

# ФОРМИРОВАНИЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ТРАНСИОНОСФЕРНЫХ РСА УКВ ДИАПАЗОНА

ГОРЯЧКИН О.В., ИВАЩЕНКО Е.В.

## FORMATION OF RADAR IMAGES IN TRANSIONOSPHERIC UHF BAND SAR

GORIACHKIN O.V., IVASCHENKO E.V.

***Аннотация.** В докладе анализируются деградация характеристик радиолокационных изображений транссионосферных РЛС с синтезированной апертурой (РСА), возникающая вследствие эффектов распространения радиоволн в атмосфере Земли. Предлагаются алгоритмы слепого восстановления изображений РСА, в том числе, основанные на методе минимальной энтропии, для случаев как параметрической (автофокусировка), так и непараметрической неопределенности. Приводятся выражения для расчета градиента оценки локальной дифференциальной энтропии радиоизображения для различных ядерных функций оценки плотности вероятности, необходимых для реализации алгоритма.*

***The summary.** In the report are analyzed degradation of characteristics of radar images transionospheric SAR, arising owing to effects of distribution of radiowaves in an atmosphere of the Earth. Algorithms of blind restoration of SAR images, including, based on a minimal entropy method, for cases both parametrical (autofocussing) are offered, and to nonparametric uncertainty.*

### Введение

В последние годы активно обсуждаются проблемы реализации космических РСА дистанционного зондирования Земли, работающих в диапазонах частот, традиционно не используемых в космической радиолокации. Это РСА, работающие в верхней части сантиметрового диапазона и диапазона миллиметровых волн (X, Ku, K), а также РСА, работающие в верхней части дециметрового диапазона и диапазона метровых волн (P, UHF, VHF) [4-14].

Использование диапазонов P, UHF, VHF особенно интересно, поскольку радиолокационные изображения (РЛИ) в этих диапазонах несут в себе информацию о распределении коэффициента отражения в толще земной поверхности, при этом глубина проникновения в VHF диапазоне может достигать нескольких сотен метров.

Кроме того, использование низкочастотных диапазонов связано с высокой эффективностью применения РСА для картографирования растительных покровов.

К сожалению, размещение этих систем в космосе сопровождается рядом сложных технических проблем. Одной из основных при этом является потеря когерентности РСА, вследствие эффектов распространения радиоволн рассматриваемых диапазонов через атмосферу Земли. Эти эффекты приводят к значительному снижению потенциального пространственного разрешения этих систем, геометрическим и поляризационным искажениям [3-14].

### **1. Математическая модель изображений космических РСА УКВ диапазона**

На основе анализа эффектов распространения сигнала РСА в атмосфере Земли в [3,14] были получены общие выражения, описывающие отраженный сигнал космической РСА. В отсутствии аддитивных шумов отраженный сигнал РСА можно записать в виде

$$\dot{S}(t, kT) = \iint \dot{K}_A(kT, \theta, \sigma) \dot{K}_R(t - \Delta t(kT - \theta, \sigma)) \cdot \dot{\xi}(\theta, \sigma) g_R(\sigma) g_A(kT - \theta, \sigma) d\theta d\sigma, \quad (1)$$

где

$$\dot{K}_R(t) = \int_{-\Delta\omega}^{\Delta\omega} \dot{h}(j\omega) \dot{K}_{RE}(j\omega) \dot{K}_h(j\omega) \cdot \dot{K}_{AT}(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega, \quad (2)$$

$$\dot{K}_A(kT, \theta, \sigma) = \exp(j\omega_0 \Delta t(kT - \theta, \sigma)) \cdot \exp(j\omega_0 \delta(kT, \theta, \sigma)). \quad (3)$$

В этом выражении:  $\dot{\xi}(\theta, \sigma)$  - коэффициент отражения подстилающей поверхности;  $\dot{h}(j\omega)$  - комплексная огибающая зондирующего сигнала;  $\dot{K}_{RE}(j\omega)$  - описывает регулярную составляющую рефракции зондирующего сигнала в атмосфере;  $\dot{K}_h(j\omega)$  - передаточная характеристика аппаратного тракта;  $\Delta t(kT - \theta, \sigma)$  - регулярная составляющая временного запаздывания

сигнала в атмосфере;  $\delta(kT, \theta, \sigma)$  - флуктуационная составляющая временного запаздывания сигнала в турбулентной атмосфере;  $t, kT$  - координаты (задержка, номер зондирующего сигнала);  $\theta, \sigma$  - временные координаты элемента подстилающей поверхности (азимут, дальность);  $g_A$  и  $g_R$  - вещественные функции, описывающие модуляцию отраженного сигнала диаграммой направленности антенны РСА.

В частности, искажения, возникающие вследствие распространения через атмосферу Земли широкополосных зондирующих сигналов, описываются передаточной функцией  $\dot{K}_{RE}(j\omega)$ . При этом учитываются как искажения, вызванные частотной зависимостью коэффициента преломления ионосферы, так и поляризационная дисперсия, возникающая вследствие эффекта Фарадея [7]. В результате рефракции в ионосфере, искажается форма зондирующего импульса РСА и соответственно ухудшается разрешающая способность РСА в сечении дальности, возникают геометрические искажения РЛИ [12-14]. Флуктуации времени распространения сигнала в атмосфере  $\delta(kT, \theta, \sigma)$ , вызванные относительным движением РСА и атмосферных неоднородностей влияют на разрешающую способность РСА в сечении азимута.

Систему координат РСА удобно задать следующей системой уравнений (см. Рис.1.), [14]:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{2}{c} \cdot |\vec{\mathbf{R}}_C(\theta) - \vec{\mathbf{R}}| \\ (\vec{\mathbf{R}}'_C(\theta), \vec{\mathbf{R}}_C(\theta) - \vec{\mathbf{R}}) = 0, \\ F(\vec{\mathbf{R}}) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

где  $\vec{\mathbf{R}}_C(\theta)$  - вектор положения спутника в геоцентрической системе координат (ГСК);  $\vec{\mathbf{R}}$  - координаты отражающего участка поверхности Земли в ГСК;  $F(\vec{\mathbf{R}})$  - уравнение, описывающее поверхность Земли.

Рисунок 1 – Геометрия РСА космического базирования.

В первом приближении можно считать [1-3], что поле коэффициента преломления статистически однородно и изотропно. Тогда корреляционная функция флуктуаций тропосферы может быть описана моделью Буккера – Гордона, [2]. Флуктуации ионосферы характеризуются пространственной корреляционной функцией флуктуаций электронной плотности экспоненциального типа, [1]. В этом случае корреляционная функция флуктуаций времени прихода имеет вид, [14]

$$B_{\delta}(kT, mT, \theta_1, \theta_2, \sigma_1, \sigma_2) = \mathbf{M} \{ \delta(kT, \theta_1, \sigma_1) \cdot \delta(mT, \theta_2, \sigma_2) \} =$$

$$= \left( \frac{4}{c^2} \right) \int_0^{\left| \bar{\mathbf{R}}_e(kT) - \bar{\mathbf{R}}(\theta_1, \sigma_1) \right|} \int_0^{\left| \bar{\mathbf{R}}_e(mT) - \bar{\mathbf{R}}(\theta_2, \sigma_2) \right|} B_f(kT, mT, \theta_1, \theta_2, \sigma_1, \sigma_2, r_1, r_2) dr_1 dr_2. \quad (5)$$

В этом выражении  $B_f(kT, mT, \theta_1, \theta_2, \sigma_1, \sigma_2, r_1, r_2)$  - корреляционная функция флуктуаций коэффициента преломления, выражение для которой можно найти в [14].

Из расчетов дисперсии фазовых флуктуаций в [4] следует, что оптимальными частотными диапазонами работы космических РСА являются X, C, S, L диапазоны ( $\lambda=3...25\text{см}$ ). В частотных диапазонах выше данной области частот ( $\lambda < 3\text{см}$ ) - существенно влияние флуктуаций тропосферы, а ниже ( $\lambda > 25\text{см}$ ) - ионосферы. Фазовые флуктуации возрастают с увеличением высоты полета и угла визирования поверхности.

Рассмотрим модель изображения РСА в предположении, что оценка искаженного рефракцией в атмосфере зондирующего сигнала проведена на первом этапе обработки с использованием, например алгоритма [19]. Предположим также, что нам известна регулярная составляющая времени запаздывания сигнала  $\Delta t(kT - \theta, \sigma)$ .

Перепишем (1) в виде:

$$\dot{S}(t, kT) = \iint \exp(j\omega_0 \delta(kT, \theta, \sigma)) \cdot \dot{K}(t - \Delta t(kT - \theta, \sigma)) \cdot \dot{\eta}(\theta, \sigma) d\theta d\sigma, \quad (6)$$

$$\dot{K}(t) = \dot{K}_R(t) \cdot \exp(j\omega_0 t).$$

В этом случае модель комплексного искаженного изображения РСА можно представить в виде:

$$\dot{I}(\theta_0, \sigma_0) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \int_{\Delta t(0, \sigma) - T/2}^{\Delta t(0, \sigma) + T/2} \dot{\Psi}(\theta, \sigma, \theta_0, \sigma_0) \dot{\xi}(\theta, \sigma) d\theta d\sigma, \quad (7)$$

$$\dot{\Psi}(\theta, \sigma, \theta_0, \sigma_0) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(j\varphi(kT, \theta_0, \sigma_0)) \cdot \dot{\Phi}(\Delta t(kT - \theta_0, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma)) dkT, \quad (8)$$

где  $T_s$  - интервал синтеза апертуры в РСА, (8) – функция неопределенности РСА во временных координатах азимут-дальность, и  $\dot{\Phi}(t) = \exp(j\omega_0 t) \int \dot{K}_R(\tau) K_R^*(\tau - t) d\tau$ .

Деградацию изображения традиционно для радиолокации можно описать шириной главного лепестка функции неопределенности РСА (изображение точечного отражателя). Однако в условиях больших значений флуктуаций траекторной фазы  $\varphi(kT, \theta, \sigma) = \omega_0 \delta(kT, \theta, \sigma)$  главный лепесток рассыпается, и для характеристики пространственного разрешения удобно принять распределение средней мощности яркости точечного отражателя на изображении [13]. Для этого необходимо определить дисперсию нестационарной функции неопределенности в виде

$$\mathbf{D}\{\dot{\Psi}(\theta, \sigma, \theta_0, \sigma_0)\} = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} B_\eta(t_1, t_2, \theta_0, \sigma_0) \dot{\Phi}(\Delta t(t_1 - \theta_0, \sigma_0) - \Delta t(t_1 - \theta, \sigma)) \cdot \dot{\Phi}^*(\Delta t(t_2 - \theta_0, \sigma_0) - \Delta t(t_2 - \theta, \sigma)) dt_1 dt_2 \quad (9)$$

В этом выражении для гауссовой модели флуктуаций времени прихода отраженных сигналов легко получить ([14]):

$$B_\eta(t_1, t_2, \theta_0, \sigma_0) = \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2} \left( B_\delta(t_1, t_1, \theta_0, \sigma_0) + \dots \right)\right) \cdot \left( \exp\left(\omega_0^2 (B_\delta(t_1, t_2, \theta_0, \sigma_0))\right) - 1 \right), \quad (10)$$

где  $B_\delta(t_1, t_2, \theta_0, \sigma_0) = B_\delta(t_1, t_2, \theta_0, \theta_0, \sigma_0, \sigma_0)$ .

В соответствии с [14], можно оценить пространственное разрешение РСА в сечении азимутальной координаты в виде

$$\Delta\theta = \frac{\int \mathbf{D}\{\dot{\Psi}(\theta, \sigma_0, \theta_0, \sigma_0)\} d\theta}{\mathbf{D}\{\dot{\Psi}(\theta, \sigma_0, \theta_0, \sigma_0)\}}. \quad (11)$$

Результаты расчетов азимутального разрешения космической РСА по данной методике можно найти в [12,13,14]. Степень деградации разрешающей способности РЛС растет с увеличением высоты полета, угла визирования поверхности, с увеличением турбулентности ионосферы.

Кроме ухудшения азимутальной составляющей пространственного разрешения флуктуация фазы траекторного сигнала вследствие турбулентности ионосферы в соответствии с (9) по тем же причинам можно говорить об ухудшении разрешения по дальности. Этот эффект является следствием неоптимальной процедуры синтеза РЛИ и проявляется даже в том случае, когда компенсация искажений в атмосфере зондирующего сигнала проведена на первом этапе обработки.

В соответствии с (9), можно оценить пространственное разрешение РСА в сечении дальности в виде

$$\Delta\sigma = \frac{\int \mathbf{D}\{\dot{\Psi}(\theta_0, \sigma, \theta_0, \sigma_0)\} d\sigma}{\mathbf{D}\{\dot{\Psi}(\theta_0, \sigma_0, \theta_0, \sigma_0)\}}. \quad (12)$$

Т.о. влияние атмосферы на РСА, работающих в Р, UHF, VHF, приводит к существенному снижению их разрешающей способности как в азимутальном, так и дальностном сечении. В последнее время рядом авторов предлагаются различные адаптивные алгоритмы формирования изображений позволяющие преодолеть эти трудности, по крайней мере, в отношении достижения заданного пространственного разрешения. Эти подходы основаны на использовании как параметрических, так и непараметрических алгоритмов автофокусировки радиолокационных изображений [9,14].

## 2. Алгоритм формирования изображений космических РСА УКВ диапазона

В соответствии с (6) дискретно-временную модель радиоголограммы космической РСА с учетом флуктуационных шумов можно представить в виде

$$\dot{y}_{k,m} = \sum_i \sum_j \dot{h}_{i,j,k,m} \cdot \dot{x}_{i,j} + \dot{n}_{k,m}, \quad (13)$$

где  $\dot{y}_{k,m}$  - комплексные отсчеты радиоголограммы,  $\dot{h}_{i,j,k,m}$  - нестационарное ядро интегрального оператора (6),  $\dot{x}_{i,j}$  - восстанавливаемые (подлежащие оценке) комплексные отсчеты изображения,  $\dot{n}_{k,m}$  - комплексный гауссовский белый шум. В компактной операторной форме (13) можно записать

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \times \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (14)$$

При решении задачи непараметрической фокусировки обычно полагают неизвестными коэффициенты  $\dot{h}_{i,j,k,m}$ , в случае параметрической фокусировки (автофокусировке), каждый из отсчетов  $\dot{h}_{i,j,k,m}$  является известной функцией одного или нескольких неизвестных параметров  $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)^T$ .

Как уже отмечалось в литературе, проблема фокусировки радиолокационных изображений относится к классу задач «слепой» обработки сигналов (СОС). На сегодняшний день известно большое число подходов к решению подобных задач [14]. Как правило, слепое оценивание канала опирается на использование известной структуры линейного оператора  $\mathbf{H}$  или известные свойства входного сигнала  $\mathbf{x}$  в (3.2). Например, когда имеется известное вероятностное описание или имеет место свойство конечного алфавита, нестационарность или негауссовость входного сигнала. В задаче непараметрической фокусировки РСА алгоритм СОС может опираться как на нестационар-

ность, так и на негауссовость входного сигнала (радиолокационного изображения).

В этом случае алгоритм слепого восстановления можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \left( \max_{\mathbf{H}^{-1}} \left( Q \left( \mathbf{H}^{-1} \mathbf{y} \right) \right) \right) \mathbf{y}, \quad (15)$$

где  $Q = \mathbf{M} \{ q(\tilde{x}_{i,j}) \}$  – нелинейный функционал качества,  $\tilde{\mathbf{x}}$  - восстановленное изображение.

Выбор функционала качества решения задачи восстановления сигнала или изображения неоднозначен, и диктуется особенностями задачи. Основной идеей является поиск такого функционала качества, который бы имел экстремум при получении в качестве аргумента сфокусированного изображения. Частными случаями данного подхода является алгоритм максимального правдоподобия (МП), алгоритм минимума энтропии (МЭ), метод кумулянтных функций, алгоритмы Базганга [14].

В методе минимума энтропии [17] используется простая идея выбора контрастной функции или функционала качества. Если отсчеты истинного изображения имеют негауссово распределение, то их линейная комбинация дает случайную величину, распределение которой асимптотически приближается к гауссовскому вследствие центральной предельной теоремы.

Тогда функционалом качества может быть расстояние Кульбака-Лейблера, между распределением вероятности отсчетов восстанавливаемого изображения и некоторой гауссовой случайной величины:

$$Q = \hat{S}(\tilde{x}) - \log \left( \sqrt{2\pi e \mathbf{M} \{ |\tilde{x}|^2 \}} \right), \quad (16)$$

или для нормированных данных:

$$Q = \hat{S}(\tilde{x}) \quad (17)$$



Таким образом, приходим к задаче минимизации функционала дифференциальной энтропии изображения.

Данный подход был, по-видимому, впервые использован в задачах сейсмологии Уидженсом [17]. В задаче фокусировки изображений РСА возможность использования данного метода обсуждалась в контексте обработки радиолокационных изображений первой космической РСА Seasat (США) в 1991г. Аналогичный подход был использован в 1992 году, в программном обеспечении для обработки радиолокационных изображений авиационной РСА «МАРС» (ИРЭ АН УССР, г. Харьков), разработанном в ЦСКБ (г.Самара) [16].

Для построения алгоритмов непараметрической фокусировки для рассматриваемого случая представляется удобным использовать так называемую ядерную оценку плотности вероятности комплексных отсчетов изображения в виде

$$\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im}) = \frac{1}{NM} \cdot \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{M-1} \mu(\tilde{x}_{re} - \text{Re}(\tilde{x}_{l,r})) \cdot \mu(\tilde{x}_{im} - \text{Im}(\tilde{x}_{l,r})), \quad (17)$$

где:  $\mu(x)$  - положительная функция окна, такая что  $\int \mu(x) dx = 1$ ,

$\tilde{x}_{i,j} = \sum_k \sum_m y_{r-i, m-j} \cdot g_{k,m}$  - отсчёты восстановленного изображения, полученные

в некоторой локальной области фокусировки с размерами  $N \times M$ . В области фокусировки мы полагаем стационарность опорной функции.

Оценка энтропии может быть далее получена в виде математического ожидания логарифма плотности вероятности (17) следующим образом:

$$\hat{S}(\tilde{x}) = -\frac{1}{NM} \sum_i \sum_j \log(\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im})). \quad (18)$$

В случае непараметрической фокусировки или наличия нескольких неизвестных параметров в опорной функции  $g_{k,m}$  мы можем использовать хорошо разработанные в приложениях адаптивной фильтрации алгоритмы не-

линейной оптимизации Ньютона или градиентного спуска [18]. При этом выбранная функция окна  $\mu(x)$  должна быть дифференцируемой.

При использовании алгоритма градиентного спуска на каждом шаге итерационного процесса будем получать значения параметров для отсчётов системной функции (при параметрической фокусировке) или сразу коэффициенты обратного фильтра (при непараметрической фокусировке).

Рассмотрим случай параметрической фокусировки. В этом случае на каждой  $s + 1$ -ой итерации вектор параметров  $\vec{\alpha}$  определяется своими компонентами вида

$$\vec{\alpha}^{s+1} = \vec{\alpha}^s - \Delta_s \cdot \frac{\text{grad}(\hat{S}(\vec{\alpha}^s))}{\left\| \text{grad}(\hat{S}(\vec{\alpha}^s)) \right\|}, \quad (19)$$

где  $\text{grad}(\hat{S}(\vec{\alpha}^s)) = \left( \frac{\partial \hat{S}(\vec{\alpha}^s)}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial \hat{S}(\vec{\alpha}^s)}{\partial \alpha_P} \right)$  - градиент функционала энтропии по компонентам вектора параметров опорной функции;  $\left\| \text{grad}(\hat{S}(\vec{\alpha}^s)) \right\|$  - норма вектора градиента.

Выражение для  $f$ -ой компоненты вектора градиента в (19) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f} = & -\frac{1}{NM} \sum_i^N \sum_j^M \left( \frac{\sum_l^N \sum_r^M \frac{\partial \mu(\text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\partial \alpha_f} \cdot \mu(\text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\sum_l^N \sum_r^M \mu(\text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}]) \cdot \mu(\text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])} + \right. \\ & \left. + \frac{\sum_l^N \sum_r^M \mu(\text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}]) \cdot \frac{\partial \mu(\text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\partial \alpha_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \mu(\text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}]) \cdot \mu(\text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \text{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

При выборе в качестве ядерной функции  $\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right\}$ ,

получим

$$\frac{\partial \mu(\operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\partial \alpha_f} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \frac{(\operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\sigma^2} \times \left( \frac{\partial \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}]}{\partial \alpha_f} - \frac{\partial \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}]}{\partial \alpha_f} \right) \cdot \exp\left\{-\frac{(\operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])^2}{2 \cdot \sigma^2}\right\}, \quad (21)$$

$$\text{где } \frac{\partial \operatorname{Re}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}]}{\partial \alpha_f} = \sum_m^{N_s} \left( g_{i,j-m}^{re} \cdot \frac{\partial h(\vec{\alpha})_m^{re}}{\partial \alpha_f} - g_{i,j-m}^{im} \cdot \frac{\partial h(\vec{\alpha})_m^{im}}{\partial \alpha_f} \right), \quad (22)$$

а  $g_{i,j-m}^{re}$  и  $g_{i,j-m}^{im}$  - действительные и мнимые части комплексных отсчётов голограммы, соответственно. Аналогично можем записать выражение для

$$\frac{\partial \mu(\operatorname{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j}] - \operatorname{Im}[\tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r}])}{\partial \alpha_f}.$$

Для непараметрического случая получим следующие выражения. Вектор коэффициентов опорной функции  $\vec{h} = (h_1, h_2, \dots, h_N)$  длиной  $N = N_s$  на каждой итерации определяется следующим образом:

$$\vec{h}^{s+1} = \vec{h}^s - \Delta_s \frac{\operatorname{grad}(S(\vec{h}^s))}{\left\| \operatorname{grad}(S(\vec{h}^s)) \right\|}, \quad (23)$$

где  $\operatorname{grad}(S(\vec{h}^s)) = \left( \frac{\partial \hat{S}(\vec{h}^s)}{\partial h_1}, \dots, \frac{\partial \hat{S}(\vec{h}^s)}{\partial h_N} \right)$  - градиент функционала энтропии по

компонентам вектора опорной функции;  $\left\| \operatorname{grad}(S(\vec{h}^s)) \right\|$  - норма вектора градиента.

Выражение для  $f$ -ой компоненты вектора градиента в (23) имеет вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S(\vec{h})}{\partial h_f} = & -\frac{1}{NM} \sum_i^N \sum_j^M \left( \frac{\sum_l^N \sum_r^M \frac{\partial \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\partial h_f} \cdot \mu \left( \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\sum_l^N \sum_r^M \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right) \cdot \mu \left( \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)} + \right. \\
& \left. + \frac{\sum_l^N \sum_r^M \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right) \cdot \frac{\partial \mu \left( \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\partial h_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right) \cdot \mu \left( \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)} \right). \tag{24}
\end{aligned}$$

Производные ядерных функций по компонентам вектора опорной функции имеют вид аналогичный выражению (21):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\partial h_f} = & -\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \frac{\left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\sigma^2} \times \\
& \times \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right]}{\partial h_f} - \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right]}{\partial h_f} \right) \cdot \exp \left\{ -\frac{\left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\}, \tag{25}
\end{aligned}$$

В выражении (25) частные производные свёртки представляют собой отсчёт голограммы, являющийся в выражении свёртки (26) коэффициентом при отсчёте опорной функции, по которому производится дифференцирование (27).

$$\tilde{x}_{i,j} = \sum_m^{N_g} \dot{g}_{i,j-m} \cdot \dot{h}_m \tag{26}$$

$$\frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right]}{\partial h_f} = \operatorname{Re} \left[ \dot{g}_{i,j-f} \right] \tag{27}$$

Выбор функции окна для получения оценки (17) неоднозначен и диктуется необходимостью уменьшения вычислительной сложности для алгоритма минимизации функционала энтропии с одной стороны, и получения возмож-

но точной оценки функции плотности вероятности комплексных отсчётов изображения – с другой.

Используем, например, квадратичную функцию окна (28).

$$\mu(x) = A(1 - Bx^2), \quad (28)$$

где:  $A = 7.5$ ,  $B = 100$ ,  $\mu(x) = 0$  если  $x \notin [-0.1, 0.1]$ .

В этом случае частные производные в выражениях (20) и (24) примут вид (29) для параметрического случая:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right] \right)}{\partial \alpha_f} &= -2AB \cdot \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right] \right) \times \\ &\times \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right]}{\partial \alpha_f} - \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right]}{\partial \alpha_f} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

И вид (30) – для непараметрического случая:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right)}{\partial h_f} &= -2AB \cdot \left( \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right] \right) \times \\ &\times \left( \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right]}{\partial h_f} - \frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right]}{\partial h_f} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

Частные производные  $\frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right]}{\partial \alpha_f}$  и  $\frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right]}{\partial \alpha_f}$  в формуле (29)

имеют вид (22) (параметрический случай), а  $\frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right]}{\partial h_f}$  и  $\frac{\partial \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right]}{\partial h_f}$  в

формуле (30) вид (26) (непараметрический случай). Тогда, проводя элементарные преобразования, для случая квадратичной функции окна получим выражение (21) в виде:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f} = & \frac{2B}{NM} \sum_i^N \sum_j^M \left( \frac{\sum_l^N \sum_r^M \left(1 - B \cdot (w_{im}(\vec{\alpha}))^2\right) \cdot w_{re}(\vec{\alpha}) \cdot \frac{\partial w_{re}(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \left(1 - B \cdot (w_{re}(\vec{\alpha}))^2\right) \left(1 - B \cdot (w_{im}(\vec{\alpha}))^2\right)} + \right. \\
& \left. + \frac{\sum_l^N \sum_r^M \left(1 - B \cdot (w_{re}(\vec{\alpha}))^2\right) \cdot w_{im}(\vec{\alpha}) \cdot \frac{\partial w_{im}(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \left(1 - B \cdot (w_{re}(\vec{\alpha}))^2\right) \left(1 - B \cdot (w_{im}(\vec{\alpha}))^2\right)} \right), \quad (31)
\end{aligned}$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
w_{re}(\vec{\alpha}) &= \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right], \\
w_{im}(\vec{\alpha}) &= \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{\alpha})_{l,r} \right].
\end{aligned} \quad (32)$$

Выражение для компонент вектора градиента в непараметрическом случае и для квадратичной функции окна получим из выражения (31) заменой  $w_{re}(\vec{\alpha})$  и  $w_{im}(\vec{\alpha})$  на

$$\begin{aligned}
w_{re}(\vec{h}) &= \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Re} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right], \\
w_{im}(\vec{h}) &= \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{i,j} \right] - \operatorname{Im} \left[ \tilde{x}(\vec{h})_{l,r} \right].
\end{aligned} \quad (33)$$

Весьма перспективным представляется использование в качестве функций окна атомарных функций [19], задаваемых интегралом типа:

$$\operatorname{up}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{jux\} \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2^{-n} \cdot u)}{2^{-n} \cdot u} du, \quad x \in [-1,1]. \quad (34)$$

Подробные определения и свойства функций такого вида можно найти, например, в [19]. В нашем случае использование данных функций позволяет заменить операцию дифференцирования операцией разности значений атомарных функций.

Получим выражения для компонент градиента при использовании в оценке (17) атомарной функции (34).

Для параметрического случая получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f} = & -\frac{4}{NM} \sum_i^N \sum_j^M \left( \frac{\sum_l^N \sum_r^M \text{up}(w_{im}(\vec{\alpha})) \cdot \frac{\partial \text{up}(w_{re}(\vec{\alpha}))}{\partial \alpha_f} \cdot \frac{\partial w_{re}(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \text{up}(w_{re}(\vec{\alpha})) \cdot \text{up}(w_{im}(\vec{\alpha}))} + \right. \\ & \left. + \frac{\sum_l^N \sum_r^M \text{up}(w_{re}(\vec{\alpha})) \cdot \frac{\partial \text{up}(w_{im}(\vec{\alpha}))}{\partial \alpha_f} \cdot \frac{\partial w_{im}(\vec{\alpha})}{\partial \alpha_f}}{\sum_l^N \sum_r^M \text{up}(w_{re}(\vec{\alpha})) \cdot \text{up}(w_{im}(\vec{\alpha}))} \right), \end{aligned} \quad (35)$$

где:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{up}(w_{re}(\vec{\alpha}))}{\partial \alpha_f} &= 2(\text{up}(2 \cdot w_{re}(\vec{\alpha}) + 1) - \text{up}(2 \cdot w_{re}(\vec{\alpha}) - 1)) \\ \frac{\partial \text{up}(w_{im}(\vec{\alpha}))}{\partial \alpha_f} &= 2(\text{up}(2 \cdot w_{im}(\vec{\alpha}) + 1) - \text{up}(2 \cdot w_{im}(\vec{\alpha}) - 1)) \end{aligned} \quad (36)$$

Выражение для непараметрического случая можем получить из (35) и (36) заменой  $w_{re}(\vec{\alpha})$  и  $w_{im}(\vec{\alpha})$  на (33).

### 3. Моделирование алгоритма формирования изображений PCA на основе метода минимума энтропии

Для иллюстрации работоспособности алгоритма использовалась модель радиоголограммы (РГГ) размером  $150 \times 150$  отсчётов. РГГ получалась свёрткой изображения сцены с опорной функцией вида (20) и добавлением гауссовского шума. Изображение, полученное идеальной фокусировкой РГГ, показано на рисунке 2.

$$h_m = \exp \left\{ j \left( \frac{\pi}{N_s} \left( m - \frac{N_s}{2} \right)^2 \right) \right\} \quad (20)$$

Рисунок 2. Радиолокационное изображение, используемое при моделировании.

В первую очередь проверим поведение функционала энтропии при изменении параметров системной функции в окрестностях истинных значений.

Представим искажённую опорную функцию в виде:

$$\dot{h}_m = \exp \left\{ -j \left( \alpha_1 \frac{\pi}{N_s} \left( m - \frac{N_s}{2} \right)^2 + \alpha_2 \left( m - \frac{N_s}{2} \right)^3 \right) \right\}, \quad (21)$$

где истинными значениями коэффициентов фазовых набегов являются значения:  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 0$ .

График зависимости функционала энтропии от коэффициентов  $\alpha_k$  представлен на рисунке 3 для гауссовой ядерной функции.

Рисунок 3. Форма функционала качества в зависимости от значений параметров  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ .

Из рисунка 3 видно, что функционал энтропии имеет единственный минимум, достигаемый при истинных значениях параметров  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Таким образом в рассмотренном примере удастся получить практически идеально восстановленное радиолокационное изображение сцены.

### **Заключение**

В докладе показано, что деградация характеристик пространственного разрешения радиолокационных изображений трансionoсферных РЛС с синтезированной апертурой (РСА), возникающая вследствие эффектов распространения радиоволн в атмосфере Земли, может быть компенсирована применением методов слепой обработки сигналов. Показан механизм деградации пространственного разрешения трансionoсферных РЛС, в том числе ухудшение разрешения по дальности за счет турбулентности ионосферы. Предложены алгоритмы слепого восстановления изображений РСА, основанные на методе минимальной энтропии, для случаев как параметрической



(автофокусировка), так и непараметрической неопределенности. Приводятся выражения для расчета градиента оценки локальной дифференциальной энтропии радиоизображения, необходимые для реализации алгоритма. Выражения получены для гауссовой, квадратичной и атомарной ядерных функций оценки плотности вероятности.

### **Список использованных источников**

1. Буренин Н.И. Радиолокационные станции с синтезированной антенной. – М.: «Сов. радио», 1972, 160с.
2. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. – М.: «Радио и связь», 1983, 224с.
3. Колосов М.А., Арманд Н.А., Яковлев О.И. Распространение радиоволн при космической связи. – М.: «Связь», 1969, 155с.
4. Кретов Н.В., Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. Влияние земной атмосферы на пространственное разрешение радиолокаторов с синтезированной апертурой космического базирования. //Радиотехника и электроника – 1992 - №1- с. 90-95.
5. Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. Исследование статистических и спектральных характеристик трансатмосферных радиосигналов УКВ-СВЧ диапазона. – «Журнал радиоэлектроники», №2, 2001.
6. Ishimaru A., Kuga Y., Liu J., Kim Y., Freeman T. Ionospheric effects on synthetic aperture radar at 100 MHz to 2 GHz. //Radio Science (USA) – 1999 – vol. 34 – num.1 – p. 257-268
7. Ефимов А.И., Калинин А.А., Кутуза Б.Г. Использование радиолокатора синтезированной апертуры Р-диапазона в космических экспериментах. - Радиотехника, 1998, №2, с.19-24.
8. Горячкин О.В., Дусаев Ш.З., Железнов Ю.Е., Филимонов А.Р. Современное состояние и перспективы развития космических радиолокационных комплексов дистанционного зондирования Земли. // В сборнике научно-технических статей по ракетно-космической тематике. – Самара, 1999, с.49-56.
9. Штейншлейгер В.Б., Дзенкевич А.В., Манаков В.Ю., Мельников Л.Я., Мисежников Г.С. О разрешающей способности трансионосферных РЛС для дистанционного зондирования Земли в УКВ-диапазоне волн.// Радиотехника и Электроника, 1997, т.42, №6, с.725-732.
10. Goriachkin O.V., Kloovsky D.D. The some problems of realization spaceborne SAR's in P,UHF,VHF bands // Proceedings IEEE 1999 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Hamburg, Germany, July 1999, vol.2, 1271-1273pp.
11. Goriachkin O.V., Kloovsky D.D. Inverse Problems with Unknown Kernels in Microwave Remote Sensing // Proceedings of of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI'2000), Orlando, Florida, USA, 2000, vol.7, 610-615p.
12. Горячкин О.В. Влияние атмосферы Земли на деградацию характеристик изображений космических радиолокационных станций с синтезированной апертурой // Компьютерная оптика. – 2002. – Вып.24. – С.177-183.
13. Goriachkin O.V. Azimuth Resolution of Spaceborne P,VHF-Band SAR // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2004. – Vol.1. - №4. – P.251-254.
14. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М.: Радио и связь, 2003. – 230с.

15. Oliver C.J. Synthetic-aperture radar imaging // J.Phys. D:Appl. Phys. 22. 1989. p.871-890.
16. Горячкин О.В. Автоматическая фокусировка изображений в радиолокаторе с синтезированной апертурой.// ТУЗС “Анализ сигналов и систем связи”. СПб., 1996, №161, с.128-134.
17. Wiggins R.A. Minimum entropy deconvolution, Geoexploration, 16, 1978.
18. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
19. Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Гусевский В.И. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. – М.: САЙНС-Пресс, 2005 – 512 с.
20. Горячкин О.В. Метод автокомпенсации искажений радиоимпульса в космических РСА Р-VHF диапазонов // Доклады академии наук РФ. - 2004. - Т.397. - №5. - С.615-618.



Горячкин Олег Валериевич, 1965 г.р., доктор технических наук (2004), заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи (ТОРС) Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики (ПГАТИ). Область научных интересов: цифровая обработка сигналов в системах радиотехники и связи, радиофизические методы дистанционного зондирования Земли, радиолокация с синтезированием апертуры антенны, слепая идентификация систем, прикладная статистика.

Иващенко Евгений Викторович, 1982 г.р., аспирант кафедры теоретических основ радиотехники и связи (ТОРС) Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики (ПГАТИ). Область научных интересов: цифровая обработка сигналов в системах радиотехники и связи, радиолокация с синтезированием апертуры антенны, слепая идентификация систем.