепого обращения свертки идея стохастических градиентных алгоритмов слепой коррекции была впоследствии обобщена в методе контрастных функций [18,126].

В соответствии с этим подходом, если отсчеты входного сигнала независимы и имеют негауссово распределение, то найдется такая вещественная функция $q(\dot{x})$, стохастическая минимизация которой, обеспечивает в среднем однозначное решение задачи слепой идентификации системы (6.67). При этом эта функция должна удовлетворять следующим условиям:

1) $\mathbf{M}\{q(\dot{x})\}$ должна быть аффинным инвариантом;
2) $\mathbf{M}\{q(\dot{x})\} \geq 0$;
3) $\mathbf{M}\{q(\tilde{x}_{k,m})\} \leq \sum_i \sum_j \left|\dot{g}_{l,j,k,m}\right|^2 \cdot \mathbf{M}\{q(\dot{x}_{l,j})\}$,

где: $\dot{g}_{l,j,k,m} = \sum_l \sum_n \dot{h}_{l,n,i,j} h^*_{k,m,k,m}$.

В более общем виде алгоритм слепого восстановления данного типа можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg\left(\max_{\mathbf{H}^{-1}} \left(Q\left(\mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}\right)\right)\right)\mathbf{y}\,, \tag{6.68}$$

где: $Q = \mathbf{M}\{q(\tilde{x}_{i,j})\}$ – нелинейный функционал, $\tilde{\mathbf{x}}$ - восстановленное изображение.

Выбор контрастной функции неоднозначен, и диктуется особенностями задачи. Фактически контрастная функция является критерием качества решения задачи восстановления сигнала или изображения. Частными случаями данного подхода является алгоритм максимального правдоподобия (МП), алгоритм минимума энтропии (МЭ), метод кумулянтных функций, алгоритмы Базганга.

Метод максимального правдоподобия

Пусть комплексные отсчеты восстанавливаемого изображения независимы и имеют негауссово распределение. Тогда их совместная плотность вероятности имеет вид:

$$p_X(\mathbf{x}) = \prod_i \prod_j p_{i,j}\left(\dot{x}_{i,j}\right) \tag{6.69}$$

Без потери общности будем полагать, что оператор H обратим. Тогда в отсутствии шумов функционал правдоподобия отсчетов радиоголограммы можно записать в виде:

$$L\left(\mathbf{y} \mid \mathbf{H}^{-1}\right) = \sum_i \sum_j \log\left(p_{i,j}\left(\tilde{x}_{i,j}(\mathbf{y})\right)\right) + \log\left(J\left(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1}\right)\right), \qquad (6.70)$$

где: $\tilde{x}_{i,j}(\mathbf{y})$ - координатные функции, $J\left(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1}\right)$ - якобиан отображения $\mathbf{H}^{-1}$.

Отсутствие аддитивного шума в рассматриваемой модели радиоголограммы с одной стороны является существенным упрощением алгоритма, с другой стороны не является критичным моментом для РСА, у которых при формировании изображения после процедуры сжатия по дальности уровень аддитивных шумов часто не более -10…-30 Дб.

Поскольку $\mathbf{H}^{-1}$ линейный оператор и восстанавливаемое изображение может иметь в принципе любой постоянный комплексный множитель, то мы можем положить, что $J\left(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1}\right) = J\left(\mathbf{H}^{-1}\right) = 1$, тогда алгоритм максимального правдоподобия можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg\left(\max_{\mathbf{H}^{-1}}\left(\sum_i \sum_j \log\left(p_{i,j}\left(\tilde{x}_{i,j}(\mathbf{y})\right)\right)\right)\right) \cdot \mathbf{y} \qquad (6.71)$$

Если мы предположим локальную однородность фокусируемого фрагмента РЛИ, то для достаточно большом числе отсчетов внутри фрагмента асимптотически получим алгоритм восстановления в виде [130]:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg\left(\min_{\mathbf{H}^{-1}}\left(\mathbf{M}\left\{\log\left(\frac{1}{p_x\left(\tilde{x}_{i,j}(\mathbf{y})\right)}\right)\right\}\right)\right) \cdot \mathbf{y} \qquad (6.72)$$

Т.о. метод максимального правдоподобия является частным случаем метода контрастных функций, а именно когда контрастная функция $q(\tilde{x}) = \log\left(p_x(\tilde{x})\right)$.

Функционал качества в этом случае можно записать в виде:

$$Q = D_{KL}\left(x \| \tilde{x}\right) + H(\tilde{x}), \qquad (6.73)$$

где:

$$D_{KL}(x \| y) = \int p_x(z) \log\left(p_x(z) / p_y(z)\right) dz,$$

$$H(x) = -\int p_x(z) \log\left(p_x(z)\right) dz,$$

$D_{KL}\left(x \| \tilde{x}\right)$ - расстояние Кульбака-Лейблера, между распределением вероятности отсчетов восстанавливаемого и истинного изображений, $H(\tilde{x})$ - энтропия восстановленного изображения по Шеннону.

Метод минимума энтропии

В методе минимума энтропии используется несколько отличная от метода максимального правдоподобия идея выбора контрастной функции или функционала качества.

Если отсчеты истинного изображения имеют негауссово распределение, то любая их линейная комбинация дает случайную величину, распределение которой асимптотически приближается к гауссовому, вследствие центральной предельной теоремы.

Тогда функционалом качества может быть расстояние Кульбака-Лейблера, между распределением вероятности отсчетов восстанавливаемого изображения и некоторой гауссовой случайной величины:

$$Q = H(\tilde{x}) - \log\left(\sqrt{2\pi e \mathbf{M}\left\{|\tilde{x}|^2\right\}}\right), \tag{6.74}$$

или для нормированных данных:

$$Q = H(\tilde{x}). \tag{6.75}$$

При этом контрастная функция $q(\tilde{x}) = \log(p_{\tilde{x}}(\tilde{x}))$.

Данный подход был, по-видимому, впервые использован в задачах сейсмологии Уидженсом [127]. Применительно к задаче фокусировки изображений РСА возможность использования данного метода обсуждалась в контексте обработки радиолокационных изображений первой космической РСА Seasat (США) в 1991г.

В 1992 году, при обработке радиолокационных изображений авиационной РСА «МАРС», полученных в рамках совместных работ ЦСКБ (Самара) и ИРЭ АН УССР (Харьков) по экологическому мониторингу г. Самара, автором (независимо от упомянутых работ) в разработанном программном обеспечении был использован алгоритм автофокусировки по критерию минимума энтропии. При этом в отличие от упомянутых алгоритмов, использовалась гистограммная оценка энтропии радиолокационного изображения [17].

Различные модификации кумулянтных методов можно получить, разложив в степенной ряд контрастные функции методов МП или МЭ, при этом обычно используются комбинации кумулянтов выше 2-го порядка.

Реализация алгоритмов фокусировки

Основное отличие методов МП и МЭ в том, что для вычисления значения функционала качества в первом случае требуется знание априорного распределения вероятности отсчетов истинного изображения, а во втором апостериорного распределения вероятности отсчетов восстанавливаемого изображения.

Если априорное распределение нам неизвестно, то использование метода минимума энтропии более предпочтительно, поскольку мы естест-

венно имеем выборку отсчетов восстанавливаемого изображения и можем оценить по ним значение энтропии.

Для формирования контрастной функции в этом случае можно использовать оценку плотности вероятности комплексных отсчетов изображения в виде:

$$\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im}) = \frac{1}{NM} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} \mu\left(x_{re} - \mathrm{Re}\left(\tilde{x}_{i,j}\right)\right) \mu\left(x_{im} - \mathrm{Im}\left(\tilde{x}_{i,j}\right)\right), \quad (6.76)$$

где: $\mu(x)$ - положительная функция окна, такая что $\int \mu(x) dx = 1$.

Данная оценка плотности вероятности случайной величины по наблюдаемой выборке предложено в [131], идею разложения типа (6.76) можно найти в [58].

Оценка энтропии может быть далее получена в виде:

$$\hat{H}(\tilde{x}) = -\iint \hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im}) \log\left(\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im})\right) dx_{re} dx_{im} . \quad (6.77)$$

В [132] при решении задачи слепого разделения сигналов предложено в алгоритме МА использовать вместо шенонновского определения энтропии использовать понятие энтропии по Реньи $H_{\alpha}(\tilde{x})$:

$$H_{\alpha}(x) = \frac{1}{1-\alpha} \log \int p_x^{\alpha}(z) dz$$

В сочетании с оценкой (6.76) это может дать некоторое упрощение функционала Q.

Для однопараметрической фокусировки РЛИ вычисляя аргумент минимума (6.77) простым перебором по параметру фокусировки мы получаем с некоторой точностью скользящую по РЛИ оценку эквивалентной скорости.

В случае непараметрической фокусировки или наличия нескольких параметров мы можем использовать хорошо разработанные в приложениях адаптивной фильтрации алгоритмы нелинейной оптимизации Ньютона или градиентного спуска [129].

При этом выбранная функция окна $\mu(x)$ должна иметь производную по крайней мере 1-го порядка. Тогда коэффициенты обратного фильтра $\hat{x}_{i,j,k,m}$ вычисляются в итерационном процессе, на каждом шаге которого вычисляются поправочные коэффициенты по следующей формуле:

$$\hat{x}_{i,j,k,m}^{s+1} = \hat{x}_{i,j,k,m}^{s} - \beta_s \left. \frac{\partial Q(\mathbf{z})}{\partial \hat{x}_{i,j,k,m}} \right|_{\hat{x}_{i,j,k,m}^{s}} , \quad (6.78)$$

где: $Q(\mathbf{z}) = \frac{1}{NM}\sum_i \sum_j q\left(\tilde{x}_{ij}(\mathbf{z})\right)$.

Тогда:

$$\frac{\partial Q(\mathbf{z})}{\partial z_{i,j,k,m}} = \frac{1}{NM} q'\left(\tilde{x}_{i,k}(\mathbf{z})\right) y_{j,m} . \qquad (6.79)$$

Коэффициенты $\{\beta_s\}$ определяют скорость сходимости алгоритма и должны удовлетворять условию $Q\left(\mathbf{z}^{s+1}\right) < Q\left(\mathbf{z}^{s}\right)$.

Особенности применения данных методов, иллюстрирует пример восстановления РЛИ самолетной РСА L - диапазона в составе радиолокационного комплекса «МАРС» (Украина). Данный комплекс разработан в ИРЭ АН УССР (в настоящее время Исследовательский Центр Радиофизических Методов Дистанционного Зондирования Земли имени А.И. Калмыкова).

Обработка по координате наклонной дальности в этой системе осуществляется на аппаратном уровне, поэтому цифровое восстановление РЛИ осуществляется только в сечении путевой дальности.

Анализируемая голограмма г. Самара получена 12.12.91г. Параметры радиоголограммы: 768×6092 комплексных отсчетов; начальная задержка – 61мкс; период повторения импульсов – 100Гц; частота дискретизации 24МГц; длина волны – 23см.

При обработке использовались алгоритмы МП и МЭ. Для оценки априорного распределения комплексного изображения использовалась экспоненциальная аппроксимация распределения визуально сфокусированного изображения (Рис.6.35).

Показанная на Рис.6.35. оценка плотности вероятности комплексных отсчетов РЛИ, получена в соответствии с (6.76) для гауссовой функции окна. В алгоритме МП в качестве априорного распределения использовалось экспоненциальное распределение с единичной дисперсией.

$$p_x(x_{re}, x_{im}) = \frac{1}{4}\exp\left(-\left(|x_{re}| + |x_{im}|\right)\right) \qquad (6.80)$$

На Рис.6.40 показано РЛИ г.Самара, полученное алгоритмом автофокусировки, по критерию минимума энтропии. На Рис.6.41 показан фрагмент РЛИ (г. Самара, район ипподрома, см. Рис.6.40), сформированный при различных значениях параметра эквивалентной скорости (6.65) РСА.

На Рис.6.38 и Рис.6.39 показаны зависимости функционала качества для алгоритмов МЭ и МП соответственно, оцененные на участке Б (нижняя часть фрагмента РЛИ на Рис.6.41).

На Рис.6.36 и Рис.6.37 показаны зависимости функционала качества для алгоритмов МЭ и МП соответственно, оцененные на участке А (верхняя часть фрагмента РЛИ на Рис.6.41).

Визуально оптимальное значение параметра фокусировки на участке А – 154 м/с (Рис.6.41.ж)). Из Рис.6.36 и Рис.6.37 видно, что алгоритм МЭ обеспечивает более высокую точность оценки по сравнению с алгоритмом МП.

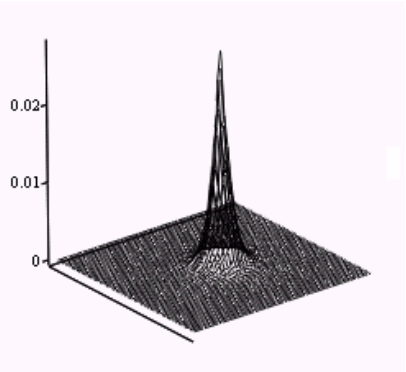

Рис.6.35. Оценка плотности вероятности комплексных отсчетов РЛИ $p_x(x_{re}, x_{im})$.

Оптимальное значение параметра фокусировки на участке Б – 166 м/с (Рис.6.41.б), яркие точки внизу фрагмента). Из Рис.6.38 и Рис.6.39 видно, что в данном случае функционал качества алгоритма МЭ дает два локальных минимума при значениях параметра фокусировки 165м/с и 163м/с, в тоже время как алгоритм МП обеспечивает оптимальную оценку.

Данные различия объясняет характерная особенность участка А, который представляет собой насыщенную городскую застройку (микрорайон панельных «девятиэтажек»), в то же время участок Б «зеленая» зона и «частный сектор».

Проведенная экспериментальная проверка позволяет сформулировать качественный вывод: алгоритм МЭ обеспечивает более высокую точность фокусировки относительно алгоритма МП, но более чувствителен к сюжету РЛИ и может давать несколько локальных минимумов функционала качества.

Данные алгоритмы могут быть использованы для высокоточной фокусировки и коррекции искажений РЛИ возникающих вследствие погрешности траекторных измерений и атмосферных эффектов.

Рис.6.36. Зависимость Q (по вертикали) от эквивалентной скорости V [м/с] (по горизонтали) на участке А в алгоритме МЭ.

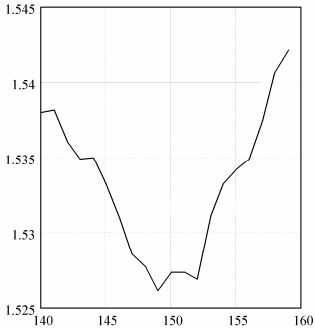

Рис.6.37. Зависимость Q (по вертикали) от эквивалентной скорости V [м/с] (по горизонтали) на участке А в алгоритме МП.

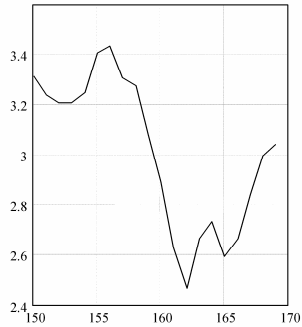

Рис.6.38. Зависимость Q (по вертикали) от эквивалентной скорости V [м/с] (по горизонтали) на участке Б в алгоритме МЭ.

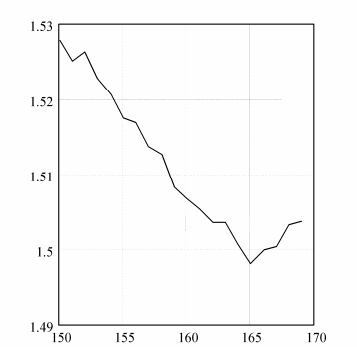

Рис.6.39. Зависимость Q (по вертикали) от эквивалентной скорости V [м/с] (по горизонтали) на участке Б в алгоритме МП.

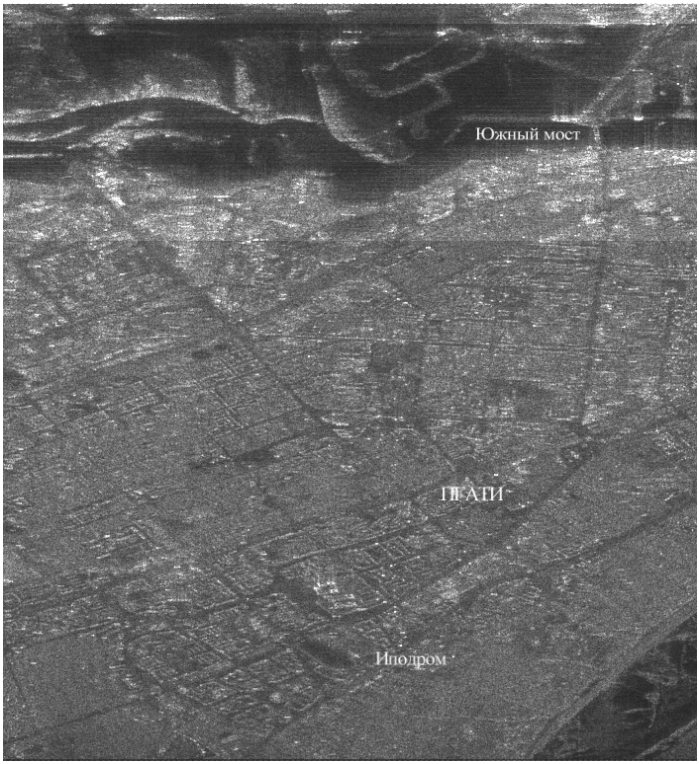

Рис.6.40. Радиолокационное изображение г.Самара, полученное алгоритмом автофокусировки по минимуму энтропии (РСА L-диапазона «МАРС», Украина).

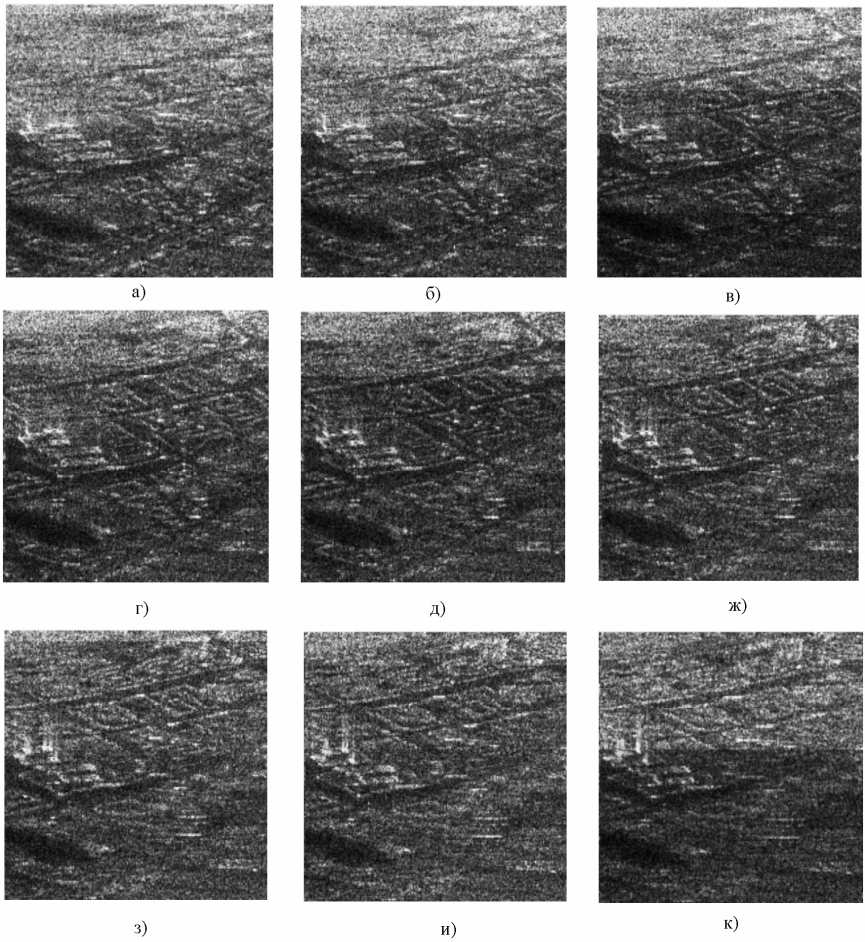

Рис.6.41. Фрагмент РЛИ г. Самара для различных значений эквивалентной скорости самолета, а) $V = 170$ м/с, б) $V = 166$ м/с, в) $V = 162$ м/с, г) $V = 158$ м/с, д) $V = 158$ м/с, ж) $V = 154$ м/с, з) $V = 150$ м/с, и) $V = 148$ м/с, к) $V = 144$ м/с.

В целом, качество работы рассмотренных в данном разделе алгоритмов компенсации искажений РЛИ для параметрического и непараметрического случаев, зависит от сюжета.

При этом, чем больше на РЛИ «ярких» точек, тем более успешна процедура оценивания. Кроме того, наличие локальных экстремумов функционала Q может значительно осложнить непараметрическую фоку-

сировку. В этих случая важно наличие начального приближения, которое может быть получено при использовании методов п.6.4. [124].

Однако компенсация атмосферных искажений на РЛИ, работающих в длинноволновых диапазонах при использовании данных методов несколько упрощается, поскольку в этих диапазонах более выражен резонансный механизм обратного рассеяния и сюжеты таких РЛИ, как правило, благоприятны для фокусировки [115].

Описания других методов параметрической фокусировки РЛИ можно найти в [34,35,36,115].

Глава 7.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕЗАВИСИМЫХ КОМПОНЕНТ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

В этом разделе мы рассмотрим некоторые новые методы анализа независимых компонент [18,141] (АНК) и их приложения в задаче представления многозональных оптических изображений, многочастотных и многополяризационных радиолокационных изображений, и вообще векторных многомерных сигналов, а также задачах СОС.

Одна из центральных проблем в практике приложений нейронных сетей, статистике, задачах ЦОС, это задача нахождения наиболее компактного представления данных. Это важно для последующего анализа, которым может быть распознавание образов, классификация и принятие решений, сжатие данных, фильтрация шумов, визуализация.

Относительно недавно, для решения подобных задач, привлек широкое внимание метод нахождения линейного преобразования, обеспечивающего независимость компонент, называемый в [18] АНК.

Модель, используемую в анализе независимых компонент, можно представить в виде:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \tag{7.1}$$

где: $\mathbf{y}$ - m-мерный случайный вектор, $\mathbf{x}$ - n-мерный случайный вектор с независимыми компонентами, $\mathbf{H}$ - некоторое обратимое неизвестное отображение $R^n \to R^m$, $m \geq n$ (данная модель может быть обобщена также и на комплексный случай).

Задача АНК формулируется как задача поиска такой проекции вектора $\mathbf{y}$ на линейное пространство векторов $\mathbf{x}$, компоненты которой были бы статистически независимы. При этом для анализа доступна только некоторая статистическая выборка значений случайного вектора $\mathbf{y}$. В этом смысле задача и методы АНК относятся к задачам и методам СОС.

В линейном анализе независимых компонент (ЛАНК) $\mathbf{H}$ - детерминированная, неизвестная $m \times n$ матрица. ЛАНК является некоторым развитием хорошо известных в прикладной статистике методов анализа принципиальных компонент (АПК) и методов факторного анализа (ФА), где вместо свойства некоррелированности используется более сильное свойство статистической независимости [141].

Как мы уже отмечали в гл.1 ЛАНК может применяться, например, в задаче слепого разделения источников (см. (1.3)) [142]. При этом источники $\mathbf{x}(t)$ полагаются стационарными, статистически независимыми друг от друга случайными процессами (иногда добавляется требование эргодичности), и предполагается также, что $rank(H) = n$.

Методы ЛАНК могут применяться также в задачах слепой идентификации и коррекции скалярных или векторных каналов, а также многоканальных систем. При этом при соблюдении условий идентифицируемости (Т.7,Т.8) решения задачи АНК и слепой идентификации эквивалентны [143].

Традиционные методы ЛАНК используют идеологию сходную с методом контрастных функции, использованного в предыдущем разделе для решения задачи фокусировки радиолокационных изображений. Т.е. фактически эти методы строятся по вариационному принципу [141]:

$$\mathbf{x} = \arg\min_{\mathbf{A}} \vee \max\left(Q\left(\mathbf{A}\mathbf{y}\right)\right), \tag{7.2}$$

где: $\mathbf{A}$ - $n \times m$ матрица, Q - функционал, имеющий смысл критерия независимости компонент.

Таблица 7.1

Наименование алгоритма	**Вид функционала Q**
Метод максимального правдоподобия	$Q = \sum_{k}^{N} \sum_{i=1}^{n} \log\left(f_i\left(\mathbf{a}_i^T \mathbf{y}_k\right)\right) + N \ln\left\|\det \mathbf{A}\right\|$, (7.3) где: $f_i(\bullet)$ - априорно известная плотность вероятности компонент вектора $\mathbf{x} = (x_1,...,x_n)$; $\{\mathbf{y}_k\}$, $k = 1,...,N$ - наблюдаемая выборка; $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_n)^T$; $n = m$.
Метод взаимной информации	$Q = \sum_{i=1}^{n} H\left(\mathbf{a}_i^T \mathbf{y}\right) - H(\mathbf{A}\mathbf{y})$, (7.4) где: $H(\bullet)$ - дифференциальная энтропия.
Метод негэнтропии	$Q = J(\mathbf{A}\mathbf{y}) - \sum_{i=1}^{n} J\left(\mathbf{a}_i^T \mathbf{y}\right) + \frac{1}{2} \log\left(\frac{\prod_{i=1}^{n} b_{ii}}{\det \mathbf{B}}\right)$, (7.5) где: $J(\mathbf{x}) = H\left(\mathbf{x}_{gauss}\right) - H(\mathbf{x})$, $\mathbf{B} = (b_{ij})$ - ковариационная матрица вектора $\mathbf{A}\mathbf{y}$.

В зависимости от выбранного функционала Q, а также алгоритма стохастической минимизации или максимизации, получают различные

алгоритмы ЛАНК.

В Табл.7.1 приведены несколько хорошо известных в теории АНК критериев [141,142].

Т.о. основным алгоритмом ЛАНК является оптимизация некоторого нелинейного функционала над пространством, образованным коэффициентами матрицы линейного отображения $\mathbf{A}$.

Естественно, что для нелинейной модели АНК, задача становится недоопределенной, поскольку неясен вид отображения $\mathbf{H}$ в (7.1). Соблазнительным решением проблемы АНК в этом случае было бы явное определение преобразования независимости [134].

Для решения этой задачи мы можем использовать преобразования независимости предложенные в [59,133].

Рассмотрим случай, когда случайные вектора $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ имеют совместные функции распределения компонент, которые вместе со всеми своими маргинальными распределениями непрерывны и всюду положительны.

Рассмотрим отображение $H^{-1}: R^n \to R^n$ с координатными функциями вида [59]:

$$\begin{cases} x_n = F_n^{-1}\left(\left(F_{n|1\ldots n-1}\left(y_n \mid y_1,\ldots,y_{n-1}\right)\right)\right), \\ \text{M} \\ x_k = F_k^{-1}\left(F_{k|1\ldots k-1}\left(y_k \mid y_1,\ldots,y_{k-1}\right)\right), \\ \text{M} \\ x_1 = y_1 \end{cases} \tag{7.6}$$

где: $F_{k|1\ldots k-1}\left(y_k \mid y_1,\ldots,y_{k-1}\right)$ - условная функция распределения случайной величины y_k, $F_k^{-1}(\ )$ - обратная функция, соответствующая одномерной функции распределения случайной величины y_k.

Как было показано в [133] система случайных величин $\{x_k\}_{k=1,\ldots,n}$ взаимно независима.

Введенное в [59,133] треугольное преобразование независимости, (7.6) фактически является вариантом преобразования введенного в работе [135], как преобразование исходной выборки в выборку значений равномерно распределенного на N-мерном единичном кубе случайного вектора.

Хорошо известно, что для гауссовских случайных векторов свойство независимости их компонент эквивалентно их некоррелированности. Поэтому для каждого гауссовского вектора существует линейное преобра-

зование ортогонализации, совпадающее с (7.6). В случае произвольного распределения компонент $\{y_k\}_{k=1,...,n}$ преобразование (7.6) нелинейное.

В задаче АНК мы не имеем информации о функции распределения $F_n(y_1,...,y_n)$, поскольку нам доступна только выборка значений случайного вектора $\mathbf{y}$. Поэтому для построения преобразования независимости (7.6) мы можем идти двумя путями:

1) Если известен тип многомерного распределения вероятности обрабатываемых данных, то можно использовать явный вид преобразования независимости полученный для данного распределения. В настоящее время известны формулы преобразования для многомерных распределений Гаусса, Коши, Стьюдента [59,133,136-138]. Соответствующие параметры распределений в данном случае оцениваются по наблюдаемым координатам случайного вектора.
2) Если тип наблюдаемого многомерного распределения неизвестен, то в качестве основы для построения преобразований независимости могут быть использованы выборочные многомерные распределения.

В большинстве случаев, мы не имеем информации о типе многомерного распределения наблюдаемых сигналов, поэтому рассмотрим путь построения (7.6) по выборочным статистикам.

Поскольку для построения преобразования независимости требуется непрерывность $\hat{F}_n(y_1,...,y_n)$, а также всех маргинальных распределений, то мы можем использовать аналогичный прием, что и при построении алгоритма слепого выравнивания, на основе выборочной оценки энтропии в п.6.5 (6.76), обобщив данный подход на многомерный случай в виде:

$$\hat{F}_n(y_1,...,y_n)=\frac{1}{N^n}\sum_{i_1=1}^{N}...\sum_{i_n=1}^{N}\chi(y_1-y_1(i_1))...\chi(y_n-y_n(i_n)), \tag{7.7}$$

где:

$$\chi(y)=\int_{-\infty}^{y}\mu(z)dz \tag{7.8}$$

Теперь мы можем использовать формулу (7.6) для построения преобразования независимости.

Однако если n велико (на практике более 3-х), то в этом случае трудно получить достоверные оценки многомерных распределений с достаточной точностью.

Возможность построения преобразования независимости n-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости для негауссовских случайных векторов была найдена в [137].

Возможность такого построения очевидна в гауссовском случае. В [137] показано, что достаточным условием возможности построения преобразования независимости n-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости является свойство воспроизводимости условных квантилей многомерного распределения.

Условные квантили $q^0_{i|1\ldots\tilde{i}\ldots N}(y_1,\ldots,\tilde{y}_i,\ldots y_N)$ распределений $F_{k|1\ldots k-1}(y_k \mid y_1,\ldots,y_{k-1})$ определим следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} &F_{i|1\ldots\tilde{i}\ldots N}\left(q^0_{i|1\ldots\tilde{i}\ldots N}(y_1,\ldots,\tilde{y}_i,\ldots y_N) \mid y_1,\ldots,\tilde{y}_i,\ldots,y_N\right)= \\ &= F_{i|1\ldots\tilde{i}\ldots N}\left(y^0_i \mid y^0_1,\ldots,\tilde{y}^0_i,\ldots,y^0_N\right) \end{aligned} \tag{7.9}$$

где: символ “~” над переменной означает ее исключение.

Будем говорить [137], что случайный вектор обладает свойством воспроизводимости условных квантилей размерности n-1 при сужении на одномерные условные квантили, если для любого $i=1,\ldots,n$ и для любого $k=1,\ldots,n$ такого, что для $k \neq i$:

$$\begin{aligned} &q^0_{i|1\ldots\tilde{i}\ldots N}\left(q^0_{1|k}(y_k)\ldots q^0_{k-1|k}(y_k), y_k, q^0_{k+1|k}(y_k)\ldots\tilde{x}_i\ldots q^0_{N|k}(y_k)\right)= \\ &= q^0_{i|k}(y_k) \end{aligned} \tag{7.10}$$

Далее будем считать, что случайный вектор обладает свойством воспроизводимости условных квантилей при сужении на все условные квантили меньшей размерности.

В работах [59,136,138] приведены примеры многомерных распределений, условные квантили которых обладают свойством воспроизводимости. Это распределения Гаусса, Стьюдента, Коши, Дирихле и некоторые типы сопряженных распределений.

Можно показать, что этим свойством обладает распределение случайного вектора полученного с помощью линейного однозначного отображения вектора с независимыми, произвольно, но одинаково распределенными компонентами.

В соответствии с [134] процедура “слепого” построения преобразования независимости n-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости может быть сведена к следующим этапам:

1) Пусть мы имеем набор реализаций n случайных величин $\{y_k\}_{k=1,\dots,n}$. По набору реализаций построим n-1 выборочных условных распределений $\hat{F}^1_{k|1}(y_k \mid y_1)$, k>1. Получим набор реализаций n-1 случайных величин $\{y^1_m\}_{m=1,\dots,n-1}$ используя преобразование $y^1_m = \hat{F}^1_{m+1|1}(y_{m+1} \mid y_1)$.

2) По набору реализаций $\{y^1_k\}_{k=1,\dots,n-1}$ построим n-2 выборочных условных распределений $\hat{F}^2_{k|1}\left(y^1_k \mid y^1_1\right)$, k>1. Получим набор реализаций n-2 случайных величин $\{y^1_m\}_{m=1,\dots,n-2}$ используя преобразование $y^2_m = \hat{F}^2_{m+1|1}\left(y^1_{m+1} \mid y^1_1\right)$.

3) Продолжая этот процесс, получим набор реализаций случайной величины y^{n-1}_1 и соответствующую предыдущему этапу выборочную функцию распределения $\hat{F}^{n-1}_{2|1}\left(y^{n-2}_2 \mid y^{n-2}_1\right)$.

4) Используя полученный набор двумерных выборочных условных функций распределения преобразование независимости может быть построено как рекуррентная система равенств (7.11).

$$\begin{cases} x'_1 = y_1, \\ x'_2 = \hat{F}^{-1}_1\left(\hat{F}^1_{2|1}(y_2 \mid x'_1)\right), \\ x'_3 = \hat{F}^{-1}_1\left(\hat{F}^2_{2|1}\left(y^1_2 \mid \hat{F}^{-1}_1(x'_2)\right)\right), \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ x'_n = \hat{F}^{-1}_1\left(\hat{F}^{n-1}_{2|1}\left(y^{n-2}_2 \mid \hat{F}^{-1}_1(x'_{n-1})\right)\right). \end{cases} \tag{7.11}$$

Одно из перспективных направлений развития современных систем ДЗЗ является синхронная съемка земной поверхности в различных диапазонах электромагнитного спектра. Совместная обработка многозональных оптических изображений, многочастотных и многополяризационных радиолокационных изображений, радиометрических изображений, перспективное направление исследований и практических приложений последнего времени.

Разработка технологий совместного анализа изображений различной природы включает в себя разработку методов визуализации, классификации, сегментации, сжатия данных. При этом, как правило, стремятся сократить число признаков автоматической классификации объектов, обеспечить их наглядное представление (визуализацию), сократить объемы хранимой информации.

Одним из методов анализа многомерных данных, применяемых для решения этих задач, является метод главных компонент (декоррелирующие преобразование).

Данный метод основан на линейном отображении вектора данных в вектор с некоррелированными компонентами, имеющими максимальную дисперсию (изменчивость). В зависимости от конкретного применения дальнейшему анализу подвергается или наиболее информативные (главные) компоненты (изображения), или весь декоррелированный вектор (векторное изображение).

В рамках данного метода, для получения соответствующего отображения используется только выборочная ковариационная матрица наблюдаемых отсчетов яркости различных изображений. Матрица декоррелирующего отображения формируется из собственных векторов ковариационной матрицы, а компоненты упорядочиваются в соответствии с убыванием соответствующих собственных значений.

Мощным инструментом для анализа совместного анализа изображений имеющих негаусову статистику могут стать преобразования (7.6), (7.11).

Блок-схема алгоритма обработки данных использующего преобразование независимости показана на Рис.7.1 [139]. На первом этапе осуществляется совмещение изображений различных датчиков на единую координатную основу. Затем по выделенным фрагментам проводится оценка многомерной плотности вероятностей и вычисляются соответствующие координатные функции. Далее осуществляется собственно преобразование.

В качестве иллюстрации нашего подхода приведем результаты эксперимента по совместной обработке многозональных оптических изображений, полученных камерой МК-4Ф спутника «Ресурс-Ф2» [139,140].

Основная цель эксперимента компенсировать зависимость между изображениями различных спектральных зон, возникающую, например вследствие неидеальности светофильтров. В данном случае задачу построения преобразования независимости можно интерпретировать как задачу слепой коррекции межзонных искажений.

Кроме этого ставилась задача увеличить информативность обрабатываемых изображений, за счет увеличения информационного содержания признаков.

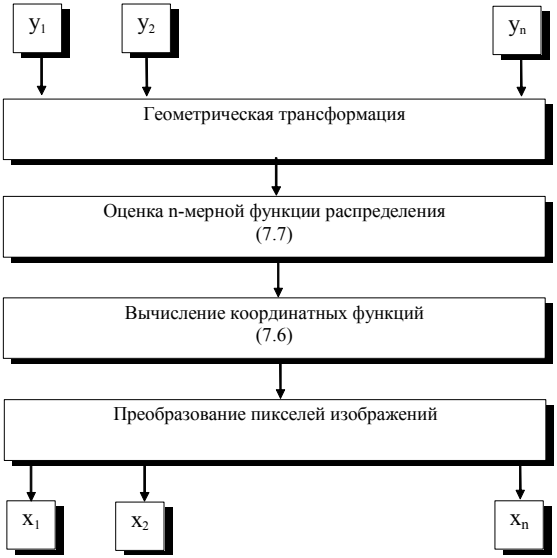

Рис.7.1. Блок-схема алгоритма обработки.

Для обработки использован фрагмент изображения размером 1024×1024 пикселей в спектральных зонах с длинами волн: 510-600нм (y_1), 600-700нм (y_2), 700-850нм (y_3). Исходные изображения показаны на Рис.7.2, Рис.7.3, Рис.7.4 соответственно.

Предварительная обработка изображения состояла в пространственной коррекции с целью обеспечить совмещение всех 3-х изображений. Оценка параметров геометрических преобразований выполнена корреляционным методом, а сама геометрическая трансформация выполнена по методу «ближайшего соседа».

Представленные на Рис.7.4, Рис.7.5, Рис.7.6 независимы компоненты существенно контрастируют, как с исходными изображениями, так и с компонентами, полученными в результате применения метода главных компонент (преобразования Карунена-Лоева). В частности ряд природных объектов, характеризующихся существенно отличным рассеянием в различных спектральных зонах, присутствует на различных компонентах: присутствующие в речной воде взвеси органического происхождения (Рис.7.6), песчаные косы (Рис.7.5, Рис.7.7), небольшое облако (Рис.7.7).

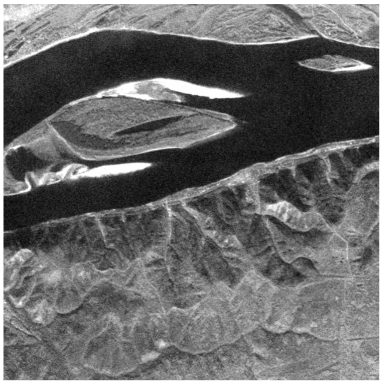

Рис.7.2. Исходное изображение (y_1).

Рис.7.3. Исходное изображение (y_2).

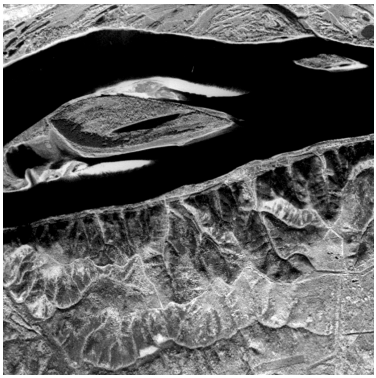

Рис.7.4. Исходное изображение (y_3).

Рис.7.5. Компонента x_3 .

Рис.7.6. Компонента x_2 , $x_{2|1}$.

Рис.7.7. Компонента $x_{1|2}$.

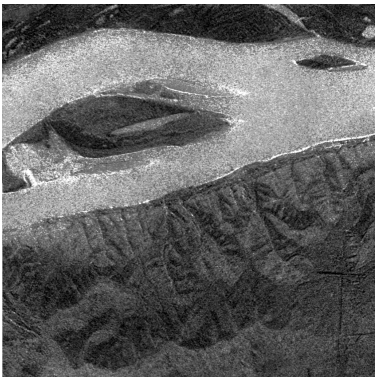

Рис.7.7. Главная (первая) компонента преобразования Карунена-Лоева.

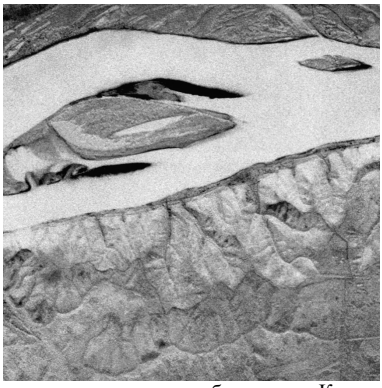

Рис.7.7. Вторая компонента преобразования Карунена-Лоева.

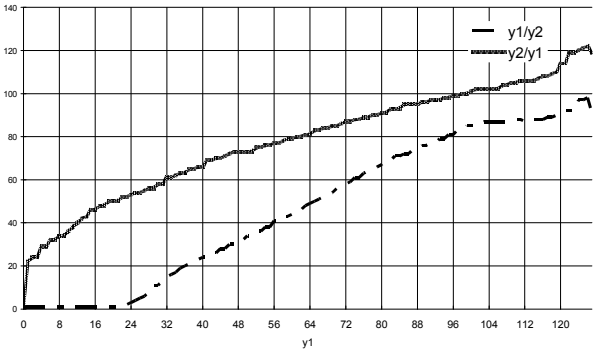

Рис.7.8. Условные квантили порядка 0.5 условных функций распределения $F_{1|2}(y_1 \mid y_2)$, $F_{2|1}(y_2 \mid y_1)$.

В отличии от метода главных компонент, АНК обеспечил существенно более информативный набор признаков для земных покровов. Отчасти отличие этих методов характеризуется видом условных квантилей порядка 0.5 показанных на Рис.7.8. Линейный характер графиков в диапазоне примерно от 30 до 80 нормированной яркости говорит о том, что данные в этой области хорошо описываются гауссовой моделью и могут быть преобразованы в рамках метода главных компонент. Данные за пределами этого интервала имеют явно не гауссовскую природу. Поэтому применение АНК в данном случае представляется оправданным.

На Рис.7.6 и Рис.7.7 показан результат эксперимента по статистическому исключению объектов 2-й зоны из первой и наоборот. Данное преобразование имеет самостоятельный интерес, поскольку обеспечивает покомпонентную независимость. В частности объект небольшое облако как бы «вырезан» из 2-й зоны (Рис.7.6) и «перенесен» в 1-ю (Рис.7.7).

Предложенный в данном разделе метод АНК, использующий преобразование независимости [59], и ядерную оценку функции распределения вероятностей [131], естественно может быть использован и в других приложения АНК и СОС в целом. Недостатком этого метода является необходимость использования достаточно большой выборки.

Список литературы

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975. – 431с.
2. Xu G., Liu H., Tong L., Kailath T. A least-squares approach to blind channel identification. – IEEE Trans. Signal Processing. - 1995. – Vol. SP-43, - N 12. – P. 2982-2993.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. Красовского А.А. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
4. Serpedin E. Giannakis G. A simple proof of a known blind channel identifiability result // IEEE Trans. Signal Processing. - 1999. – Vol. SP-47, - N 2. – P. 591-593.
5. Hua Y., Vax M. Strict identifiability of multiple FIR channels driven by an unknown arbitrary sequence // IEEE Trans. Signal Processing. - 1996. – Vol. SP-44, - N 3. – P. 756-759.
6. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // ТИИЭР. – 1987. - т.75, - №7. - С. 5-30.
7. Gustafson F., Wahlberg B. Blind equalization by direct examination of the input sequences // IEEE Trans. on Communications. - 1995. – Vol. SP-43, - N 7. – P. 2213-2222.
8. Huang D. Gustafsson F. Sufficient output conditions for identifiability in blind equalization // IEEE Trans. on Communications. - 1999. – Vol. SP-47, - N 2. – P. 191-194.
9. Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of blind identification of multiple FIR channels // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol. 44, Mar. – 1996. - P.661-672.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 552с.
11. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 665с.
12. Горячкин О.В., Добрынин С.С. Слепая идентификация систем связи: обзор методов // Инфокоммуникационные технологии. - 2003. - №3.
13. Tong L., Perreau S. Blind Channel Estimation: From Subspace to Maximum Likelihood Methods // IEEE Proceedings. – 1998. - vol.86. - no.10 – P.1951-1968.
14. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений: Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 564с.
15. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 736с.
16. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / под ред. Д.Д. Кловского. – М. Радио и связь. 2000. – 800с.
17. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Blind Channel Identification with Non-Stationary Input Processes // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI’2001), July 22-25, 2001, Orlando, Florida, USA. - vol.XVIII. – P.386-388.
18. Comon P. Independent component analysis: a new concept? // Signal Processing. - 1994. – Vol. SP-36. – P. 287-314.

19. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems // IEEE Trans. on Communications. – 1975. - vol. 23, - P.679-682.
20. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // IEEE Trans. on Communications. – 1980. - vol.28. - no.11. - P.1867-1875.
21. Liu H., Xu G., Tong L., Kailath T. Recent Developments in Blind Channel Equalization: From Cyclostationarity to Subspaces // Signal Processing. – 1996. - vol.50. - P.82-99.
22. Tong L., Xu G., Kailath T. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels // Proc. of the 25th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Nov.1991. - P.856-860.
23. Serpedin E., Giannakis G.B. Blind channel identification and equalization with modulation inducted cyclostationarity // Proc. CISS, Baltimore, MD, Mar. 1997. -vol.II. - P.792-797.
24. Теория электрической связи // под ред. Д.Д. Кловского. - М.: Радио и связь, 1998. – 432с.
25. Костылев А. А. Идентификация радиолокационных целей при использовании сверхширокополосных сигналов: методы и приложения // Зарубежная радиоэлектроника. - 1984. - № 4. - С. 75.
26. Кошелев В. И., Шипилов С. Э., Якубов В. П. Восстановление формы объектов при малоракурсной сверхширокополосной радиолокации // Радиотехника и электроника. - 1999. - Т. 44. - № 3. - С. 301.
27. Yingcheng D., Rothwell E.J., Chen K.M., Nyquist D.P. Time-domain imaging of radar target using algorithms for reconstruction from projections // IEEE Trans. Ant. Propag.1997. - V. AP – 45. - № 8. - P.1227.
28. Gupta I. J. High-resolution radar imaging using 2-D linear prediction // IEEE Trans. Ant. Propag. - 1994. - V. AP – 42. - № 1. - P.31.
29. Радзиевский В.Г. Караваев М.А. Получение радиолокационных изображений объектов на основе томографической обработки сверхширокополосных сигналов // Радиотехника. - 1998. - № 6. - С. 32.
30. Стадник А. М., Ермаков Г.В. Искажения сверхширокополосных электромагнитных импульсов в атмосфере земли // Радиотехника и электроника. - 1995. - Т.40. - № 7. - С. 1009.
31. Дмитриев А.С. Широкополосные и сверхширокополосные прямохаотические системы связи // Сборник «Сверхширокополосные системы в радиолокации и связи: Конспекты лекций». – Муром: Издательско-полиграфический центр МИ ВлГУ. - 2003. – 110 с.
32. Кретов Н.В., Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. О дисперсионных искажениях широкополосных сигналов в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – 1991. - т.36. - вып.1. - С.1-6.
33. Горячкин О.В., Дусаев Ш.З., Железнов Ю.Е., Филимонов А.Р. Современное состояние и перспективы развития космических радиолокационных комплексов дистанционного зондирования Земли // Сборник научно-технических статей по ракетно-космической тематике. – Самара: ЦСКБ. - 1999. - С.49-56.

34. Oliver C.J. Synthetic-aperture radar imaging // J. Phys. D:Appl. Phys. 22. - 1989. - P.871-890.
35. Горячкин О.В. Автоматическая фокусировка изображений в радиолокаторе с синтезированной апертурой // ТУЗС “Анализ сигналов и систем связи. – СПБ. -1996. - №161. - С.128-134.
36. Prati C. Autofocusing synthetic aperture radar images // SEP-57. – 1992. - P.441-456.
37. Горячкин О.В. Влияние атмосферы Земли на деградацию характеристик изображений космических радиолокационных станций с синтезированной апертурой // Компьютерная оптика. – 2002. – Вып.24. – С.177-183.
38. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. The some problems of realization spaceborne SAR’s in P,UHF,VHF bands // Proceedings IEEE 1999 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Hamburg, Germany, July 1999. - vol.2. – P.1271-1273.
39. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 304с.
40. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А.Сойфера. – М.: Физматлит, 2001. – 784 с.
41. Боуз Н.К. Многомерная цифровая обработка сигналов: Проблемы, достижения, перспективы // ТИИЭР. – 1990. - т.78. - №4. – С.7-14.
42. Бакалов В.П., Киреенко О.В., Мартюшев Ю.Ю., Матвеева О.И. Восстановление многомерных сигналов по амплитудному спектру // Зарубежная радиоэлектроника. – 1994. - №2. – С.31-37.
43. Бакалов В.П. О возможности восстановления многомерных дискретных сигналов по амплитудному спектру // Радиотехника. – 1982. - т.37. - №11. – С.69-71.
44. Бакалов В.П., Русских Н.П. О возможности решения уравнения свертки при неизвестном ядре в случае многомерных пространственно-ограниченных сигналов // Автометрия. – 1985. - №5. – С.92-95.
45. Lane R. G., Bates R. H. T. Automatic multidimensional deconvolution // J. Opt. Soc. Am. A. -1987. - vol. 4(1). - P.180-188.
46. Бакалов В.П., Мартюшев Ю.Ю., Русских Н.П. Цифровой алгоритм восстановления пространственно-ограниченного сигнала по свертке с неизвестной искажающей функцией // Автометрия. - 1988. - №1. – С.101-103.
47. Kundur D., Hatzinakos D. Blind Image Deconvolution: An Algorithmic Approach to Practical Image Restoration // IEEE Signal Processing Magazine. – 1996. - №4. – P.1-42.
48. Abed-Meraim K., Hua W. Qiu, Y. Blind System Identification // IEEE Proceeding. - 1997. - vol.85. - P.1308-1322.
49. Moulines E., Duhamel P., Cardoso J.-F., Mayrargue S. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters // IEEE Trans. on Signal Processing. – 1995. - vol. 43. - No. 2. - pp. 516-525.
50. Горячкин О.В., Кловский Д.Д. Статистический алгоритм обращения оператора свертки с неизвестным ядром // Сборник докладов МНТК

«Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация», Воронеж, 1997. - т.1. - С.227-232.
51. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. New Method for Wideband Low Frequency SAR Data Processing // Proc. Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark. - vol. 2. - P.147-154.
52. Пугачев В.С., Синицин И.Н. Теория стохастических систем. – М.: Логос, 2000.-1000с.
53. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. - М.: «Сов.Радио». – 1978. - 376с.
54. Яворский И.Н. О статистическом анализе периодически коррелированных случайных процессов // Радиотехника и электроника. - Вып.6. – 1985. - С.1097-1104.
55. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука. – 1981. – 543с.
56. Farahmand K. Topics in Random Polynomials. – London: Addison Wesley. – 1998.
57. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Пер. с англ. / под ред. В.Л. Попова. – М.: Мир, 2000г.-687с.
58. Стратанович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. - М.: «Сов.Радио». – 1961. - 558с.
59. Шатских С.Я. Об одном варианте преобразования независимости // Сб. “Мера и интеграл”. - Самара: изд-во “Самарский университет”, 1995. С. 99-112.
60. Горячкин О.В. Использование полиномиального представления в задаче слепой статистической идентификации канала связи // Труды 57-й научной сессии РНТОРЭС им. А.С.Попова - г. Москва. – 2002. –С.3.
61. Горячкин О.В. Полиномиальные представления и слепая идентификация систем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2002. – Т.5. - №4. – С. 53-60.
62. Горячкин О.В. Слепая идентификация канала связи, основанная на свойствах полиномиальных моментов случайных последовательностей // Труды 5-й международной научной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее приложения», Москва, 2003. - т.2. - С.343-346.
63. Горячкин О.В. Алгоритм слепой идентификации нестационарного по входу канала связи по полиномиальным статистикам второго порядка. // Сборник докладов МНТК «Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация». - г. Воронеж. – 2003. - т.1. - С.274-279.
64. Горячкин О.В. Алгоритм слепой идентификации, основанный на анализе аффинных многообразий независимости полиномиальных кумулянтов случайных последовательностей // Труды 58-й научной сессии РНТОРЭС им. А.С. Попова, г. Москва, 14-15 мая. - Т.1. – 2003. - С.67-69.
65. Горячкин О.В. Оценка импульсной характеристики канала связи по информационным последовательностям как задача решения системы полиномиальных уравнений // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2003. – Т.10. - Вып.1. - С.137-138.

66. Горячкин О.В. Многообразия парных корреляций и их применения в задаче слепой обработки широкополосных сигналов // Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике: сборник докладов Всероссийской научной конференции, Муром, 1-3 июля 2003г. – С.334-338.
67. Мамфорд Д. Алгебраическая геометрия. Комплексные проективные многообразия. Пер с англ. – Н.: ИО НФМИ. - 2000. – 252с.
68. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука. – 1977. - 495с.
69. Stetter H.J. Matrix eigenproblems at the heart of polynomial system solving // SIGSAM Bull. -1995. - v.30. - №4. - P.22-25.
70. Grellier O., Comon P., Mourrain B., Trebuchet P. Analytical blind channel identification // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol.50. -2002, - №9.
71. Comon P., Lebrun J. An algebraic approach to blind identification of communication channels // Proc. IEEE ISSPA, Paris, France, July 1-4, 2003.
72. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Радио и связь. - 1982. - 304с.
73. Hoeher P. A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channels // IEEE Trans. on Vehicular Technology. - vol. 41. – 1992. -P.461-468.
74. Boss D., Kammeyer K.-D. Blind GSM channel estimation // Proc. VTC-97, Phoenix, USA, 5-7 May, 1997. - vol.2. - P.1044-1048.
75. Гудзенко Л.И. О периодически нестационарных процессах // Радиотехника и электроника. – 1959. - т.4. - №6. - С.1062.
76. Николаев Б.И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. – М.: Радио и связь, 1988. -264с.
77. Карташевский В.Г., Семенов С.Н., Фирстова Т.В. Сети подвижной связи. – М.: ЭКО-ТРЕНДЗ, 2001. – 299с.
78. Теория электрической связи. М.: Радио и связь, под ред. Д.Д. Кловского, 1998. – 432с.
79. Serpedin E., Giannakis G.B. Blind Channel Identification and Equalization with Modulation-Induced Cyclostationarity // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol.46. -1998. - №7.
80. Giannakis G. B. Filterbanks for blind channel identification and equalization // IEEE Signal Processing Lett. - 1997- vol. 4. - P.184–187.
81. Chevreuil A., Loubaton P. Blind second-order identification of FIR channels: Forced cyclostationarity and structured subspace method // Proc. SPAWC, Paris, La Villette, France, Apr. 16–18. – 1997. - P.121–124.
82. Горячкин О.В. О возможности восстановления импульсной характеристики радиолокационного канала для некоторых моделей нестационарных полей // Сборник научных трудов «Информатика, радиотехника, связь». - Вып.1. - г.Самара. - 1996. - С.9-16.
83. Gardner W.A. A new method of channel identification // IEEE Trans. on Communications. - 1991. – Vol. 39, - N 6. – P. 813-817.
84. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. – М.: Наука, т.2, 1978. – 463с.
85. Tugnait J.K., Tong L., Ding Z. Single-user channel estimation and equalization. // IEEE Signal Processing Magazine. - 2000. - vol.17. - no.3. - P.17-28.

86. Kaleh G.K., Valler R. Joint parameter estimation and symbol detection for linear or non linear unknown dispersive channels // IEEE Trans. Telecommunication. – 1994. - vol.42. - P.2406-2413.
87. Seshadri N. Joint data and channel estimation using fast blind trellis search techniques // IEEE Trans. Telecommunication. – 1994. - vol.42. - P.1000-1011.
88. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. New Method for Wideband Low Frequency SAR Data Processing. // Proceedings of Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark. - v.2. - P.147-154.
89. Горячкин О.В. Новый метод обработки данных РЛС с синтезированной апертурой // Сборник научных трудов «Информатика, радиотехника, связь», Вып.2.- Самара, 1997. - С.7-13.
90. Розанов Ю.А. Случайные процессы. – М.: Наука. – 1979. – 184с.
91. Неронский Л.Б., Михайлов В.Ф., Брагин И.В. Микроволновая аппаратура дистанционного зондирования Земли и атмосферы. Радиолокаторы с синтезированной апертурой антенны: Учеб. пособие/ СПбГУАП. СПб., 1999. Ч.2 220 с.
92. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. В.Н.Антипов, В.Т.Горяинов, А.Н.Кулин и др.; под ред. В.Т.Горяинова.- М.: Радио и связь, 1988, 304с.
93. Буренин Н.И. Радиолокационные станции с синтезированной антенной. – М.: «Сов. радио», 1972, 160с.
94. Freeman A., Evans D., van Zyl J.J.. SAR Applications in the 21st Century // Proceedings European Conference on Synthetic Aperture Radar, 26-28 March 1996, Konigswinter, Germany. - P.25-30.
95. Keydel W. SAR Technique and Technology, its Present State of the Art with Respect to User Requirements // Proceedings European Conference on Synthetic Aperture Radar, 26-28 March 1996,Konigswinter, Germany. - P.19-24.
96. Калмыков А.И., Цымбал В.Н., Величко С.А., Зубенко Н.В., Кулешов Ю.А., Олейник Н.А. Радиолокационные наблюдения из космоса критических явлений и природных катастроф в мировом океане. - Харьков, 1989, 27с. (Препринт №380 ИРЭ АН УССР).
97. Многоцелевая аэрокосмическая оперативная радиолокационная система получения информации о состоянии основных объектов природной среды Земли ЭКОРОДАР-МЦ. Эскизный проект, Т.1: «Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. Обоснование параметров многоцелевого аэрокосмического радиолокационного комплекса» - Харьков, ИРЭ АН УССР, ГМНП «ЭКОРАДАР». – 1991. - 326с.
98. Горячкин О.В., Дусаев Ш.З., Железнов Ю.Е., Мусинянц Т.Г., Нейман И.С., Филимонов А.Р. Многоцелевой авиационный радиолокационный комплекс картографирования земной поверхности и исследования природных ресурсов на базе конверсионных космических технологий // Тезисы докладов всероссийской НТК «Конверсия оборонно-промышленного комплекса. Двойные технологии» - г. Самара. - 1997.

99. Bamler R., Eineder M., Breit H. The X-SAR Single-Pass Interferometer on SRTM: Expected Performances and Processing Concept // Proceedings European Conference on Synthetic Aperture Radar, 26-28 March 1996, Konigswinter, Germany. - P.181-184.
100. РЛС космического базирования для спутниковой системы контроля над вооружениями // Радиоэлектроника за рубежом. - Вып. 17 (1041), - 1985. - С.12-15.
101. Skot John R. Synthetic Aperture Radar reconnaissance systems // IEEE Reg. 5 conf., Technol. Efficient Tomorrow, Houston Tex., 20-22 Apr., 1983, New York. - N4. -1983. - P. 209-212.
102. Dennis L. Potts LightSAR Reference Mission. - JPL D-13946. - March 1998.
103. Spaceborne Synthetic Aperture Radar: Current Status and Future Directions // A Report to the Committee on Earth Sciences Space Studies Board, National Research Council, April 1995.
104. Operational Use of Civil Space-Based Synthetic Aperture Radar // Prepared by the Interagency Ad Hoc Working Group on SAR Robert S. Winokur, Chairman, JPL Publication 96-16 August 21, 1996.
105. LightSAR Science Requirements and Mission Enhancements Report of the LightSAR Science Working Group. - JPL D-13945. - March 1998.
106. Jordon R.L. The Seasat-A Synthetic Aperture Radar System // IEEE Journal of Oceanic Engineering. - OE-5(2). - 1980.
107. Larsson B., Froliung P.-O., Gustavsson A., Hellsten H., Jonsson T., Stenstrom G., Ulander. L.M.H. Some Results From the New CARABAS 2 VHF SAR System // Proceedings Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark. - Vol.1. -P.25-32.
108. Madsen S. Estimating The Doppler Centroid of SAR Data // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. -Vol.AES-25. – No.2. - March 1989.
109. Blacknell D., Freeman A., White R.G., Wood J.W. The prediction of geometric distortions in airborne synthetic aperture radar imagery from autofocus measurements // IEEE Tr. -Ge-25. - no.6. -1987. - P.775-782.
110. Ефимов А.И., Калинкевич А.А., Кутуза Б.Г. Использование радиолокатора синтезированной апертуры Р-диапазона в космических экспериментах // Радиотехника. – 1998. - №2. - С.19-24.
111. Радиолокационные станции воздушной разведки / А.А. Комаров, Г.С. Кондратенков, Н.Н. Курилов и др.; Под. ред. Г.С. Кондратенкова. М.: Воениздат. – 1983. - 152с.
112. Радиолокационные станции обзора земли / Г.С. Кондратенков, В.А. Потехин, А.П. Реутов, Ю.А. Феоктистов; Под. ред. Г.С. Кондратенкова. М.: Радио и связь. – 1983. - 272с.
113. Корсунский Л.Н. Распространение радиоволн при связи с искусственными спутниками Земли. - М.: «Сов. радио». – 1971. - 207с.
114. Альперт Я.Л. Распространение радиоволн и ионосфера. - М.: Изд. АН СССР. -1960. - 480с.

115. Штейншлейгер В.Б., Дзенкевич А.В., Манаков В.Ю., Мельников Л.Я., Мисежников Г.С. О разрешающей способности трансионосферных РЛС для дистанционного зондирования Земли в УКВ-диапазоне волн // Радиотехника и Электроника. – 1997. - т.42. - №6. - С.725-732.
116. Кретов Н.В., Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. Влияние земной атмосферы на пространственное разрешение радиолокаторов с синтезированной апертурой космического базирования // Радиотехника и электроника. – 1992. - №1. - С.90-95.
117. Красюк Н.П., Коболов В.П., Красюк В.Н. Влияние тропосферы и подстилающей поверхности на работу РЛС. - М.: «Радио и связь». – 1988. - 216с.
118. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. – М.: «Радио и связь», 1983, 224с.
119. Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. Исследование статистических и спектральных характеристик трансатмосферных радиосигналов УКВ-СВЧ диапазона // «Журнал радиоэлектроники». - №2. - 2001.
120. Колосов М.А., Арманд Н.А., Яковлев О.И. Распространение радиоволн при космической связи. – М.: «Связь», 1969, 155с.
121. Ishimaru A., Kuga Y., Liu J., Kim Y., Freeman T. Ionospheric effects on synthetic aperture radar at 100 MHz to 2 GHz // Radio Science (USA) – 1999 – vol. 34 – num.1 – p. 257-268.
122. Горячкин О.В. Потенциальное пространственное разрешение космических радиолокаторов с синтезированной апертурой УКВ диапазона частот // Сборник докладов всероссийской НТК «Дистанционное зондирование земных покровов и атмосферы аэрокосмическими средствами», г. Муром, 20-22 июня 2001. – С.562-565.
123. Фаткуллин М.Н., Зеленова Т.И., Козлов В.К. и др. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. – М.: Наука. - 1981.
124. Goriachkin O.V. Imaging in Transionospheric Low Frequency SAR. // Proceedings of Forth European Conference on Synthetic Aperture Radar, 4-6 June 2002, Cologne, Germany. – P.485-488.
125. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. -М.: «Радио и связь». - 1989. - 656с.
126. Donoho D. On minimum entropy deconvolution // Applied time series analysis II. / D. F. Findley Editor. - New York: Academic Press. - 1987.
127. Wiggins R.A. Minimum entropy deconvolution // Geoexploration. – 16. - 1978.
128. Горячкин О.В., Кловский Д.Д. Автофокусированный синтез радиолокационных изображений // Тезисы докладов II НТК. - Самара. – 1995. - С.14.
129. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
130. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Techniques of blind SAR processing: Theory and practical applications // CDROM Proc. of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium and 24th Canadian Symposium on Remote Sensing, Toronto, Canada, June, 2002. –3pp.

131. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode // Time Series Analysis Papers, Holden-day, Inc., CA. - 1967.
132. Hild II K.E., Erdogmus D., Principe J.C. Blind source separation using Renyi's mutual information // IEEE Signal processing letters. - 2001. - vol.8. - no.6. - P.174-176.
133. Шатских С.Я. Об одном свойстве условной медианы // Сб. "Мера и интеграл", Самара: изд-во "Самарский университет". - 1988. - С.156-163.
134. Goriachkin O.V., Klovsky D.D., Shatskih S.Ja., One Algorithm of Nonlinear Independent Components Analysis in Problem of Blind Channel Identification. // Proceedings of the 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Volume XIV Image, Acoustic, Speech and Signal Processing III, July 14-18 2002, Orlando, Florida, USA. - P.244-246.
135. Rosenblatt M. Remarks on a multivariate transformation // Ann. Math. Stat. - N23. -1952. - P.470-472.
136. Shatskih S.Ya. Multivariate Cauchy distributions as locally gaussian distributions // Journal of Math. Sciences. - NY. - V.78.1. – 1996. - P.102-108.
137. Шатских С.Я. Преобразование независимости семейства случайных величин обладающих воспроизводимостью условных квантилей // Вестник Самарского государственного университета: естественнонаучная серия. - №1. - 2002.
138. Шатских С.Я., Кнутова Е.М. Воспроизводимость условных квантилей многомерного распределения Стьюдента // Известия РАЕН. Серия МММИУ. - т.1,1. - 1997. - С.36-58.
139. Goriachkin O.V., Filimonov A.R., Klovsky D.D., Shatskih S.J.. The New Tool for Joint Processing of the Information From Various Remote Sensors // Proceedings of Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark, v.1, p.387-392.
140. Горячкин О.В., Филимонов А.Р. Инструмент для анализа многомерных данных дистанционного зондирования. // Сборник научных трудов «Информатика, радиотехника, связь», Вып.2. – Самара. -1997. - С.14-18.
141. Hyvarinen A. Survey on independent component analysis // Neural computing surveys. -1999. - N2. - P.94-128.
142. Cardoso J. Blind signal separation: statistical principles // Proceedings of the IEEE. – 1998. - vol.9. - N10. - P.2009-2025.
143. Douglas S.C. Haykin S. On the Relationship Between Blind Deconvolution and Blind Source Separation // Proc. 31st Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, vol. 2, pp. 1591-1595, November 1997.
144. Cichocki A., Amari S. Adaptive blind signal and image processing. – John Wiley & Sons Ltd. - 2002.
145. Прасолов В.В. Многочлены. – М.: МЦНМО, 2001. – 336с.
146. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Algorithms of Blind Identification Based on Symmetric Polynomial Moments // Proceedings of the 7th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Vol. X, July 27-30, 2003, Orlando, Florida, USA, pages 320-322.
147.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научное издание

ГОРЯЧКИН ОЛЕГ ВАЛЕРИЕВИЧ

МЕТОДЫ СЛЕПОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В СИСТЕМАХ РАДИОТЕХНИКИ И СВЯЗИ

ИБ № 3126

Издательская лицензия № 010164 от 29.01.97 г. Подписано в печать 14.10.2003 г. в авторской редакции.

Издательство «Радио и связь». 101000, Москва, Почтамт, а/я 693.