УДК 621.391.01

СЛЕПАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ СТАТИСТИК

О.В. Горячкин, докторант Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики, к.т.н.

Тенденции развития современных систем связи характеризуются все более ужесточающимися требованиями к максимальному использованию объема канала. В системах последовательной передачи дискретных сообщений в каналах с межсимвольной интерференцией тестирование канала испытательным импульсом это ключевая технология реализации эквалайзеров различного типа. Однако время (от 20% до 50%), затрачиваемое на тестирование канала, все более привлекательный ресурс для модернизации стандартов TDMA, особенно в системах подвижной связи. Альтернативой тестированию канала является использование методов слепой обработки сигналов.

Введение. Слепая обработка (blind signal processing) это новая технология цифровой обработки сигналов, получившая свое развитие в течение последних 10 лет. Методы и алгоритмы слепой обработки находят свои приложения не только в системах связи, но и в задачах цифровой обработки речи, изображений, сигналов радиолокации и радиоастрономии.

В общем виде задачу слепой обработки можно сформулировать как цифровую обработку неизвестных сигналов, прошедших линейный канал с неизвестными характеристиками на фоне аддитивных шумов.

Различают два основных типа задач слепой обработки сигналов: слепая идентификация канала (оценка неизвестной импульсной характеристики или передаточной функции), слепое выравнивание канала (непосредственная оценка информационного сигнала). В обоих случаях для обработки доступны только реализации входного сигнала приемного устройства. В случае слепой идентификации оценка импульсной характеристики может далее использоваться для оценки информационной последовательности, т.е. является первым этапом слепого выравнивания.

Задачи слепой обработки предполагают широкий класс моделей для описания наблюдаемых сигналов. В случае скалярного входа и векторного выхода непрерывная модель системы описывается следующим выражением:

$$\vec{y}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{h}(t-\tau)\cdot x(\tau)\cdot d\tau+\vec{v}(t), \qquad (1)$$

где $\vec{y}(t)$ - наблюдаемый векторный сигнал со значениями в $\mathbf{R}^m$, $\vec{h}(\tau)$ - неизвестная импульсная характеристика m-мерного канала; $\vec{v}(t)$ - аддитивная помеха (векторный случайный процесс как правило с независимыми компонентами); $x(\tau)$ - неизвестный информационный сигнал.

Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления импульсной характеристики системы с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам. С первого взгляда подобная задача может показаться некорректной, однако это не так, если слепое оценивание канала опирается на использование структуры канала или известные свойства его входа.

Впервые алгоритм прямого слепого выравнивания канала связи в цифровых системах с амплитудной модуляцией был предложен по-видимому Сато в 1975г. [1]. Алгоритм Сато был впоследствии обобщен Годардом в1980г. [2] для случая комбинированной амплитудно-фазовой модуляции (известен также как «алгоритм постоянных модулей»). В общем виде алгоритмы данного типа относятся к классу так называемых стохастических градиентных алгоритмов слепого выравнивания, которые строятся по принципу адаптивного эквалайзера. Сигнал ошибки адаптивного эквалайзера в данном случае формируется безинерционным нелинейным преобразованием выходного сигнала, вид которого, зависит от используемой сигнально-кодовой конструкции [3].

Этапом в развитии методов слепой обработки сигналов стало использование статистик высокого порядка для идентификации каналов, входные сигналы которых описываются моделью стационарных негауссовских случайных процессов [3,4]. В рамках данных методов как правило удается найти явное решение для неизвестного канала.

Относительно недавно понятая возможность использования статистик 2-го порядка для слепой идентификации векторного канала связи ($m>1$) существенно приблизила перспективу внедрения технологий слепой обработки в системы связи и спровоцировала целое направление работ последних лет [5,6], в рамках которого на сегодняшний день найдено целое семейство быстросходящихся алгоритмов идентификации.

Использование статистик 2-го порядка для слепой идентификации скалярного канала ($m=1$) возможно в целом для нестационарной модели входного сигнала и в частном случае периодически-коррелированного (циклостационарного) сигнала. Возможность слепой идентификации в случае циклостационарности сигнала на выходе была показана в [7], для принудительной циклостационарной модуляции сигнала на входе в [8], в общем случае для нестационарного входа в [9].

Отметим, что аналогичный подход к слепой идентификации радиолокационного канала по статистикам 2-го порядка был описан независимо в [10,11].

В данной работе мы представим некоторые алгоритмы слепой идентификации скалярного канала связи, для получения которых используется относительно новый математический аппарат коммутативной алгебры и алгебраической геометрии.

Модель канала. После дискретизации сигнала (1) на входе системы цифровой обработки мы имеем дискретно-временную модель системы с конечной импульсной характеристикой в виде (2):

$$y(l)=y(t)\big|_{t=lT}=\sum_{i=0}^{L-1}h(i)x(i+l)+v(l), \qquad (2)$$

где $\{x(l)\}, l=0,...,n-1$ - информационная последовательность, $\{h(i)\}$ - импульсная характеристика дискретного скалярного канала длины L; $\{y(l)\}, l=0,...,n-1$.

Если входная последовательность имеет конечную длину, то выражение (2) можно записать в виде произведения полиномов положительной степени над полем комплексных чисел $\mathbf{C}[z]$:

$$y(z)=\pi_{L-1,n}(h(z)\cdot x(z))+v(z), \qquad (3)$$

где $y(z)=\sum_{i=0}^{n-1}y(i)z^i,\quad h(z)=\sum_{i=0}^{L-1}h(i)z^i,\quad x(z)=\sum_{i=0}^{n+L-1}x(i)z^i,$

$v(z)=\sum_{i=0}^{n-1}v(i)z^i$. Оператор проектирования $\pi_{k,m}(x(z))$ отображает полином $x(z)$ степени $(m+k-1)$ в полином степени $(m-k-2)$, обнулением первых k младших и k старших коэффициентов полинома и делением на z^{k-1}.

В отличие от традиционного в ЦОС использования Z-преобразования мы представляем сигналы элементами кольца полиномов от одной переменной. Само по себе такое представление мало что дает в контексте нашей задачи, т.к. поле комплексных чисел является алгебраически замкнутым. Однако, вводя далее понятие полиномиальных статистик, мы сможем перенести нашу задачу в более содержательное кольцо полиномов от нескольких переменных $\mathbf{C}[z_1, z_2, ..., z_r]$, где возможности для слепой идентификации существенно расширяются.

Полиномиальные статистики. Понятие полиномиальных статистик было использовано в [12] с целью подчеркнуть отличие использованного подхода от методов на основе кумулянтного анализа и полиспектров.

Пусть $\vec{x} \in C^n$ - комплексный случайный вектор, описываемый плотностью вероятности $f_x(x_1, ..., x_n)$, определенной в $\mathbf{R}^{2n}$. Будем называть полиномиальным моментом порядка $(k+m)$, $k=k_1+k_2+...+k_R$, $m=m_1+m_2+...+m_R$ случайного вектора $\vec{x}$ полином r переменных принадлежащий кольцу $\mathbf{C}[z_1, ..., z_r]$ над полем комплексных чисел сформированный следующим образом:

$$\begin{aligned} &P^x{}_{k,m}(z_1, z_2, ..., z_r) = \\ &= \mathbf{E}\left\{x(z_1)^{k_1} \cdot ... \cdot x(z_r)^{k_r} \cdot x^*(z_1)^{m_1} \cdot ... \cdot x^*(z_r)^{m_r}\right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Очевидно, что набор определенных таким образом полиномиальных моментов (4) полностью определяет функцию плотности вероятности и характеристическую функцию комплексного случайного вектора образованного r значениями случайного полинома $x(z) \in \mathbf{C}[z]$ в точках $\{z_1, ..., z_r\}$.

Полиномиальные моменты не коммутируют сумму независимых случайных полиномов, поэтому более удобно использовать обобщенные корреляции или кумулянты значений случайных полиномов.

Определим полиномиальный кумулянт порядка $(k+m)$, $k=k_1+k_2+...+k_R$, $m=m_1+m_2+...+m_R$ случайного вектора $\vec{x}$ как полином r переменных принадлежащий кольцу $\mathbf{C}[z_1, ..., z_r]$:

$$\begin{aligned} &K^x{}_{k,m}(z_1, z_2, ..., z_r) = \\ &= \mathbf{cum}\left\{x(z_1)^{k_1} \cdot ... \cdot x(z_r)^{k_r} \cdot x^*(z_1)^{m_1} \cdot ... \cdot x^*(z_r)^{m_r}\right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Идентификация канала по полиномиальным статистикам. Для системы (3) кумулянт выходного сигнала (5) можно записать в виде полинома в кольце $\mathbf{C}[h_0, ..., h_{L-1}, z_1, ..., z_r]$. Для этого перепишем (3) в виде:

$$y(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \cdot x_i(z) + v(z), \quad (6)$$

где: $x_i(z) = \sum_{k=0}^{n-L-1} x_{k+i} z^k, i = 0, ..., L-1$.

Уравнения для кумулянтов на входе и выходе системы можно записать, подставив (6) в (5).

$$\begin{aligned} &K^y{}_{k,m}(z_1, z_2, ..., z_r) = \\ &= h(z_1)^{k_1} ... h(z_r)^{k_r} h^*(z_1)^{m_1} ... h^*(z_r)^{m_r} \times \\ &\times K^x{}_{k,m}(z_1, z_2, ..., z_R) + K^v{}_{k,m}(z_1, z_2, ..., z_r). \end{aligned} \quad (7)$$

Задавая различные точки в $\mathbf{C}^r$ $(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}, ..., z_r^{(k)}), k = 0, ..., L-1$, получим систему L полиномиальных уравнений:

$$\begin{cases} f_0\left(h_0, ..., h_{L-1}, z_1^{(0)}, z_2^{(0)}, ..., z_r^{(0)}\right) = 0, \\ ... \\ f_{L-1}\left(h_0, ..., h_{L-1}, z_1^{(L-1)}, z_2^{(L-1)}, ..., z_r^{(L-1)} = 0\right). \end{cases} \quad (8)$$

Данная система уравнений определяет аффинное многообразие $V(I)$ в $\mathbf{C}^L$ и соответствующий ему идеал $I = \langle f_0, ..., f_{L-1} \rangle$ в кольце полиномов $\mathbf{C}[h_0, ..., h_{L-1}]$.

При решении системы (8) возможны два случая: 1) число решений конечно и не превосходит $(k+m)^L$ (многообразие нульмерно); 2) число решений бесконечно.

Идентифицируемость канала является необходимым и достаточным условием нульмерности многообразия (8).

В соответствии с теоремой Гильберта любой идеал кольца $\mathbf{C}[h_0, ..., h_{L-1}]$ имеет конечное число порождающих полиномов, составляющих базис идеала [13]. Поэтому один из возможных путей решения (8) - это выбор более подходящих для решения системы базисных полиномов. Обычно для решения подобных систем выбирают базис Грёбнера идеала I, который состоит из полиномов, содержащих последовательно исключенные переменные $h_0, ..., h_{L-1}$ [13]. Данный подход эквивалентен методу Гаусса при решении систем линейных уравнений. К сожалению, метод крайне сложен с вычислительной точки зрения и не адаптирован к ошибкам задания коэффициентов. Более приемлемый вариант этого алгоритма описан в [16].

Другой путь основан на теореме Штеттера [14]. Если $V(I)$ - нульмерно, то факторкольцо $\mathbf{C}[h_0, ..., h_{L-1}]/I$ как векторное пространство изоморфно конечномерному векторному пространству $\mathbf{T}$. Пространство $\mathbf{T}$ образовано линейным многообразием всех мономов $\{1, t_2, t_3, ..., t_s\}$, принадлежащих дополнению мономиального идеала $\langle LT(I) \rangle$.

Этот факт позволяет свести задачу (8) к задаче поиска собственных значений линейных операторов специального вида, определенных на $\mathbf{T}$. Теорема Штеттера, полученная относительно недавно (1996г.), является обобщением известного подхода к вычислению корней полинома от одной переменной через собственные числа матрицы Фробениуса.

Пусть $\mathbf{M}_g$ - матрица линейного оператора, отображающая $\mathbf{T} \to \mathbf{T}$ так, что для любого полинома $g \in \mathbf{T}$ найдется $(s \times s)$ матрица $\mathbf{M}_g$ с элементами $\{m_{i,j}\}$, $i, j = 0, ..., s-1$ такими, что:

$$g \cdot t_j - \sum_{i=0}^{s-1} m_{ij} t_i = f_j \in I \quad (9)$$

При этом, если λ_j, $j = 0, ..., s-1$ - собственные числа матрицы $\mathbf{M}_g$, и $\alpha^{(j)} = (\alpha_0, ..., \alpha_{L-1})$ одно из $(k+m)^L$ решений системы уравнений (8), то собственное пространство соответствующее ненулевому собственному числу λ_j может быть построено с помощью собственного вектора $\left(1, t_2\left(\alpha^{(j)}\right), ..., t_s\left(\alpha^{(j)}\right)\right)$.

Т.о. найдя все различные ненулевые собственные числа матрицы $\mathbf{M}_g$ и соответствующие им собственные вектора, мы получим все решения системы полиномиальных уравнений (8).

Недостатком данного метода является неопределенность выбора полинома $g \in \mathbf{T}$ и неустойчивость решения при возмущении коэффициентов системы уравнений (8). Для преодоления последнего недостатка мы пользуемся далее методом регуляризации.

Т.о., используя полиномиальные статистики, мы свели решение задачи слепой идентификации к задаче решения систем полиномиальных уравнений от многих переменных. Данный подход является обобщением подхода, основанного на использовании полиспектров (т.н. методы статистик высокого порядка), хорошо известных в теории связи [3,4]. Соответственно предложенному методу присущи и некоторые общие недостатки методов, использующих моментные и кумулянтные функции. Это прежде всего медленная сходимость получаемых оценок. Однако, как мы покажем далее, в рамках используемого подхода мы будем иметь возможности дополнительной оптимизации параметров алгоритма. Проиллюстрируем эти возможности на примере слепой идентификации скалярного канала с нестационарным входом по статистикам второго порядка.

Синтез алгоритма идентификации по статистикам 2-го порядка. Запишем уравнение полиномиальных моментов 2-го порядка, соответствующих модели системы вида (7) в виде:

$$K_{2,0}^{y}(z_1,z_2)-K_{2,0}^{v}(z_1,z_2)=\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}h_i h_j P_{i,j}^{x}(z_1,z_2). \quad (10)$$

Где:

$$\begin{aligned}&K_{2,0}^{y}(z_1,z_2)=\mathbf{E}\{y(z_1)y(z_2)\},\\&K_{2,0}^{v}(z_1,z_2)=\mathbf{E}\{v(z_1)v(z_2)\},\\&P_{i,j}^{x}(z_1,z_2)=\mathbf{E}\{x_i(z_1)x_j(z_2)\}\end{aligned} \quad (11)$$

В частности, если отсчеты входного сигнала некоррелированны, имеют дисперсию $\left\{\sigma_k^2\right\}$ и нулевое математическое ожидание, то соответствующие полиномиальные моменты входной последовательности в (11) имеют вид:

$$P_{0,0}^{x}(z_1,z_2)=\sum_{k=0}^{n-L-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k,$$

$$P_{i,j}^{x}(z_1,z_2)=$$

$$=\frac{1}{z_1^i z_2^j}\left(\begin{array}{l}P_{0,0}^{x}(z_1,z_2)+\\+\sum\limits_{k=0}^{\min(i-1,j-1)}(z_1z_2)^k\left(\sigma_k^2+(z_1z_2)^{n-L+1}\lambda_{n-L+k}^2\right)-\\-\sum\limits_{k=0}^{i-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k-\sum\limits_{k=0}^{j-1}\sigma_k^2(z_1z_2)^k\end{array}\right), \quad (12)$$

$$i,j=1,\dots,L-1.$$

Задавая различные точки в $\mathbf{C}^2$, соответствующие значениям формальным переменных $(z_1^{(k)},z_2^{(k)}),k=0,\dots,s-1$ в (12), получим систему полиномиальных уравнений (8), связывающую искомые переменные $h_0,h_1,\dots,h_{L-1}$. Для идентифицируемой системы число решений конечно и не превосходит 2^L.

Заметим, что все полиномы системы уравнений (8) образованы мономами вида $\{h_i h_j\}$. Введем новые переменные $\{u_1,u_2,\dots,u_s\}$, где $s=\sum_{k=0}^{L-1}(L-k)$, таким образом, что $\left\{u_1=h_0^2,u_2=h_1^2,\dots,u_k=h_ih_j,\dots\right\}$, тогда систему (8) можно записать в виде системы линейных уравнений:

$$\mathbf{P}\cdot\vec{u}=\vec{q}, \quad (13)$$

где: элементы матрицы $\mathbf{P}$, $p_{km}=P_{i(m),j(m)}^{x}\left(z_1^{(k)},z_2^{(k)}\right)$, а элементы вектора $\vec{q}$, $q_k=K_{2,0}^{y}\left(z_1^{(k)},z_2^{(k)}\right)-K_{2,0}^{v}\left(z_1^{(k)},z_2^{(k)}\right)$. Если выполняются условия идентифицируемости, то система уравнений (13) совместна и ранг матрицы $\mathbf{P}$ равен s. Тогда найдется единственный вектор $(\theta_1,\dots,\theta_s)$, такой, что система (8), эквивалентна системе полиномиальных уравнений вида:

$$\begin{cases}u_1=\theta_1,\\ \dots\\ u_s=\theta_s.\end{cases} \quad (14)$$

Для системы уравнений (10) легко определить мономы, принадлежащие дополнению мономиального идеала $\langle LT(I)\rangle$, это $1,h_0,\dots h_{L-1}$. Пусть $g=h_0$, тогда матрица $\mathbf{M}_g$ имеет вид:

$$\mathbf{M}_g=\begin{pmatrix}0&1&\dots&0\\ \theta_1&0&\dots&0\\ \vdots&0&\dots&0\\ \theta_L&0&\dots&0\end{pmatrix} \quad (15)$$

У такой матрицы только два собственных числа будут отличны от нуля, что соответствует 2-м решениям системы (8), отличающимся на постоянный множитель. Пусть $\vec{\upsilon}$ - собственный вектор соответствующий ненулевому собственному числу матрицы $\mathbf{M}_g$(15), тогда оценка канала непосредственно дается $(\upsilon_2,\dots\upsilon_{L+1})$ компонентами вектора $\vec{\upsilon}$.

Поскольку вектор $\vec{q}$ системы (13) известен нам с погрешностью, вызванной аддитивным шумом и использованием выборочной ковариационной матрицы наблюдаемых сигналов, то решение системы (13) будет сопровождаться погрешностью, величина которой зависит от отношения сигнал шум и числа реализаций сигнала, используемых для оценки ковариационной матрицы. Поэтому для решения системы (13) мы используем метод регуляризации Тихонова.

Математическое моделирование. В данном разделе показаны результаты моделирования работы алгоритма слепой идентификации по статистикам 2-го порядка для случая периодической нестационарной модуляции информационной последовательности. Относительная погрешность оценки импульсной характеристики оценивалась по формуле:

$$Q=\mathbf{E}\left\{\frac{\left\|\hat{\vec{h}}-\vec{h}\right\|}{\left\|\vec{h}\right\|}\right\}. \quad (16)$$

Моделирование проводилось для информационной последовательности типа белого гауссовского шума, дисперсия отсчетов которой задавалась модулирующей последовательностью. Вектор неизвестного канала: $(0.7,1.0,0.7)$. Период модулирующей последовательности 10.

Модулирующие последовательности, использованные при моделировании, показаны на Рис.1 - Рис.2. Для модулирующей последовательности на Рис.1, для $A=2,4,10$, результаты моделирования показаны на Рис.3 - Рис.5 соответственно. Кроме графиков погрешности алгоритма слепой идентификации для разных длин информационной последовательности, на всех рисунках для сравнения показана погрешность оценки импульсной характеристики канала по одному тестовому сигналу. Для модулирующей последовательности на Рис.2, результаты моделирования показаны на Рис.7.

Общая характеристика алгоритма, как уже отмечалось выше, характерная для всех методов статистической идентификации в скалярном канале, - это относительно низкая скорость сходимости. Однако для модулирующей последовательности при $A=10$ (Рис.6) погрешность слабо зависит от длины информационного блока, и при высоком отношении сигнал/шум может быть вполне конкурентоспособной, по сравнению с оценкой по тестовому сигналу уже при $n=100\dots200$.

В работе [15] предложен весьма эффективный алгоритм слепой идентификации, также основанный на использовании полиномиальных статистик, однако непосредственно использующий возможности однозначной факторизации объединений аффинных многообразий полиномиальных кумулянтов канала и информационного сигнала. Этот алгоритм имеет более высокую скорость сходимости, однако в большей степени зависит от уровня аддитивных шумов.

Модулирующая последовательность на Рис.2 характерна тем, что имеет постоянный модуль комплексной огибающей и может быть использована в системах с фазовой модуляцией [8]. Если длина информационной последовательности > 2000, то погрешность оценки становится меньше погрешности оценки по тестовому сигналу, даже при небольших отношениях сигнал/шум.

Погрешность алгоритма слепой идентификации уменьшается при увеличении длины информационной последовательности и уменьшении периода модулирующей последовательности.

Помимо объективных факторов, на погрешность алгоритма влияет выбор точек в $\mathbf{C}^2$, соответствующих значениям формальным переменных $(z_1^{(k)}, z_2^{(k)}), k = 0,...,s-1$ в (12). Кроме того, использование метода регуляризации при решении системы (13) требует оптимального выбора параметра регуляризации. При моделировании мы использовали метод Монте-Карло для оптимизации этих параметров алгоритма.

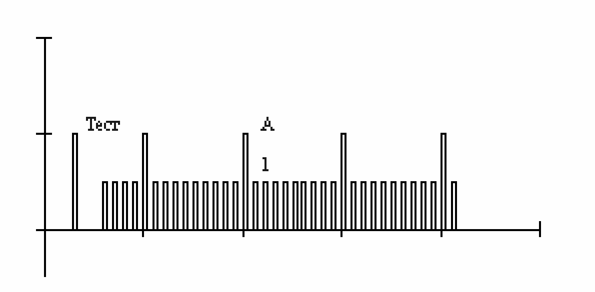

Рис. 1

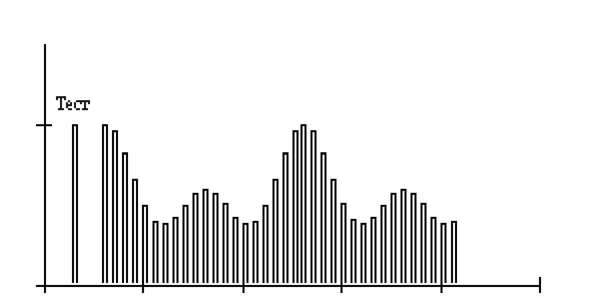

Рис. 2

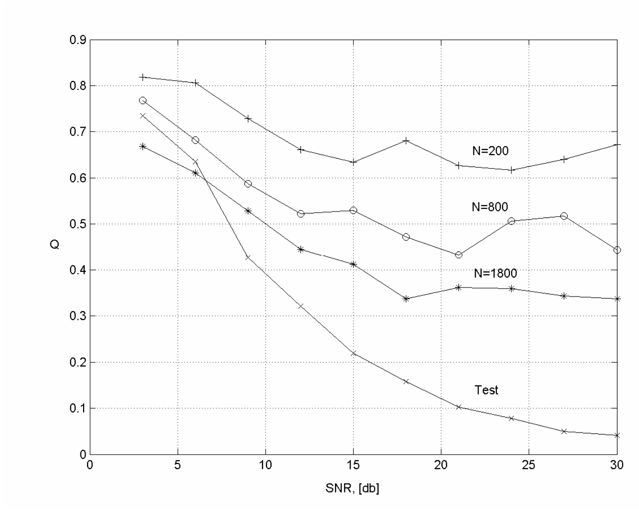

Рис. 3

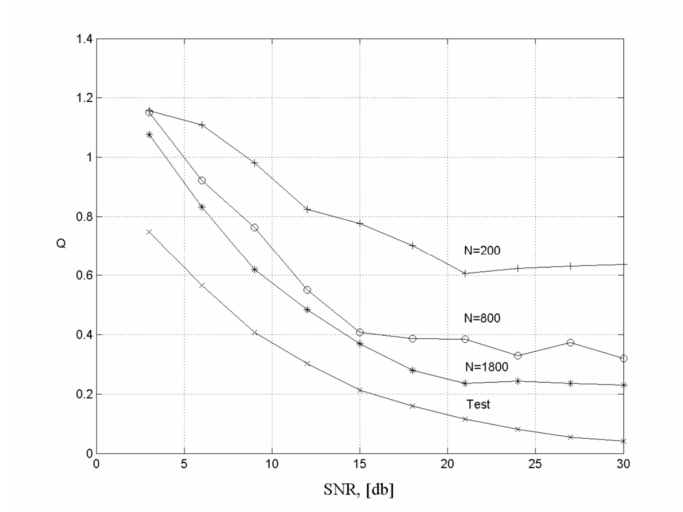

Рис. 4

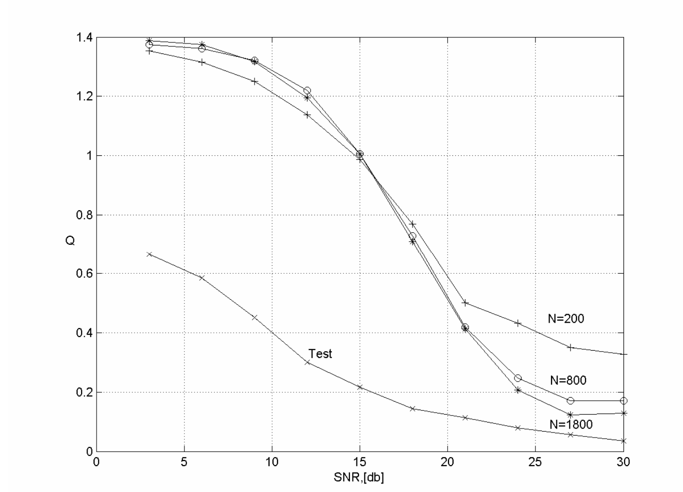

Рис. 5

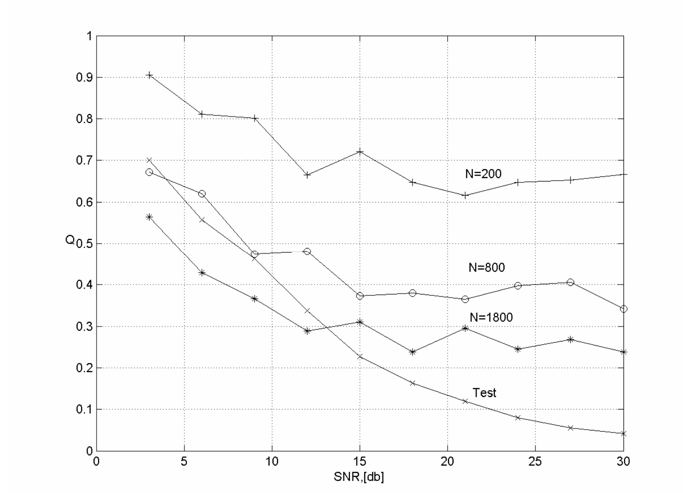

Рис. 6

Заключение. Т.о., предложенный подход к синтезу алгоритмов слепой идентификации на основе полиномиальных статистик, позволяет по единой методике синтезировать различные алгоритмы слепой идентификации для скалярных каналов со стационарным и нестационарным входом, различных распределений входных символов. В отличии от подхода на основе полиспектров, в данном случае может быть снижена неопределенность выбора набора кумулянтных функций по крайней мере в отношении процедуры синтеза алгоритма. Отметим, что данный подход может быть обобщен и на случай векторного канала.

В скалярном канале, т.е. в канале с одним входом и выходом, алгоритмы слепой идентификации, как правило, требуют некоторой статистической выборки информационных блоков на выходе канала для построения оценки. Качественно, без привязки к конкретному методу идентификации и свойствам канала, для получения слепой оценки в скалярном канале требуется информационная последовательность, длина которой обычно на 2 порядка превышает длину канала. При этом качество оценки приближается к оценке по тестовому сигналу.

Следует отметить, что при решении ряда практических задач, использование испытательного сигнала вообще невозможно или нежелательно, и применение слепой идентификации единственная альтернатива. Это задачи радиоразведки, несанкционированного доступа к передаваемой информации, асинхронные сети связи с произвольным доступом и т.п.

Несколько иная ситуация эффективности применения слепой оценки в векторных каналах, т.е. каналах с одним входом и векторным выходом [6]. Модель векторного канала используется для описания разнесенного приема (в пространстве или во времени). Условия идентифицируемости векторного канала могут быть сформулированы в рамках детерминированной модели, т.е. слепая идентификация осуществляется по одной реализации, также как и при использовании тестового сигнала. При этом соотношение длин канала и информационной последовательности составляет примерно один порядок, что позволяет использовать эти технологии в каналах с быстрыми замираниями.

В целом слепая обработка сигналов это интенсивно развивающаяся область ЦОС и в частности данная статья открывает широкие возможности для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. - IEEE Trans. on Communications, 1975, vol. 23, pp.679-682.
2. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems. - IEEE Trans. on Communications, 1980, vol. 28, no. 11, pp.1867-1875.
3. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / под ред. Д.Д. Кловского. – М. Радио и связь. 2000. – 800с.
4. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов. - ТИИЭР, 1987,т.75, №7, С.5-30.
5. Liu H., Xu G., Tong L., Kailath T. Recent Developments in Blind Channel Equalization: From Cyclostationarity to Subspaces. - Signal Processing, 1996, vol. 50, pp. 82-99.
6. Tong L., Perreau S. Blind Channel Estimation: From Subspace to Maximum Likelihood Methods - IEEE Proceedings, 1998, vol 86, no. 10, pp 1951-1968.
7. Tong L., Xu G., Kailath T. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels. – Proc. of the 25th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Nov. 1991, pp. 856-860.
8. E. Serpedin and G.B. Giannakis, "Blind channel identification and equalization with modulation inducted cyclostationarity," in Proc. CISS, Baltimore, MD, Mar. 1997, vol. II, pp. 792-797.
9. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Blind Channel Identification with Non-Stationary Input Processes // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI'2001), July 22-25, 2001, Orlando, Florida, USA, Vol. XVIII, pp. 386-388.
10. Горячкин О.В. Автоматическая фокусировка изображений в радиолокаторе с синтезированной апертурой // Анализ сигналов и систем связи: Сб. науч. тр. учеб. завед. связи / СПбГУТ. – СПб, 1996. - №161. - С.128-134.
11. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Non-parametrical Focusing in the SAR. // Proceedings European Conference on Synthetic Aperture Radar, 26-28 March 1996, Konigswinter, Germany, p.551.
12. Горячкин О.В. Полиномиальные представления и слепая идентификация систем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2002. – Т.5. - №4. – С. 53-60.
13. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Пер. с англ. / под ред. В.Л. Попова. – М.: Мир, 2000г.-687с.
14. Stetter H.J. Matrix eigenproblems at the heart of polynomial system solving. SIGSAM Bull. 1995, v. 30, №4, pp.22-25.
15. Горячкин О.В. Алгоритм слепой идентификации, основанный на анализе аффинных многообразий независимости полиномиальных кумулянтов случайных последовательностей // Труды 58-й научной сессии РНТОРЭС им. А.С. Попова - г. Москва, 14-15 мая, т.1, 2003, С.67-69.
16. Горячкин О.В. Алгоритм слепой идентификации нестационарного по входу канала связи по полиномиальным статистикам второго порядка // Сборник докладов международной научно-технической конференции «Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация».-г. Воронеж, 2003, т.1, С.274-279.