

МЕТОДЫ СЛЕПОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

О.В. Горячкин

Поволжская государственная академия информатики, радиотехники и
связи,

443010, г. Самара, ул. Л. Толстого 23,

E-mail: gor@mail.radiant.ru

Аннотация: Обзор посвящен методом и алгоритмам слепой идентификации линейных систем и их приложениям в задачах цифровой обработки сигналов. В обзоре приводятся формулировки основных теорем слепой идентификации, некоторые относительно недавно разработанные алгоритмы слепой идентификации и коррекции линейных каналов. Обсуждаются существующие и перспективные приложения данных методов, в том числе в задачах обработки сигналов радиотехнических систем различного назначения.

Введение

Под термином «идентификация» понимается получение или уточнение некой математической модели исследуемого объекта в результате, как правило, целенаправленных экспериментов. Хотя данный термин стал применяться относительно недавно (в конце 50-х годов прошлого века), идентификация в данном определении играет ключевую роль для развития подлинной науки и имеет древнее происхождение.

С этой точки зрения задача идентификации систем (процессов) возникает в колоссальном количестве приложений и давно составляет самостоятельную область прикладной математики и информатики, математической статистики и теории автоматического управления, цифровой обработки информации и математического моделирования.

Классификация задач идентификации может осуществляться по целому ряду признаков: класс модели, в терминах которой осуществляется идентификация, условия наблюдения, условия возбуждения идентифицируемого процесса, степень неопределенности параметров модели и возбуждения.

Задачи идентификации предполагают широкий класс моделей для описания наблюдаемых сигналов. В данной работе рассматривается частный случай линейной модели, описывающей связь возбуждающего (входного или информационного) сигнала, помех и наблюдаемого (выходного) сигнала:

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t, \tau) \mathbf{x}(\tau) d\tau + \mathbf{v}(t), \quad (1)$$

где: $\mathbf{y}(t)$ - наблюдаемый векторный сигнал со значениями в \mathbf{C}^m , $\mathbf{H}(t, \tau)$ - $m \times n$ неизвестная матрица импульсных характеристик (ИХ) с элементами $\{h_{i,j}(\tau)\}$; $\mathbf{v}(t)$ - аддитивная помеха; $\mathbf{x}(\tau)$ - информационный сигнал со значениями в \mathbf{C}^n .

Обычно различают задачи статистической и детерминированной идентификации, имея в виду модель входного сигнала. С практической точки зрения это означает, что в случае детерминированной идентификации нам доступны одна или крайне ограниченное количество реализаций выходного сигнала, для статистической идентификации мы допускаем наличие в принципе неограниченной выборки.

Различают также задачи параметрической и непараметрической идентификации, имея в виду модель идентифицируемой системы.

Термин «слепая идентификация», широко распространившийся в мировой научной литературе в последние 10 лет, описывает класс задач (как правило) непараметрической идентификации, характеризуемых той или иной степенью неопределенности относительно параметров входного сигнала.

Формально решение задачи слепой идентификации линейной системы предполагает оценку неизвестной импульсной характеристики или передаточной функции линейной системы только по наблюдаемому (выходному) сигналу, в отличие от задачи классической идентификации систем, где входной сигнал также предполагается известным.

В реальности как в случае детерминированной, так и в случае статистической задач слепой идентификации, возможности однозначного решения задачи предполагают ряд ограничений на входные сигналы, которые можно интерпретировать как ту или иную степень неопределенности относительно модели входного воздействия. Поэтому, например, в задачах статистической слепой идентификации может использоваться модель входного сигнала в виде белого шума, одновременно такая модель используется и в задачах классической идентификации. В данном случае статистические параметры входного сигнала полностью определены, однако его отдельные реализации неизвестны. В случае решения задачи слепой идентификации оценка импульсной характеристики может далее использоваться для оценки информационной последовательности, т.е. является первым этапом слепого выравнивания или коррекции, при этом целью является восстановление (оценка) отдельных реализаций входного сигнала.

С учетом данного замечания методы и алгоритмы слепой идентификации и слепой коррекции применительно к дискретным сигналам все чаще объединяются в самостоятельный раздел цифровой обработки сигналов, называемый слепой обработкой сигналов (СОС).

«Слепая проблема» часто возникает в различных приложениях цифровой обработки сигналов и изображений: в системах радиотехники, в том числе в системах радиолокации, радионавигации, радиоастрономии, цифрового телевидения; в системах радиосвязи; в задачах цифровой обработки речи, изображений, при обработке сигналов медицинской техники, в геофизике и т.д. [1,2,3,4,5,6].

Системы, описываемые выражением (1) называют системами с множественным входом и множественным выходом (в англоязычной литературе Multiple-Input Multiple-Output или MIMO).

В частном случае, когда $\mathbf{H}(t, \tau) = \mathbf{H}(t - \tau)$ мы имеем случай стационарной системы, при этом (1) имеет вид:

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t-\tau) \mathbf{x}(\tau) d\tau + \mathbf{v}(t). \quad (2)$$

Если компоненты матрицы $\mathbf{H}(\tau)$ имеют вид $\{h_{i,j}\delta(\tau)\}$, мы получаем модель, используемую в задачах слепого разделения источников (Blind Source Separation или BSS) [7,8,5]:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (3)$$

где: \mathbf{H} - $m \times n$ неизвестная, комплексная, т.н. «смешивающая» матрица с элементами $\{h_{i,j}\}$; $\mathbf{x}(\tau)$ - неизвестные сигналы.

В частном случае, когда сигналы источников являются реализациями стационарных, статистически независимы друг от друга случайных процессов, мы имеем задачу, которую в последние годы все чаще формулируют как анализ независимых компонент [9,10,6] (АНК).

Если в (2) $n = 1$ и $m > 1$, то модель системы может быть описана более простым выражением:

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t-\tau)x(\tau)d\tau + \mathbf{v}(t), \quad (5)$$

где $\mathbf{h}(\tau)$ - неизвестная импульсная характеристика m -мерного канала; $x(\tau)$ - неизвестный комплексный информационный сигнал со значениями в \mathbb{C} .

Системы, описываемые моделями вида (5) называют системами с одним входом и множественным выходом (Single-Input Multiple-Output или SIMO).

В случае, если $n = 1$ и $m = 1$, то мы имеем модель системы с одним входом и выходом (Single-Input Single-Output или SISO):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)x(\tau)d\tau + v(t). \quad (6)$$

Задачи слепой идентификации канала на основе моделей (5) и (6) далее мы будем называть задачами слепой идентификации векторного и скалярного канала соответственно.

1. Идентифицируемость канала «вслепую», основные теоремы.

Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления импульсной характеристики системы с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам.

С первого взгляда подобная задача может показаться некорректно сформулированной, однако это не так, если слепое оценивание канала опирается на использование структуры канала или известные свойства его входа.

Рассмотрим задачу слепой идентификации векторного канала, т.е. канала со скалярным входом и векторным выходом.

Условия слепой идентифицируемости канала обычно формулируются в отсутствии шумов. Пусть идентифицируемый канал описывается следующими выражениями:

$$y_l^{(k)}(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i^{(k)} x_{i+l}(z). \quad (7)$$

В этом выражении: $y_l^{(k)}(z)$ - полином степени $(t-1)$ над полем комплексных чисел, образованный блоком из t отсчетов на выходе k -го канала, $k = 1, \dots, M$, $l = 0, \dots, N-1$ - номер блока выходных отсчетов; $L = \max\{L_1, \dots, L_M\}$ - максимальная длина векторного канала; $x_l(z)$ - полином степени $(t-1)$ над полем комплексных чисел, образованный блоком из t информационных отсчетов на входе канала.

Условия идентифицируемости, это ограничения которым должны удовлетворять информационная последовательность и отсчеты векторного канала, при выполнении которых набор полиномов $\{y_l^{(1)}(z), \dots, y_l^{(M)}(z)\}$ кольца $C[z]$, $l = 0, \dots, N-1$ однозначно характеризует коэффициенты канала $h_0^{(1)}, \dots, h_{L-1}^{(1)}, \dots, h_0^{(M)}, \dots, h_{L-1}^{(M)}$ и коэффициенты информационной последовательности.

Заметим, что если бы мы знали информационную последовательность, т.е. решали задачу классической идентификации, то условия единственности решения для векторного канала хорошо известны.

Пусть $\mathbf{y}^{(k)} = (y_0^{(k)}, \dots, y_{N-1}^{(k)})$, тогда:

$$\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{X}_H(L)\mathbf{h}^{(k)}, \quad (8)$$

где: $\mathbf{h}^{(k)} = (h_0^{(k)}, \dots, h_{L-1}^{(k)})$, $\mathbf{X}_H(L)$ - ганкелева матрица, составленная из отсчетов информационной последовательности. Тогда известна следующая теорема [11].

Теорема 1. *Для идентифицируемости скалярного канала по известной информационной последовательности для любых значений $\mathbf{h} = (h_0, \dots, h_{L-1})$ необходимо и достаточно, чтобы $\text{rank}(\mathbf{X}_H(L)) \geq L$.*

Однако данная теорема устанавливает только необходимое условие для решения задачи слепой идентификации. Задача слепой идентификации требует значительно более жестких ограничений на информационную последовательность, чем задача классической идентификации. Данные условия сформулируем в виде следующей теоремы:

Теорема 2. *Для идентифицируемости детерминированного векторного канала необходимо и достаточно выполнения следующих условий:*

- 1) полиномы $h_1(z), \dots, h_M(z)$ не должны иметь общих корней;
- 2) линейная сложность информационной последовательности должна быть больше $(2L - 2)$;
- 3) длина информационной последовательности должна быть больше $(4L - 3)$ или длина вектора данных больше $(3L - 2)$.

Линейная сложность детерминированной последовательности это наименьшее значение D такое, что $\mathbf{X}_H(D)$ имеет полный ранг по столбцам или существуют такие не равные нулю одновременно $\{\lambda_j\}$ для которых:

$$x_i = - \sum_{j=1}^D \lambda_j x_{i-j} \quad i = D, \dots, t + 2L - 2. \quad (9)$$

Линейная сложность характеризует степень предсказуемости детерминированной последовательности ограниченной длины. Для того чтобы матрица $\mathbf{X}_H(2L-1)$ имела полный ранг по столбцам, линейная сложность информационной последовательности должна быть больше $(2L-2)$.

Данная теорема (впервые сформулированная по видимому в [13]) играет ключевую роль в задачах слепой детерминированной идентификации векторных каналов.

Необходимые условия идентифицируемости, сформулированные в данной теореме могут быть ослаблены. Возможно, что достаточные условия этой теоремы также могут быть ослаблены, но в этой области требуются дальнейшие исследования. Условия теоремы по существу гарантируют следующие интуитивные требования:

- 1) все каналы в системе должны отличаться друг от друга, например они не могут быть идентичны;
- 2) входная последовательность должна быть достаточно сложна. Она не может быть нулевой, константой или одиночной синусоидой;
- 3) в наличии должно быть достаточно отсчётов выхода.

Сформулируем теперь важную теорему для решения задачи коррекции векторного канала [12,14].

Теорема 3. *Если известен $\mathbf{h}^T = (h_0^{(1)}, \dots, h_{L-1}^{(1)}, \dots, h_0^{(M)}, \dots, h_{L-1}^{(M)})$, то для однозначного решения задачи коррекции канала при любой информационной последовательности необходимо и достаточно, чтобы полиномы $h_1(z), \dots, h_M(z)$ не имели общих корней или эквивалентно обобщенная матрица Сильвестра $\mathbf{H}_S = (\mathbf{H}^{(1)}, \dots, \mathbf{H}^{(M)})^T$ имела полный ранг по столбцам.*

Подробное и простое доказательство данной теоремы можно найти в [14].

В задачах статистической идентификации условия идентифицируемости могут обсуждаться в более широком контексте. Например, если число доступных отсчетов на выходе канала бесконечно и вход - негауссовский стационарный случайный процесс, то система может быть идентифицирована точно по статистикам высшего порядка даже тогда, когда полиномы каналов имеют общие нули. Или, например, если на входе стационарный случайный процесс (в том числе и гауссовский) система может быть идентифицирована, если известны точно статистики второго порядка выхода и совместные нули полиномов каналов находятся внутри единичной окружности (условие минимума фазы) [15].

Сформулируем теперь условия, ограничивающие статистические методы слепой идентификации векторного канала. Рассмотрим условия статистической идентификации для случая, когда входная последовательность стационарна и число доступных отсчетов на выходе канала $N \rightarrow \infty$, т.е. нам доступна статистика выхода любого порядка [6,16].

Теорема 4. *Для возможности статистической слепой идентификации векторного канала достаточно выполнения следующих условий:*

- 1) полиномы $h_1(z), \dots, h_M(z)$ не должны иметь общих корней;
- 2) отсчеты информационной последовательности $\{x_i\}$, таковы, что

$$\mathbf{M}\{x_i\} = 0, \quad \mathbf{M}\{x_i x_j^*\} = \sigma^2 \delta_{i,j}.$$

Итак, как для случая детерминированной, так и статистической идентификации векторного канала присутствует условие отсутствия общих корней у полиномов $h_1(z), \dots, h_M(z)$. Это означает, что для идентификации мы в полной мере используем перекрестные связи каналов. Естественно, что избавиться от этого ограничения, можно только решив задачу идентификации скалярного канала. С другой стороны отсутствие возможности использовать перекрестные связи каналов существенно обедняет возможности слепой идентификации, особенно в задачах детерминированной идентификации.

Рассмотрим условия детерминированной идентификации скалярного канала.

Теорема 5. *Для идентифицируемости детерминированного скалярного канала необходимо, чтобы линейная сложность информационной последовательности была больше $(2L - 2)$.*

Однако этого условия недостаточно для слепой идентификации. Т.е. помимо условия на информационную последовательность мы должны наложить дополнительные ограничения на вектор канала и результат взаимодействия канала с информационной последовательностью.

Обычно отправным пунктом для обеспечения слепой идентифицируемости скалярного канала по одной реализации служит предположение о конечности алфавита информационных символов. Для этого случая известна следующая теорема [17].

Теорема 6. *Если информационная последовательность принимает значения на множестве $\{\pm 1, \pm 3, \dots, q - 1\} \in Z$, то для идентифицируемости детерминированного скалярного канала достаточно, чтобы:*

- 1) *линейная сложность информационной последовательности была больше $(2L - 2)$;*
- 2) *отсчеты канала h_0, \dots, h_{L-1} были линейно независимы на подмножестве целых чисел $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 2(q - 1)^{2L-1} L^{L/2} (t_0 - L + 1)^L\}$, t_0 - номер первого символа информационной последовательности, начиная с которого линейная сложность информационной последовательности больше L .*

Статистическая идентификация предоставляет значительно более широкий диапазон возможностей для слепой оценки скалярного канала.

Прежде всего, отметим, что в общем случае наличия на входе канала последовательности с гауссовским распределением на выходе нам доступны только вектор математического ожидания и ковариационная матрица.

Поскольку математическое ожидание как правило равно нулю, то для стационарного гауссовского случайного процесса единственной статистической характеристикой является корреляционная функция или автокорреляционная последовательность.

Известно, что автокорреляция не содержит информации о фазе передаточной функции канала. Действительно оценку автокорреляции на выходе канала для белого шума на входе можно записать в виде:

$$r_y(z) = \sigma^2 h(z)h^*(1/z^*) \cdot z^{L-1} \quad (10)$$

где $r_y(z)$ - полином, коэффициенты которого являются отсчетами автокорреляционной функции на выходе канала. Если априори известно, что все нули полинома канала находятся внутри (системы с минимальной фазой) или вне (системы с максимальной фазой) окружности единичного радиуса, то, зная $r_y(z)$, мы можем идентифицировать канал. В общем случае для стационарного гауссовского входа идентификация невозможна. Однако для негауссовских стационарных случайных последовательностей идентификация возможна по статистикам высоких порядков.

В этом случае условие идентифицируемости можно сформулировать в следующем виде.

Теорема 7. *Для идентифицируемости скалярного канала достаточно, чтобы отсчеты информационной последовательности, при $\mathbf{M}\{x_i\} = 0$ и $\mathbf{M}\{x_i x_j^*\} = \sigma^2 \delta(i - j)$, описывались негауссовыми распределениями.*

Конструктивное доказательство можно найти в [6,15].

Аналогичное утверждение мы можем сформулировать для нестационарных по входу систем [6]:

Теорема 8. *Для идентифицируемости скалярного канала достаточно, чтобы независимые отсчеты информационной последовательности, при*

$\mathbf{M}\{x_i\} = 0$ имели, по крайней мере, нестационарную дисперсию $\mathbf{M}\{x_i x_i^*\} = \sigma_i^2$.

Утверждения теорем Т.7 и Т.8 могут быть распространены на случай, когда отсчеты информационной последовательности зависимы. Некоторые более слабые условия Т.2 можно найти в [13]. Формулировки теорем идентифицируемости для общего случая (1) для статистической и детерминированной задач идентификации можно найти в [18]. Более мягкие условия, чем в Т.6 для идентифицируемости скалярного канала можно найти в [19].

2. Методы слепой идентификации векторного канала.

Рассмотрим задачу слепой идентификации векторного канала. Условия слепой идентифицируемости канала для этого случая сформулированы в теоремах Т.2 и Т.4 для случаев детерминированной и статистической идентификации соответственно.

2.1. Метод взаимных отношений.

Алгоритмы слепой идентификации, рассматриваемые в данном разделе, основаны на свойстве взаимной симметрии выходных сигналов каналов, на входе которых присутствует одна и та же информационная последовательность.

В соответствии с этим свойством можно записать уравнение для любой пары образованной i -м и j -м каналом:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(i)}(z) h_l^{(j)} - \sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(j)}(z) h_l^{(i)} = 0, \quad (11)$$

где: $i, j = 1, \dots, M$.

Среди этих уравнений нетривиальных и несовпадающих $K = M(M-1)/2$ для $L \cdot M$ неизвестных. Из них мы всегда можем сформировать дополнительные, выбирая сечения z_1, \dots, z_s так что $s \cdot K \geq L \cdot M$.

Запишем (11) в матричной форме, пусть:

$$\mathbf{Y}^{(i)}(z_1, \dots, z_s) = \begin{pmatrix} y_0^{(i)}(z_1) & \dots & y_{L-1}^{(i)}(z_1) \\ \vdots & & \vdots \\ y_0^{(i)}(z_s) & \dots & y_{L-1}^{(i)}(z_s) \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, M \quad (12)$$

$$\mathbf{Y}_i(z_1, \dots, z_s) = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \mathbf{Y}^{(i+1)}(z_1, \dots, z_s) & -\mathbf{Y}^{(i)}(z_1, \dots, z_s) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{Y}^{(M)}(z_1, \dots, z_s) & 0 & \dots & -\mathbf{Y}^{(i)}(z_1, \dots, z_s) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s) = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1(z_1, \dots, z_s) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{M-1}(z_1, \dots, z_s) \end{pmatrix} \quad (14)$$

Матрица $\mathbf{Y}^{(i)}(z_1, \dots, z_s)$ имеет размер $(s \times L)$, блочная матрица $\mathbf{Y}_i(z_1, \dots, z_s)$ имеет размер $((M-i) \cdot s \times L \cdot M)$ и $\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s)$ соответственно $(K \cdot s \times L \cdot M)$.

Определим вектор $\mathbf{h}^T = (h_0^{(1)}, \dots, h_{L-1}^{(1)}, \dots, h_0^{(M)}, \dots, h_{L-1}^{(M)})$, тогда (11) можно записать в виде:

$$\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s) \cdot \mathbf{h} = 0 \quad (15)$$

Для однозначной идентификации необходимо и достаточно, что бы для любых различных чисел z_1, \dots, z_s ранг матрицы $\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s)$ был равен $(ML-1)$.

Другими словами нуль-пространство $Ks \times LM$ матрицы $\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s)$ является линейной оболочкой единственного базисного вектора $\mathbf{h}^T = (h_0^{(1)}, \dots, h_{L-1}^{(1)}, \dots, h_0^{(M)}, \dots, h_{L-1}^{(M)})$ или что эквивалентно \mathbf{h} является собственным вектором матрицы $\mathbf{Y}^*(z_1, \dots, z_s)\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_s)$, соответствующим нулевому собственному числу.

Наличие шума заставляет искать приближенное решение наилучшее, с точки зрения некоторого критерия качества.

Для небольших значений уровня шума весьма эффективным оказывается метод наименьших квадратов, в соответствии с которым:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \|\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_S) \cdot \mathbf{h}\|_2^2, \quad (16)$$

где: $\|\bullet\|_2^2$ - евклидова векторная норма.

Эквивалентно, оценка канала \mathbf{h} может быть получена из собственного вектора, связанного с наименьшим сингулярным значением матрицы $\mathbf{Y}^*(z_1, \dots, z_S)\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_S)$:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left(\mathbf{h}^* \mathbf{Y}^*(z_1, \dots, z_S)\mathbf{Y}(z_1, \dots, z_S)\mathbf{h} \right). \quad (17)$$

Метод слепой идентификации, описываемый выражениями (16) или (17) в несколько иной форме хорошо известен в литературе как «метод взаимных отношений (ВО)» [6]. Метод был впервые предложен в [20], а также независимо рядом других авторов (см. библиографию в [16]).

В отличие от большинства известных статистических методов слепой идентификации, метод взаимных отношений является весьма эффективным для небольших выборок при большом отношении сигнал-шум. В [20] методом моделирования показано, что данный метод дает оценку близкую к границе Рао-Крамера.

Главные недостатки метода, это необходимость точного знания длины канала L , а также необходимость работы в уравнениях (16) или (17) с разреженными матрицами большого размера.

Использование полиномиальных представлений, использованных для описания этого алгоритма, позволяет несколько упростить вычислительную структуру алгоритма взаимных отношений и несколько уменьшить погрешность метода для малых отношений сигнал-шум за счет дополнительной оптимизации соответствующих чисел обусловленности. Более того, в [6] удается получить аналитическое и итерационное решения задачи слепой идентификации в данном случае.

2.2. Метод максимального правдоподобия

В алгоритме взаимных отношений для случая наличия в наблюдаемых данных аддитивного шума, используется стратегия наименьших квадратов, которая не требует знания статистических характеристик шума. В данном разделе рассматривается идентификация системы на фоне аддитивного шума, статистика которого нам известна.

Пусть мы имеем по N выходных отсчетов на выходе каждого из M каналов, тогда:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_S \mathbf{x} + \mathbf{v}, \quad (18)$$

где: \mathbf{H}_S - обобщенная матрица Сильвестра, размером $NM \times (N + L - 1)$, составленная из векторов каналов, $\mathbf{y} = \left(y_0^{(1)}, \dots, y_{N-1}^{(1)}, \dots, y_0^{(M)}, \dots, y_{N-1}^{(M)} \right)^T$ и $\mathbf{x} = \left(x_0, \dots, x_{N+L-2} \right)^T$.

Пусть комплексные отсчеты шума $\mathbf{v} = \left(v_0^{(1)}, \dots, v_{N-1}^{(1)}, \dots, v_0^{(M)}, \dots, v_{N-1}^{(M)} \right)^T$ независимы и имеют круговое гауссово распределение:

$$p(v_i^{(j)}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)} \exp\left(-\frac{|v_i^{(j)}|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (19)$$

где σ^2 - дисперсия шума.

Тогда функционал правдоподобия можно записать в виде:

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{H}_S, \mathbf{x}) = (2\pi\sigma^2)^{-NM} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_S \mathbf{x}\|_2^2\right), \quad (20)$$

Совместная оценка максимального правдоподобия \mathbf{H}_S и \mathbf{x} как известно это:

$$(\hat{\mathbf{H}}_S, \hat{\mathbf{x}}) = \arg \min_{\mathbf{H}_S, \mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_S \mathbf{x}\|_2^2, \quad (21)$$

Если выполняются условия теоремы Т.2, то из теоремы Т.3 следует, что \mathbf{H}_S имеет полный ранг по столбцам, тогда для любой фиксированной матрицы \mathbf{H}_S минимум (21) по \mathbf{x} достигается, если:

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{H}_S^* \mathbf{H}_S \right)^{-1} \mathbf{H}_S^* \mathbf{y} = \mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_S} \mathbf{y}, \quad (22)$$

где: $\mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_S}$ - оператор ортогонального проецирования на пространство матрицы \mathbf{H}_S . Подставляя (22) в (21), получим:

$$\hat{\mathbf{H}}_S = \arg \min_{\mathbf{H}_S} \left\| \left(\mathbf{I} - \mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_S} \right) \mathbf{y} \right\|_2^2. \quad (23)$$

Минимизация (23) в вычислительном отношении тяжелая задача. В литературе описано достаточно большое число итерационных подходов к нелинейной оптимизации данного типа (смотри, например библиографию в [21,16]).

В [1] описана весьма эффективная методика вычисления (23), в основе которой следующие утверждение, которое мы приведем без доказательства.

Пусть \mathbf{G}_M матрица, созданная из векторов каналов согласно следующему правилу:

$$\mathbf{G}_2^* = [-\mathbf{H}_2 \mathbf{H}_1] \\ \mathbf{G}_q^* = \left[\begin{array}{ccc|c} & & \mathbf{G}_{q-1}^* & 0 \\ -\mathbf{H}_q & & & \mathbf{H}_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & -\mathbf{H}_q & \mathbf{H}_{q-1} \end{array} \right], \quad (24)$$

где: $q=3, \dots, M$, \mathbf{h}_i - блоки обобщенной матрицы Сильвестра \mathbf{H}_S .

Тогда, при условии, что все каналы не имеют общих нулей и $N \geq 2L$, ортогональной матрицей дополнений обобщенной матрицы Сильвестра \mathbf{H}_S является \mathbf{G}_M , то есть:

$$\mathbf{Pr}_{\mathbf{G}_M} + \mathbf{Pr}_{\mathbf{H}_S} = \mathbf{I}. \quad (25)$$

Данное соотношение следует из свойства взаимной симметрии выходных сигналов каналов, на входе которых присутствует одна и та же информационная последовательность. Доказательство данного утверждения можно найти в [20].

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{H}_s} \left\| \Pr_{\mathbf{G}_s} \mathbf{y} \right\|_2^2 = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left(\mathbf{y}^* \mathbf{G}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{G}_M \mathbf{y} \right), \quad (26)$$

где: «#» обозначает псевдоинверсию Мура-Пенроуза.

Используя коммутативное свойство линейной свёртки:

$$\mathbf{G}_M \mathbf{y} = \mathbf{Y}_M \mathbf{h}, \quad (27)$$

(26) можно записать в виде:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left(\mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{Y}_M \mathbf{h} \right), \quad (28)$$

где:

$$\mathbf{Y}_2 = [\mathbf{Y}_{(2)} - \mathbf{Y}_{(1)}]$$

$$\mathbf{Y}_q = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & & & -\mathbf{Y}_{(1)} \\ \mathbf{Y}_{(q)} & & & \vdots \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{Y}_{(q)} & -\mathbf{Y}_{(q-1)} \end{array} \right], \quad (29)$$

$$\mathbf{Y}_{(i)} = \left[\begin{array}{ccc} y_i(L) & \cdots & y_i(0) \\ \vdots & & \vdots \\ y_i(N-1) & \cdots & y_i(N-L-1) \end{array} \right]. \quad (30)$$

В соответствии с [20] алгоритм максимального правдоподобия (МП) (28) эквивалентен следующей последовательности шагов:

$$1) \hat{\mathbf{h}}_1 = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* \mathbf{Y}_M \mathbf{h}; \quad (31)$$

$$2) \hat{\mathbf{h}}_2 = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_M^* (\mathbf{G}_M^* \mathbf{G}_M)^{\#} \mathbf{Y}_M \mathbf{h}. \quad (32)$$

Заметим, что первый шаг этого алгоритма эквивалентен алгоритму взаимных отношений.

2.3. Метод канального подпространства

Метод канального подпространства предложен в [22] и основан на свойствах матрицы \mathbf{H}_M . В данном разделе мы представим данный метод в полиномиальной интерпретации.

Представим модель идентифицируемой системы в виде:

$$\mathbf{Y}_L(z) = \mathbf{H}_s \cdot \mathbf{X}_{2L-1}(z) + \mathbf{V}_L(z), \quad (33)$$

где:

$$\mathbf{Y}_L(z) = \left(y_0^{(1)}(z), \dots, y_{L-1}^{(1)}(z), \dots, y_0^{(M)}(z), \dots, y_{L-1}^{(M)}(z) \right)^T,$$

$$\mathbf{X}_{2L-1}(z) = \left(x_0(z), \dots, x_{2L-2}(z) \right)^T,$$

$$\mathbf{V}_L(z) = \left(v_0^{(1)}(z), \dots, v_{L-1}^{(1)}(z), \dots, v_0^{(M)}(z), \dots, v_{L-1}^{(M)}(z) \right)^T.$$

Сформируем $ML \times ML$ ковариационную матрицу $\mathbf{R}_y(z)$ в следующем виде:

$$\mathbf{R}_y(z) = \mathbf{M} \left\{ \mathbf{Y}_L(z) \mathbf{Y}_L^*(z) \right\} = \mathbf{H}_s \mathbf{R}_x(z) \mathbf{H}_s^* + \mathbf{R}_v(z). \quad (34)$$

где: $\mathbf{R}_x(z) = \mathbf{M} \left\{ \mathbf{X}_{2L-1}(z) \mathbf{X}_{2L-1}^*(z) \right\}$; $\mathbf{R}_v(z) = \mathbf{M} \left\{ \mathbf{V}_L(z) \mathbf{V}_L^*(z) \right\}$.

Если отсчеты аддитивного шума некоррелированы, имеют нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2 , независящую от номера канала, то ковариационная $ML \times ML$ матрица $\mathbf{R}_v(z)$ имеет блочно диагональную структуру вида:

$$\mathbf{R}_v(z) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_L(z) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mathbf{R}_L(z) \end{pmatrix}, \quad (35)$$

где: элементы $\{r_{i,j}(z)\}$ $L \times L$ матрицы $\mathbf{R}_L(z)$ имеют вид:

$$r_{i,j}(z) = \sigma^2 z^{|i-j|} \sum_{k=0}^{t-1-|i-j|} z^{2k} \quad (36)$$

В частном случае, когда $z = 0$, $\mathbf{R}_L(0) = \sigma^2 \mathbf{I}$.

Если $t \geq 2L - 1$ и статистика информационной последовательности такова, что найдется такое $z = z_0$, при котором квадратная матрица $\mathbf{R}_x(z_0)$ имеет полный ранг, то если выполняются условия теоремы Т.3, нуль-пространство оператора \mathbf{H}_s может быть вычислено разложением по собственным векторам матрицы $\mathbf{R}_y(z_0) - \mathbf{R}_v(z_0)$:

$$\mathbf{R}_y(z_0) - \mathbf{R}_v(z_0) = \mathbf{E}(z_0) \text{diag} \{ \lambda_1^2(z_0), \dots, \lambda_{2L-1}^2(z_0), 0, \dots, 0 \} \mathbf{E}^*(z_0),$$

где: $\mathbf{E}(z_0)$ - $ML \times ML$ матрица собственных векторов.

Пусть $\mathbf{U}(z_0)$ - $ML \times ML - 2L - 1$ матрица собственных векторов матрицы $\mathbf{R}_y(z_0) - \mathbf{R}_v(z_0)$, соответствующая нулевым собственным значениям.

Тогда система $ML - 2L - 1$ линейных однородных уравнений $\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{x} = 0$ для ML неизвестных имеет ровно $2L - 1$ нетривиальных решений, которые можно записать в виде:

$$\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{H}_s = 0. \quad (37)$$

Поскольку матрица $\mathbf{R}_y(z_0) - \mathbf{R}_v(z_0)$ формируется как выборочная ковариация, то для оценки канала мы можем использовать метод наименьших квадратов, т.е.:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left\| \hat{\mathbf{U}}^*(z_0)\mathbf{H}_s \right\|_2^2, \quad (38)$$

где: $\hat{\mathbf{U}}^*(z_0)$ матрица, собственных векторов матрицы $\hat{\mathbf{R}}_y(z_0) - \mathbf{R}_v(z_0)$, соответствующая нулевым собственным значениям; $\hat{\mathbf{R}}_y(z_0)$ - выборочная ковариация.

В частном случае, когда отсчеты информационной последовательности некоррелированы, то элементы $\{r_{i,j}^x(z)\}$ $2L - 1 \times 2L - 1$ матрицы $\mathbf{R}_x(z)$ имеют вид:

$$r_{i,j}^x(z) = \sigma_x^2 z^{|i-j|} \sum_{k=0}^{t-1-|i-j|} z^{2k}. \quad (39)$$

Причем $\text{rank}(\mathbf{R}_x(z)) = 2L - 1$ для любого z и $\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_x(0) = \sigma_x^2 \mathbf{I}$.

Перепишем (33) в виде:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_M \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (40)$$

где: $k = 0, \dots, N - W$, где W - параметр окна.

Представим выход системы в виде вектора длины NM :

$$\mathbf{y}^T(k) = (y_1(k), \dots, y_1(k+W-1), \dots, y_M(k), \dots, y_M(k+W-1)).$$

Выборочная ковариационная матрица последовательности векторов выходного сигнала имеет вид:

$$\mathbf{R}_y = \frac{1}{N - W + 1} \sum_{k=0}^{N-W} \mathbf{y}(k) \mathbf{y}^*(k). \quad (41)$$

В соответствии с (34) при $N \rightarrow \infty$ эта матрица имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^* \cdot \sigma_x^2 + \mathbf{I} \cdot \sigma^2. \quad (42)$$

Т.к. \mathbf{R}_x имеет полный ранг, то нуль-пространство оператора \mathbf{H}_s может быть вычислено разложением по собственным векторам матрицы \mathbf{R}_y :

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{E} \cdot \text{diag} \{ \lambda_1^2 + \sigma^2, \dots, \lambda_{L+W}^2 + \sigma^2, \sigma^2, \dots, \sigma^2 \} \cdot \mathbf{E}^*,$$

где: \mathbf{E} - матрица собственных векторов.

Поскольку \mathbf{R}_y - эрмитова, можно показать, что при выполнении условий идентифицируемости теоремы Т.2 и выбора параметра $W=L+1$:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \|\mathbf{E}_n^* \mathbf{H}_s\|^2, \quad (43)$$

где: $\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{L+W+1}, \dots, \mathbf{e}_{MW}]$.

Как указано в [22,1], метод канального подпространства практически совпадает с методом взаимных корреляций для $M = 2$. Погрешность метода примерно равна погрешности метода МП. Метод подпространства также как и

другие методы, рассмотренные в данной главе, требует априорного знания длины канала.

2.4. Идентификация методом сглаживания наименьших квадратов.

Хотя рассмотренные выше методы обладают преимуществом быстрой сходимости им присущи некоторые трудности. Например, требуется определение длины канала, что может быть затруднительно. В [23] был предложен метод, основанный на сглаживании наименьших квадратов отсчетов наблюдаемого процесса.

Главная идея этого метода состоит в использовании изоморфной связи между входом и наблюдаемой областью. Входную последовательность x_k и наблюдаемые отсчеты y_k в отсутствии шума, можно представить в виде:

$$\mathbf{x}_t = [x_t, x_{t+1}, \dots] \quad (44)$$

$$\mathbf{Y}_t = [y(t), y(t+1), \dots]$$

$$\mathbf{X}_{t,w} = \text{span}\{\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-w+1}\} \quad (45)$$

$$\mathbf{Y}_{t,w} = \text{span}\{\mathbf{y}_t, \mathbf{y}_{t-1}, \dots, \mathbf{y}_{t-w+1}\}$$

где $\mathbf{X}_{t,w}$ и $\mathbf{Y}_{t,w}$ являются областями заполненными последними входным вектором и вектором наблюдения. Может быть показано, что когда канал является идентифицируемым, то существует w_0 такое, что:

$$\mathbf{X}_{l,w} = \mathbf{Y}_{l,w}, \quad \forall w > w_0 \quad (46)$$

Это подразумевает, что пространства входа и наблюдения идентичны.

Для простоты, рассмотрим случай когда $L = 3$. Мы имеем

$$\mathbf{Y}_t = \underline{\mathbf{h}}_0 \mathbf{x}_t + \mathbf{h}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{h}_2 \mathbf{x}_{t-2}$$

$$\mathbf{Y}_{t+1} = \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_{t+1} + \underline{\mathbf{h}}_1 \mathbf{x}_t + \mathbf{h}_2 \mathbf{x}_{t-1}$$

$$\mathbf{Y}_{t+2} = \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_{t+2} + \mathbf{h}_1 \mathbf{x}_{t+1} + \underline{\mathbf{h}}_2 \mathbf{x}_t$$

Мы определяем проекцию пространства Z которая удовлетворяет следующим двум условиям: 1) $\{\mathbf{y}_{t+2}, \mathbf{y}_{t+1}, \mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{y}_{t-2}\} \subset Z$ и 2) $\mathbf{y}_t \notin Z$. Изоморф-

ная связь между пространствами входа и наблюдения может быть записана в виде:

$$Z = \mathbf{Y}_{t,w} \cup \mathbf{Y}_{t+L,-w}, \quad (47)$$

где Z является пространством заполненным предыдущим и будущим наблюдениями. Сглаживание ошибки $\hat{\mathbf{Y}}_{t+i|Z}$ для \mathbf{Y}_i имеет следующую форму:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{t|Z} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{t+1|Z} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{t+2|Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_0 \\ \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{t|Z} = \mathbf{h} \hat{\mathbf{x}}_{t|Z}.$$

Вектор канала может быть получен из проекции матрицы ошибок \mathbf{E} , т.е.:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \max_{\|\mathbf{h}\|=1} \|\mathbf{h}^T \mathbf{E}\|^2 \quad (48).$$

Этот метод имеет привлекательную особенность, заключающуюся в возможности совместной оценки длины канала и коэффициентов канала.

3. Методы слепой идентификации скалярного канала.

Условия слепой идентифицируемости скалярного канала сформулированы в теореме Т.6 для случая детерминированной и в теоремах Т.7 и Т.8 для статистической идентификации.

Как мы уже отмечали выше, возможности детерминированной идентификации векторного канала существенно шире, чем скалярного канала. Жесткие ограничения возможностей слепой идентификации скалярного канала в детерминированном случае, сформулированные в теореме Т.6 существенно ограничивают возможности практического применения данных методов.

Однако векторный канал может быть организован путем избыточной дискретизации сигнала на выходе скалярного канала. При этом мы можем воспользоваться одним из эффективных методов слепой детерминированной идентификации, описанных в предыдущем разделе. Покажем условия, которые позволяют нам это сделать.

Представим (6) в виде:

$$y_k(l) = y(t) \Big|_{t=\frac{kT}{m}+lT} = \sum_{n=0}^{L-1} a_{n+l} h_n^{(k)} + v_l^{(k)}, \quad (49)$$

где:

$$h_n^{(k)} = h\left(\frac{kT}{m} + lT\right), \quad k = 0, \dots, m-1.$$

Если аппаратурная часть физического канала имеет полосу пропускания больше чем m/T , то отсчеты шума $\{v_l^{(k)}\}$ остаются некоррелированными.

В соответствии с Т.2 полиномы $h_0(z), \dots, h_{m-1}(z)$ не должны иметь общих корней. В каком случае выполняется данное условие при индуцировании векторного канала избыточной дискретизацией? Ответ на этот вопрос сформулируем в виде теоремы [24,6].

Теорема 9. Для того чтобы полиномы степени $L-1$ $h_0(z), \dots, h_{m-1}(z)$, полученные в результате разбиения полинома степени $mL-1$ $h(z)$ вида:

$$h(z) = \sum_{i=0}^{m-1} z^i h_i(z^m), \quad (50)$$

не имели общих корней необходимо и достаточно, чтобы полином $h(z)$ не имел равномерно распределенных корней на окружности с шагом $2\pi/m$.

Т.о. если вектор канала удовлетворяет ограничениям этой теоремы, то мы можем использовать методы идентификации векторного канала, естественно при выполнении ограничений Т.2 на входной сигнал.

3.1. Стохастические градиентные алгоритмы слепой коррекции.

Алгоритмы СОС для скалярного канала, как правило, используют статистические модели для информационного сигнала. Одними из первых алгоритмов СОС, нашедшими широкие приложения в различных приложениях ЦОС, являются стохастические градиентные алгоритмы слепой коррекции.

Если вектор канала нам известен и выполняются условия теорем Т.1 или Т.3, то мы можем построить обратный оператор (выравнивающий фильтр или эквалайзер) используя ту или иную стратегию регуляризации решения. Если теперь вектор канала неизвестен априори, то мы можем подбирать коэффициенты эквалайзера, так как это делается в адаптивном фильтре, чтобы минимизировать некий критерий качества работы эквалайзера, используя только сигналы на выходе этого фильтра. Такие эквалайзеры часто называют слепыми [1,2,6].

Ключевой момент в разработке слепого эквалайзера - это разработка правила регулировки параметров матрицы обратного оператора. Адаптация слепого эквалайзера требует использования некоторой специальной функции стоимости, которая, как правило, включает в себя статистики высокого порядка выходного сигнала эквалайзера.

Самый простой алгоритм в данном классе минимизирует средний квадрат ошибки между выходом эквалайзера и выходом двухстороннего ограничителя. Характеристики алгоритма зависят от того, насколько хорошо подобраны начальные параметры эквалайзера.

Впервые алгоритм прямого слепого выравнивания канала связи в цифровых системах с амплитудной модуляцией был предложен, по-видимому, Сато в 1975г. [25]. Алгоритм Сато был впоследствии обобщен Д. Годардом в 1980г. [26] для случая комбинированной амплитудно-фазовой модуляции (известен также как «алгоритм постоянных модулей»).

В целом подобные алгоритмы сходятся, когда выходная последовательность эквалайзера удовлетворяет свойству Базганга, т.е.:

$$\mathbf{M}\{y(l)y(l-k)\} = \mathbf{M}\{y(l)f(y(l-k))\}, \quad (51)$$

где: $f(\bullet)$ - функция стоимости. Поэтому эти алгоритмы называются также алгоритмами Базганга.

Сигнал ошибки адаптивного эквалайзера в данном случае формируется безинерционным нелинейным преобразованием выходного сигнала, вид которого, зависит от используемой сигнально-кодовой конструкции [2].

Существенным, для алгоритмов данного типа, является то, что входные сигналы в цифровых системах связи, как правило, негауссовы, а влияние канала, приводящее к наложению большого числа этих сигналов вследствие центральной предельной теоремы теории вероятностей, нормализует наблюдаемые отсчеты сигнала в приемнике. Поэтому сигнал ошибки в этих алгоритмах чувствителен именно к этим свойствам сигналов на выходе эквалайзера.

Базовое ограничение стохастических градиентных алгоритмов относительно медленная сходимость, требование достоверных начальных условий.

Отличительным достоинством данных алгоритмов является отсутствие требований к стационарности ИХ канала на интервале оценивания. Причем заметим, что абсолютное большинство алгоритмов слепой идентификации и коррекции, так или иначе, требуют такой стационарности.

Мы сформулируем общий подход к синтезу подобных алгоритмов, отличающихся по большому счету только критерием оптимальности и стратегией оптимизации нелинейного функционала.

В задачах слепого разделения источников и слепого обращения свертки идея стохастических градиентных алгоритмов слепой коррекции была впоследствии обобщена в методе контрастных функций [9].

В соответствии с этим подходом, если отсчеты входного сигнала независимы и имеют негауссово распределение, то найдется такая вещественная функция $q(\dot{x})$, стохастическая минимизация которой, обеспечивает в среднем однозначное решение задачи слепой идентификации системы (6). При этом эта функция должна удовлетворять следующим условиям:

- 1) $\mathbf{M}\{q(\dot{x})\}$ должна быть аффинным инвариантом;
- 2) $\mathbf{M}\{q(\dot{x})\} \geq 0$;

$$3) \mathbf{M}\{q(\tilde{x}_k)\} \leq \sum_i |\dot{g}_{i,k}|^2 \mathbf{M}\{q(\dot{x}_i)\}, \text{ где: } \dot{g}_{i,k} = \sum_l \dot{h}_{l,i} h_{k,l}^*.$$

В общем виде алгоритм слепого восстановления данного типа можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \left(\max_{\mathbf{H}^{-1}} \left(Q(\mathbf{H}^{-1} \mathbf{y}) \right) \right) \mathbf{y}, \quad (52)$$

где: $Q = \mathbf{M}\{q(\tilde{x}_i)\}$ – нелинейный функционал, $\tilde{\mathbf{x}}$ - восстановленный информационный сигнал.

Выбор контрастной функции неоднозначен, и диктуется особенностями задачи. Фактически контрастная функция является критерием качества решения задачи восстановления сигнала или изображения. Частными случаями данного подхода является алгоритм максимального правдоподобия (МП), алгоритм минимума энтропии (МЭ), метод кумулянтных функций, алгоритмы Базганга.

Метод максимального правдоподобия

Пусть комплексные отсчеты восстанавливаемого изображения независимы и имеют негауссово распределение. Тогда их совместная плотность вероятности имеет вид:

$$p_x(\mathbf{x}) = \prod_i p_i(\dot{x}_i) \quad (53)$$

Без потери общности будем полагать, что оператор \mathbf{H} обратим. Тогда в отсутствие шумов функционал правдоподобия отсчетов наблюдаемого сигнала можно записать в виде:

$$L(\mathbf{y} | \mathbf{H}^{-1}) = \sum_i \log(p_i(\tilde{x}_i(\mathbf{y}))) + \log(J(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1})), \quad (54)$$

где: $\tilde{x}_i(\mathbf{y})$ - координатные функции, $J(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1})$ - якобиан отображения \mathbf{H}^{-1} .

Отсутствие аддитивного шума в рассматриваемой модели с одной стороны является существенным упрощением алгоритма, с другой стороны не явля-

ется, как правило, критичным моментом для алгоритмов слепой коррекции, которые, как правило, работоспособны только при малых шумах. Алгоритмы, основанные на использовании статистики шума, в контексте стратегии МП рассматриваются в следующем параграфе.

Поскольку \mathbf{H}^{-1} линейный оператор и восстанавливаемый сигнал может иметь в принципе любой постоянный комплексный множитель, то мы можем положить, что $J(\mathbf{y}, \mathbf{H}^{-1}) = J(\mathbf{H}^{-1}) = 1$, тогда алгоритм максимального правдоподобия можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \left(\max_{\mathbf{H}^{-1}} \left(\sum_i \log(p_i(\tilde{x}_i(\mathbf{y}))) \right) \right) \cdot \mathbf{y} \quad (55)$$

Если мы предположим эргодичность восстанавливаемого сигнала, то для достаточно большого числа отсчетов внутри фрагмента асимптотически получим алгоритм восстановления в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \left(\min_{\mathbf{H}^{-1}} \left(\mathbf{M} \left\{ \log \left(\frac{1}{p_x(\tilde{x}_i(\mathbf{y}))} \right) \right\} \right) \right) \cdot \mathbf{y} \quad (56)$$

Т.о. метод максимального правдоподобия является частным случаем метода контрастных функций, а именно когда контрастная функция $q(\tilde{x}) = \log(p_x(\tilde{x}))$.

Функционал качества в этом случае можно записать в виде:

$$Q = D_{KL}(\hat{x} \parallel \tilde{x}) + H(\tilde{x}), \quad (57)$$

где:

$$D_{KL}(x \parallel y) = \int p_x(z) \log(p_x(z)/p_y(z)) dz,$$

$$H(x) = - \int p_x(z) \log(p_x(z)) dz,$$

$D_{KL}(\hat{x} \parallel \tilde{x})$ - расстояние Кульбака-Лейблера, между распределением вероятности отсчетов восстанавливаемого и истинного информационных сигналов, $H(\tilde{x})$ - энтропия восстановленного изображения по Шеннону.

Метод минимума энтропии

В методе минимума энтропии используется несколько отличная от метода максимального правдоподобия идея выбора контрастной функции или функционала качества.

Если отсчеты истинного сигнала имеют негауссово распределение, то любая их линейная комбинация дает случайную величину, распределение которой асимптотически приближается к гауссовому, вследствие центральной предельной теоремы.

Тогда функционалом качества может быть расстояние Кульбака-Лейблера, между распределением вероятности отсчетов восстанавливаемого изображения и некоторой гауссовой случайной величины:

$$Q = H(\tilde{x}) - \log\left(\sqrt{2\pi e \mathbf{M}\{\tilde{x}|^2\}}\right), \quad (57)$$

или для нормированных данных:

$$Q = H(\tilde{x}). \quad (58)$$

При этом контрастная функция $q(\tilde{x}) = \log(p_{\tilde{x}}(\tilde{x}))$.

Подобный подход был, по-видимому, впервые использован в задачах сейсмологии Уидженсом [29]. Применительно к задаче фокусировки изображений радиолокаторов с синтезированной апертурой возможность использования данного метода обсуждалась в [30], см. также [6,59].

Различные модификации кумулянтных методов можно получить, разложив в степенной ряд контрастные функции методов МП или МЭ, при этом для стационарных сигналов обычно используются комбинации кумулянтов выше 2-го порядка.

Основное отличие методов МП и МЭ в том, что для вычисления значения функционала качества в первом случае требуется знание априорного распределения вероятности отсчетов истинного сигнала, а во втором апостериорного распределения вероятности отсчетов восстанавливаемого изображения.

Если априорное распределение нам неизвестно, то использование метода минимума энтропии более предпочтительно, поскольку мы естественно имеем

выборку отсчетов восстанавливаемого изображения и можем оценить по ним значение энтропии.

Для формирования контрастной функции в этом случае можно использовать оценку плотности вероятности комплексных отсчетов информационного сигнала в виде:

$$\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im}) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \mu(x_{re} - \text{Re}(\tilde{x}_i)) \mu(x_{im} - \text{Im}(\tilde{x}_i)), \quad (59)$$

где: $\mu(x)$ - положительная функция окна, такая что $\int \mu(x) dx = 1$.

Данная оценка плотности вероятности случайной величины по наблюдаемой выборке предложено в [27].

Оценка энтропии может быть далее получена в виде:

$$\hat{H}(\tilde{x}) = - \iint \hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im}) \log(\hat{p}_{\tilde{x}}(x_{re}, x_{im})) dx_{re} dx_{im}. \quad (60)$$

В [28] при решении задачи слепого разделения сигналов предложено в алгоритме МА использовать вместо шенонновского определения энтропии использовать понятие энтропии по Реньи $H_{\alpha}(\tilde{x})$:

$$H_{\alpha}(x) = \frac{1}{1-\alpha} \log \int p_x^{\alpha}(z) dz \quad (61)$$

В сочетании с оценкой (60) это может дать некоторое упрощение функционала Q .

Для построения алгоритма адаптации коэффициентов эквалайзера мы можем использовать хорошо разработанные в приложениях адаптивной фильтрации алгоритмы нелинейной оптимизации Ньютона или градиентного спуска.

При этом выбранная функция окна $\mu(x)$ должна иметь производную по крайней мере 1-го порядка. Тогда коэффициенты обратного фильтра $\hat{z}_{i,k}$ вычисляются в итерационном процессе, на каждом шаге которого вычисляются поправочные коэффициенты по следующей формуле:

$$\dot{z}_{i,k}^{s+1} = \dot{z}_{i,k}^s - \beta_s \left. \frac{\partial Q(\mathbf{z})}{\partial \dot{z}_{i,k}} \right|_{\dot{z}_{i,k}^s}, \quad (62)$$

где: $Q(\mathbf{z}) = \frac{1}{N} \sum_i q(\tilde{x}_i(\mathbf{z}))$.

Коэффициенты $\{\beta_s\}$ определяют скорость сходимости алгоритма и должны удовлетворять условию $Q(\mathbf{z}^{s+1}) < Q(\mathbf{z}^s)$.

3.2. Стохастические и детерминированные алгоритмы максимального правдоподобия.

Для систем связи, характеризующихся конечным алфавитом информационных символов, может оказаться оправданной идея использования классического метода максимального правдоподобия оценивания параметров сигнала на фоне шума. В этом случае мы используем априори известное стохастическое описание шума и информационного сигнала. Подобные методы классифицируются в литературе по СОС как стохастические алгоритмы максимального правдоподобия [21,31].

Поскольку информационный сигнал неизвестен, мы можем считать его случайным вектором с известным распределением. Положим для примера, что информационные символы принимают конечное число значений $\{x_1, x_2, \dots, x_K\}$ с равной вероятностью, а аддитивная помеха – белый гауссовский шум со спектральной плотностью N_0 , тогда алгоритм оценки канала будет иметь вид:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \max_{\mathbf{h}} \left\{ \sum_{i=1}^K \exp \left(-\frac{1}{N_0} \sum_l (y(l) - s(l | \mathbf{h}, x_i))^2 \right) \right\} \quad (63)$$

где: $s(l | \mathbf{h}, x_i) = \sum_{n=0}^{L-1} h(n)x(n-l)$.

Впервые применение данного алгоритма в системах связи рассмотрено в [31]. Максимизация функции правдоподобия (63) в общем случае трудная за-

дача, поскольку данная функция невыпуклая [31]. Однако сегодня известно достаточно большое число алгоритмов позволяющих получить оценки высокого качества (см. библиографию в [2], а также [21]). При выполнении условий регулярности и при хорошем начальном приближении данные алгоритмы сходятся (по крайней мере, в среднеквадратическом смысле) к истинному значению импульсной характеристики канала.

Детерминированная версия алгоритма не использует статистической модели для информационной последовательности. Другими словами вектор канала \mathbf{h} и информационный вектор \mathbf{x} подлежат одновременной оценке. Когда вектор шума гауссовский с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\sigma^2 \mathbf{I}$ МП оценка может быть получена нелинейной оптимизацией минимальных квадратов.

$$\{\hat{\mathbf{h}}, \hat{\mathbf{x}}\} = \arg \min_{\mathbf{h}} \left\{ \min_{\mathbf{x}} \left\{ \sum_l (y(l) - s(l | \mathbf{h}, \mathbf{x}))^2 \right\} \right\} \quad (64)$$

Совместная минимизация функции правдоподобия по вектору канала и информационным отсчетам еще более трудная задача чем (63). К счастью наблюдаемый вектор линейная функция относительно вектора данных или вектора канала, заданная тёмплицевой или ганкелевой матрицей. Поэтому мы имеем нелинейную проблему наименьших квадратов, которую мы можем решить последовательно.

Свойство конечного алфавита информационной последовательности, может также использоваться в рамках детерминированного МП подхода. Такой алгоритм предложен в [32] и использует обобщенный алгоритм Витерби [21]. Сходимость данных подходов в общем случае не гарантирована.

Несмотря на то, что МП оценки обычно обеспечивают лучшие характеристики, вычислительная сложность и локальные максимумы их две основные проблемы.

3.3. Алгоритмы слепой идентификации, основанные на методе моментов.

Этапом в развитии методов слепой обработки сигналов стало использование статистик высокого порядка для идентификации каналов, входные сигналы которых описываются моделью стационарных негауссовских случайных процессов [15,21]. В рамках данных методов, как правило, удается найти явное решение для неизвестного вектора канала. Одним из самых популярных подходов в данном классе – это использование статистик высших порядков (полиспектров). Суть данного подхода в использовании соотношений, связывающих полиспектры входного и выходного случайных процессов. Полагая статистики входного процесса известными, полученные уравнения для неизвестной передаточной функции канала легко разрешимы. Поскольку энергетический спектр стационарного случайного процесса не содержит информацию о фазе передаточной функции используют статистики 3-го или 4-го порядка (биспектр или триспектр), которые такую информацию сохраняют [15].

Общими недостатками методов данного типа является то, что оценки, полученные в рамках метода моментов не являются наилучшими среди всех оценок в смысле их асимптотической эффективности, при этом точность этих оценок, как правило, не может быть увеличена. Однако возможность получения оценки импульсной характеристики канала в явном виде, отсутствие требований к знанию вероятностных распределений, вычислительная простота, делают данный подход весьма привлекательным в практическом смысле.

Использование статистик 2-го порядка [1,2,20,22-24,33,34] для слепой идентификации скалярного канала возможно в целом для нестационарной модели входного сигнала и в частном случае периодически-коррелированного (циклостационарного) сигнала.

Возможность слепой идентификации в случае циклостационарности сигнала на выходе была показана в [33], для принудительной циклостационарной модуляции сигнала на входе в [35,57,58], в общем случае для нестационарного входа было показано в [36].

Идентификация по циклическому спектру

Рассмотрим отсчеты наблюдаемого сигнала $y(t)$, взятые через интервал T/m (44). Тогда корреляционная функция этих отсчетов

$r_y(n, k) = \mathbf{M} \{y(n)y^*(n-k)\}$ является периодической функцией по индексу n с некоторым периодом m .

Алгоритм статистической слепой идентификации канала, основанный на данном свойстве наблюдаемых сигналов в системах связи, описан в [24] и выводится из следующих рассуждений.

Пусть $S_y(n, z)$ z -преобразование отсчетов корреляционной функции $r_y(n, k)$ вида:

$$S_y(n, z) = \sum_k r_y(n, k) z^{-k}. \quad (65)$$

Пусть $\{S^{(k)}(z)\}$ компоненты дискретного преобразования Фурье от $S_y(n, z)$. Тогда можно получить [16]:

$$S_y^{(k)}(z) = h(z) h^* \left[\frac{1}{z^*} \exp\left(j \frac{2\pi k}{m}\right) \right], \quad (66)$$

Если $h(z)$ не имеет нулей в точках $\exp(j2\pi k/m)$, что является эквивалентом условию отсутствия общих нулей в модели векторного канала (Г.2), то мы можем идентифицировать канал, заметив что, для любых k_1 и k_2 можно записать соотношение типа (11) в виде:

$$S_y^{(k_1)}(z) h^* \left[\frac{1}{z^*} \exp\left(jk_2 \frac{2\pi}{m}\right) \right] - S_y^{(k_2)}(z) h^* \left[\frac{1}{z^*} \exp\left(jk_1 \frac{2\pi}{m}\right) \right] = 0.$$

Практический алгоритм оценивания канала может быть получен из следующего уравнения оптимизации по методу наименьших квадратов:

$$\hat{h}(z) = \arg \min_{h(z)} \sum_{k_1 \neq k_2} \left\| \begin{array}{c} \hat{S}_x^{(k_1)}(z) h^* \left[\exp\left(jk_2 \frac{2\pi}{m}\right) \frac{1}{z^*} \right] \\ - \hat{S}_x^{(k_2)}(z) h^* \left[\exp\left(jk_1 \frac{2\pi}{m}\right) \frac{1}{z^*} \right] \end{array} \right\|^2. \quad (67)$$

Недостаток этого алгоритма это то, что он использует оценку ковариационной матрицы. Это означает, что даже когда шум отсутствует, присутствует ошибка оценивания для выборки конечного размера.

Идентификация по нестационарному спектру

Пусть модель системы может быть описана в виде:

$$y_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l g_{l+k} x_{l+k} + v_k, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (68)$$

где: $h_l, l = 0, \dots, L-1$ - импульсная характеристика канала связи;
 $g_i, i = 0, \dots, N+L-2$ - модулирующая последовательность;
 $x_i, i = 0, \dots, N+L-2$ - информационная последовательность. Если g_i - периодическая, то мы имеем циклостационарную модель системы.

Как было показано в [36] для идентификации канала с нестационарным входом необходимо решить алгебраическое уравнение для спектральных моментов. Например, для спектральных моментов 2-го порядка:

$$\begin{aligned} \dot{F}_{yy}(m, n) &= \dot{H}(m)H^*(n)\dot{F}_{xx}(m-n) + \dot{F}_{vv}(m-n) \\ \dot{F}_{xx}(m) &= \sum_{k=0}^{N-1} g_k^2 \exp\left(-j \frac{2\pi km}{N}\right) \\ \dot{F}_{vv}(m) &= N_0 \delta(m) \end{aligned} \quad (69)$$

где: $\dot{H}(m)$ - передаточная функция канала, $n = 0, \dots, N-1$, $m = 0, \dots, N-1$.

Спектральные моменты второго порядка в (69) определяется, как:

$$\dot{F}_{xy}(m, n) = \mathbf{M} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \exp\left(-j \frac{2\pi km}{N}\right) \sum_{k=0}^{N-1} y^*(k) \exp\left(j \frac{2\pi kn}{N}\right) \right\}. \quad (70)$$

В (69) мы полагаем известными спектральные моменты информационной последовательности и шума, а спектральный момент последовательности отсчетов на выходе канала оценивается непосредственно по наблюдаемым реализациям.

Алгоритмы решения уравнения (69) относительно неизвестной передаточной функции канала можно получить из предположения, что это уравнение справедливо для оценки $\hat{F}_{yy}(n, m)$.

Тогда легко получить решение в аналитическом виде, положив в (69) $n=0$. При соблюдении условия $|\dot{F}_{xx}(m)| \neq 0$:

$$\hat{H}(m) = \frac{\hat{F}_{yy}(m, 0) - N_0 \cdot \delta(m)}{|\dot{F}_{xx}(m)|^2} \cdot F_{xx}^*(m). \quad (71)$$

Весьма эффективный алгоритм, не требующий априорного знания спектрального момента информационной последовательности и дающий оценку передаточной функции канала с точностью до комплексного множителя и линейного фазового набега можно получить, положив в (69) $n=m+1$ (предложен в [37]).

$$\hat{H}(m) = \sqrt{|\hat{F}_{yy}(m, m) - N_0|} \cdot \exp\left(j \left(\sum_{i=0}^m \arg(\hat{F}_{yy}(i, i+1)) \right)\right) \quad (72)$$

Следующий алгоритм [6] минимизирует средний квадрат ошибки между аналитическим и выборочным решением уравнения (69) при условии нормировки энергии передаточной функции к единице и естественно при соблюдении условия $|\dot{F}_{xx}(m)| \neq 0$.

$$\hat{H}(m) = \arg \min_H \left(\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left| \frac{\hat{F}_{yy}(m, n) - N_0 \delta(m-n)}{|\dot{F}_{xx}(m-n)|^2} F_{xx}^*(m-n) - \hat{H}(m) \hat{H}^*(n) \right|^2 \right) \quad (73)$$

Известно, что решением в данном случае является собственный вектор эрмитовой матрицы, элементы которой соответствуют аналитическому решению, соответствующий максимальному собственному числу.

Погрешность оценки произвольной передаточной функции канала при использовании перечисленных алгоритмов для гауссова случая может быть

оценена сверху как дисперсия оценки передаточной функции неискажающего канала:

$$D\{\tilde{H}(m)\tilde{H}^*(n)\} = \frac{1}{M} \left(1 + \frac{1}{TFR(m-n)^2} \right) \left(\frac{1}{(N+L)^2} + \frac{1}{SNR^2} \right), \quad (74)$$

где: M – число реализаций, $TFR(m)$ – отношение $|F_{xx}(m)|/|F_{xx}(0)|$, SNR – отношение сигнал шум, определенное как $|F_{xx}(0)|/N_0$.

4. Основные приложения методов слепой идентификации

В практике радиотехнических систем передачи информации, рассчитанных на высокоскоростную передачу через каналы с различного вида рассеянием, ИХ радиоканала, как правило, не известна с достаточной точностью для возможности синтеза оптимальных модуляторов и демодуляторов.

Причем в радиоканалах ИХ как правило нестационарны. К числу таких каналов относятся каналы ионосферной радиосвязи в диапазоне частот 3 – 30 МГц, каналы радиосвязи с тропосферным рассеянием в диапазоне частот 300 – 3000 МГц и в полосе частот 3000 – 30000 МГц, каналы космической связи с ионосферным рассеянием в диапазоне частот 30 – 300 МГц [21].

В системах подвижной радиосвязи в диапазоне от 1000 – 2000 МГц многолучевой характер распространения сигнала вызван в основном переотражениями радиоволн от зданий и сооружений, особенностей рельефа. Подобные эффекты возникают и в подводных акустических каналах [21].

В системах цифровой транкинговой связи, использующих TDMA, системах удаленного радиодоступа, локальных офисных радиосетях каналы также характеризуются существенным временным рассеянием и замираниями [38].

Тенденции развития современных систем связи характеризуются все более ужесточающимися требованиями к максимальному использованию объема канала. В системах последовательной передачи дискретных сообщений по каналам, характеризующимся возникновением эффекта межсимвольной интерференции, оценка рассеяния с помощью тестирования канала испытательным

импульсом - ключевая технология реализации эквалайзеров различного типа [2,21]. Однако время (от 20% до 50%), затрачиваемое на тестирование канала, все более привлекательный ресурс для модернизации стандартов TDMA, особенно в системах подвижной радиосвязи (например, в стандарте GSM примерно 18% информационного кадра используется для передачи испытательного импульса) [38]. Альтернативой тестированию канала в этих системах является использование методов слепой обработки сигналов.

Априорная неопределенность в рассматриваемом контексте может возникать не только вследствие прохождения информационных сигналов систем передачи через неизвестный искажающий канал, но и в случаях неизвестной структуры и параметров тестовых сигналов, используемых в системе передачи. Подобная проблема может возникнуть в задачах радиоразведки и радиоконтроля.

Методы СОС могут найти эффективные приложения в хаотических системах связи. В последние годы большой интерес исследователей в области связи вызывает возможность использования шумовых сигналов. По некоторым оценкам подобные системы могут обеспечить скорости передачи в радиоканале до 1 Гбит/с (сегодня экспериментально достигнутый уровень скорости передачи составляет десятки Мбит/с).

Основная идея здесь, это использование шумового (хаотического) сигнала в качестве несущего колебания системы передачи информации (т.н. прямо-хаотические системы связи [40]).

Информация вводится в хаотический сигнал с помощью амплитудной модуляции шумового сигнала или путем изменением параметров источника детерминированного хаоса. Поэтому использование специального тестового сигнала в этих системах становится нецелесообразным.

В тоже самое время специфика формирования, излучения и распространения сверхширокополосных сигналов, возникающих в хаотических системах связи, приводит к возникновению существенных линейных и нелинейных ис-

кажений сигналов, компенсация которых составляет проблематику, решаемую в рамках СОС.

Сходные проблемы могут возникать, например, в спутниковых системах глобальной радионавигации. Радиосигнал от пригоризонтных космических аппаратов может приходиться к наземному подвижному объекту не только прямым путем, но и за счет зеркального отражения от земной поверхности. При этом погрешности измерения псевдодальностей, обусловленные многолучевостью, могут достигать в худшей ситуации 3-9 м, т.е. будут составлять 10-30% общей погрешности измерения [39]. Помимо многолучевости, при увеличении точности измерения, в этих системах может стать актуальной также проблема компенсации рассеяния широкополосных сигналов в ионосфере. Применение методов СОС в данном случае может стать насущной проблемой.

В задачах цифрового телевидения линейные искажения возникают в результате передачи телевизионного сигнала по радиоканалу, характеризующемуся переотражениями от элементов рельефа или городской застройки, а также в результате ограничения полосы пропускания в аналоговых системах записи и хранения телевизионного сигнала. Использование специальных испытательных сигналов в данном случае существенно снижает скорость передачи информации, и отдалает перспективу появления систем цифрового телевидения, использующих стандартные радиодиапазоны для трансляции цифрового телевизионного сигнала.

Т.о. в задачах разработки радиотехнических систем передачи информации по радиоканалам, характеризующимся существенным рассеянием и замираниями разработка эффективных методов СОС позволяет повысить пропускную способность систем, использующих различного вида методы тестирования канала. В данном случае слепая идентификация канала является альтернативной технологией и разработчику должны быть предоставлены возможности оптимизации основных параметров системы: скорость передачи, достоверность, стоимость.

В современной радиолокации использование для зондирования все более широкополосных электромагнитных импульсов напрямую связано с увеличением временной разрешающей способности и, следовательно, информативности этих систем.

Однако влияние тракта и среды распространения радиоволн возрастает пропорционально полосе частот используемых сигналов, что часто приводит к потере когерентности системы. Особенно этот эффект существенен для сверхширокополосной радиолокации [42-44].

Задачу слепой обработки сигналов в данном случае можно сформулировать как проблему оптимального когерентного приема неизвестных сигналов отраженных от протяженного объекта конечных размеров.

Такая проблема возникает в частности, при активной радиолокации космических объектов через атмосферу Земли в РЛС противовоздушной и космической обороны, системах предупреждения о ракетном нападении. Помимо военного применения подобные РЛС используются в задачах контроля за космическим «мусором», который за 40 лет космической эры заполняя околоземное космическое пространство, создает все большие проблемы для космической деятельности человечества.

В этом случае пачка зондирующих сигналов РЛС, проходя туда и обратно через атмосферу получает искажения, вызванные частотной зависимостью коэффициента преломления ионосферы и поляризационной дисперсией, возникающей вследствие эффекта Фарадея. Масштабы влияния данного эффекта рассмотрены в [42]. В соответствии с этими данными существенные дисперсионные искажения радиосигнала возникают уже в S диапазоне и быстро возрастают при увеличении полосы частот и длины волны.

Во всех этих задачах для восстановления коэффициента обратного рассеяния мы должны точно знать форму зондирующего импульса РЛС. В тоже время при распространении зондирующего импульса его форма меняется при прохождении через атмосферу и приёмный тракт.

В этом случае для восстановления коэффициента обратного рассеяния лоцируемого объекта мы имеем задачу слепой идентификации скалярного или векторного радиолокационного канала. Причем в отличие от приложений слепой идентификации в системах связи, где практически всегда можно использовать технику испытательных импульсов для идентификации неизвестного канала, в радиолокации подобный подход практически невозможен.

Аналогичные проблемы возникают в радиолокационных системах с синтезированием апертуры (РСА). Эффект деградации пространственного разрешения радиолокационных изображений (расфокусировка) возникает в этих системах вследствие погрешности траекторных измерений, влияния среды распространения, движения цели. В данном случае в отличие от моделей, рассматриваемых выше, мы имеем дело с двумерными комплексными сигналами.

Задача автоматической фокусировки изображений радиолокаторов с синтезированной апертурой стала актуальной в связи с повышением пространственного разрешения авиационных РСА до уровня единиц метров в конце 80-х и первой половине 90-х годов. Проблема была вызвана тем, что навигационные системы самолета или космического аппарата не могли с необходимой точностью обеспечить измерение траектории перемещения фазового центра антенны РСА, что как известно является необходимым условием получения высокого пространственного разрешения.

Качественно, процесс формирования радиолокационных изображений в РСА показан на Рис.1.

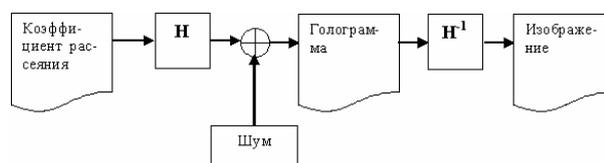


Рис.1. Формирование изображения в РСА.

В целом задача формирования радиолокационных изображений относится к классу обратных задач. Неопределенность относительно одного или не-

скольких параметров псевдообратного или регуляризирующего оператора \mathbf{H}^{-1} и составляет существо проблемы параметрической фокусировки радиоизображений [45,46].

В такой постановке проблема в большинстве случаев была успешно решается использованием алгоритмов цифровой автофокусировки изображений РСА. В большинстве случаев, эти алгоритмы обеспечивают достижение заданного уровня разрешения, однако, в случае, когда РСА устанавливается на летательных аппаратах легкого класса (малая авиация, вертолеты, беспилотные самолеты), вариации параметров фокусировки становятся сравнимы с интервалом синтеза апертуры. В этом случае получение заданного уровня разрешения требует использования более адекватных моделей траекторного сигнала и более эффективных алгоритмов автофокусировки.

В отличие от задачи параметрической фокусировки, когда неизвестны один или несколько параметров траекторного сигнала; в задаче непараметрической фокусировки приходится восстанавливать неизвестный оператор \mathbf{H}^{-1} в целом [3,4].

Задача непараметрической фокусировки (слепой идентификации) возникает в основном вследствие эффектов распространения сигналов РСА в атмосфере [4] и характерна в большей степени для РСА космического базирования и авиационных РСА, уровень пространственного разрешения которых достигает единиц сантиметров и требует использования сверхширокополосных сигналов. Разработка эффективных алгоритмов слепой идентификации в данном случае обеспечивает прогресс космического дистанционного зондирования Земли в длинноволновых диапазонах (P, UHF, VHF) [60].

В системах радиоразведки и системах радиоэлектронной борьбы и радиопротиводействия актуальной является проблема слепого разделения источников радиоизлучения, адаптации диаграмм направленности активных фазированных решеток к создаваемой противником помеховой обстановки.

Возникновение слепой проблемы здесь связано с отсутствием априорной информации о координатах источников, их ориентации относительно антенны радиотехнического устройства и соответственно отсутствие информации о коэффициентах смешивающей матрицы в (2) или (3).

Т.о. в радиолокации решение слепой проблемы является во многих случаях безальтернативной технологией достижения высоких тактико-технических характеристик, является порой единственной возможностью для освоения новых частотных диапазонов и уровней разрешающей способности, повышения обнаружительных характеристик и в целом информативности радиолокационных систем.

Одной из характерных особенностей постановки слепой проблемы в данных условиях является отсутствие априорной статистической информации о наблюдаемом объекте, что создает дополнительные ограничения для существующих методов слепой идентификации и коррекции.

Задача компенсации искажений в системах формирования изображений является одним из самых массовых приложений СОС. В отличие от активной радиолокации коррекция линейных искажений изображений различного происхождения (радиометрических, радиоастрономических, оптических, акустических, рентгеновских, инфракрасных) это задача восстановления двумерного, пространственно ограниченного, неотрицательного сигнала [47], искаженного линейным оператором.

Источники линейных искажений это, например дефокусировка объектива оптической системы формирования изображения, скоростной сдвиг (смаз) изображения вследствие движения объекта в процессе экспозиции, различного рода дифракционные ограничения (т.е. ограничение пространственного спектра изображения регистрирующим устройством), влияние среды распространения (например, атмосферная турбулентность).

Часто исследователю известна форма импульсной характеристики искажающего изображение канала [47,48], тогда коррекция изображения может

быть осуществлена линейным оптимальным или субоптимальным фильтром, построенным в соответствии с той или иной стратегией регуляризации.

Слепая коррекция изображений (blind image deconvolution) задача, возникающая в случае отсутствия априорной информации об ИХ канала формирования. Особенно актуальна задача слепой коррекции линейных искажений изображений в задачах дистанционного зондирования Земли, астрономии, медицине.

Возможности слепой идентификации скалярных двумерных каналов несколько шире, чем одномерных. Это обстоятельство отмечалось в литературе [50] и исторически привело к более интенсивному внедрению методов слепой обработки в данном случае.

Хорошо известно, например, что ковариационные функции стационарного процесса на выходе линейной системы не содержат информации о фазе её передаточной функции, и слепая идентификация канала по модулю передаточной функции возможна только для узкого класса систем с минимальной фазой.

Интересно, что для дискретных случайных полей это, вообще говоря, не так. Т.е. для двумерных дискретных сигналов возможности восстановления фазы по модулю передаточной функции значительно шире. Этот несколько неожиданный результат был получен методом математического моделирования Фьенапом в 1978г. (см. обзор [49]).

Объяснение этому факту заключается в том, что в кольце полиномов от двух и более переменных над полем комплексных чисел существует достаточно мощное множество неприводимых полиномов в отличие от кольца полиномов от одной переменной где, как известно, не существует неприводимых полиномов, степень которых больше 1.

Поэтому если двумерный дискретный сигнал имеет z -преобразование, неразложимое на более простые множители, то очевидно используя единственность факторизации многочлена на неприводимые множители мы можем

восстановить дискретный сигнал по его автокорреляции или что эквивалентно по его амплитудному спектру [50].

Естественно, что данное свойство двумерных сигналов можно использовать и для решения задачи детерминированной слепой идентификации канала формирования изображения.

Конечно, практическое применение подобного подхода существенно ограничено сложностью процедуры факторизации полиномов от многих переменных и наличием шума.

Алгоритм, имеющий некоторое практическое значение и основанный на свойстве неприводимости полиномов (21) известен как алгоритм «нулевого листа» был предложен в [51]. Алгоритм использует свойства поверхностей, точки которых являются корнями полиномов канала и истинного изображения.

Дополнительным некоторым ограничением области применения данного подхода является использование предположения о пространственной ограниченности сигналов.

Помимо свойств z -преобразований от сигналов конечной протяженности для слепой идентификации используются также неотрицательность истинного изображения, различные параметрические модели (см. обзор [48]).

Т.о. в задачах цифровой обработки изображений эффективное решение слепой проблемы является во многих случаях необходимым, безальтернативным этапом предварительной, первичной обработки, обеспечивающим возможности последующего анализа.

Биомедицинские компьютерные технологии являются классическим приложением методов слепого разделения источников.

Возможности цифровой обработки электрокардиограмм, энцефалограмм, электромиограмм, магнитоэнцефалограмм существенно расширили возможности диагностики широкого класса заболеваний.

Особенностью применения данных методов является необходимость разделения сигналов изучаемых органов от шумов различного происхождения и мешающих сигналов (например, разделение кардиограмм матери и ребенка).

В этих технологиях находят своё прямое применение методы слепого разделения источников и анализа независимых компонент. Модели наблюдаемых сигналов, используемые в этих приложениях, описываются выражениями (2) и (3) [5].

Проблема распознавания речи ключевая задача во многих областях робототехники и кибернетики. Технологии распознавания речи могут использоваться для управления действием различного рода машин и механизмов, ввода и поиска данных в компьютере и т.п.

В системе регистрации звуковой информации, доступный для распознавания сигнал это свёртка первоначального речевого сигнала и импульсной характеристики датчика и окружающей среды.

При этом параметры датчика также как и параметры среды изменяются чрезвычайно. Телефонные трубки различаются по степеням искажения, спектрального состава и уровня сигнала. Микрофоны изготавливаются разнообразными способами и расположены в различных позициях телефонной трубки, с отверстиями различных размеров, расположены в различных точках в пределах звукового поля вокруг рта. Устройство распознавания, которое хорошо подходит для одного специфического датчика в одной специфической среде, могло бы работать очень плохо в других условиях. Поэтому, желательно чтобы эти параметры не влияли на работу алгоритма распознавания. Слепая идентификация используется в данной задаче для восстановления первоначального речевого сигнала [1,5].

Борьба с реверберацией необходима, в тех случаях, когда первоначальный речевой сигнал искажён акустикой окружающей среды, т.к. акустика окружающей среды зависит от геометрии и материалов комнаты и местоположения микрофона.

Так как первоначальный речевой сигнал неразличим и акустика окружающей среды неизвестна, слепая идентификация может использоваться в адаптивной борьбе с реверберацией.

Одной из показательных задач иллюстрирующих проблематику слепого разделения независимых источников является т.н. проблема разделения нужного разговора на фоне других говорящих людей, музыки, посторонних шумов (cocktail party problem). Мы можем заметить, что наш мозг легко с этим справляется, в тоже время, для компьютера это очень сложная задача.

Прикладное значение эта проблема имеет, например, для разработки адаптивных систем прослушивания при записи звуковой информации на несколько микрофонов, установленных в помещении.

В задачах геологии, сейсмологических исследованиях используются технологии регистрации сигналов источников механических колебаний, как искусственного происхождения (закладка в шурф динамита), так и естественного (землетрясение). Эти сигналы используются для оценки коэффициентов отражения различных пластов земной коры.

Слепая проблема возникает здесь вследствие непредсказуемости и соответственно неопределенности формы возбуждающего импульса [1,5].

Заключение

Т.о. рассмотренные проблемы, возникающие в различных областях радиотехники и связи, а также других многочисленных приложениях обработки сигналов подтверждают тезис об актуальности задачи разработки новых методов СОС, расширения областей её приложений.

В представленном обзоре описаны далеко не все методы и алгоритмы, разработанные в данной области на сегодняшний день. Основное внимание уделено методам, основанным на статистиках 2-го порядка и алгоритмам детерминированной идентификации векторного канала. Вместе с тем цитируемая литература, и в частности обзоры [1,2,7,10,15,48] дают достаточно полную

картину современного состояния и перспектив развития области слепой обработки сигналов.

По мере накопления результатов в последние годы создались предпосылки для построения систематической теории решения «слепой проблемы».

Кроме того, для обеспечения возможности широкого внедрения методов СОС в радиотехнике требуют создания новых технологий СОС, характеризующихся высокой скоростью сходимости, обеспечивающих возможности слепой идентификации при отсутствии априорной информации о статистике информационного сигнала, обеспечивающих возможности идентификации нестационарного канала и нестационарных информационных сигналов.

Новый класс методов СОС потенциально обеспечивающий эффективное решение проблемы статистической идентификации в отсутствие априорной информации о статистике информационных сигналов может быть получен путем использования полиномиальных представлений сигналов.

В этом случае мы можем перенести решаемую задачу из обычно используемых комплексных векторных пространств в кольца полиномов от многих переменных со случайными коэффициентами и использовать интенсивно развивающиеся в последние годы методы коммутативной алгебры, алгебраической геометрии, компьютерной алгебры [6,52-56].

Литература

1. Abed-Meraim K., Hua W. Qiu, Y. Blind System Identification // IEEE Proceeding. - 1997. - vol.85. - P.1308-1322.
2. Tugnait J.K., Tong L., Ding Z. Single-user channel estimation and equalization. // IEEE Signal Processing Magazine. - 2000. - vol.17. - no.3. - P.17-28.
3. Goriachkin O.V., Kloovsky D.D. The some problems of realization spaceborne SAR's in P,UHF,VHF bands // Proceedings IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Hamburg, Germany, July 1999. - vol.2. – P.1271-1273.
4. Goriachkin O.V., Kloovsky D.D. Inverse Problems with Unknown Kernels in Microwave Remote Sensing // Proceedings of of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Orlando, Florida, USA, 2000, vol.7, 610-615p.

5. Cichocki A., Amari S. Adaptive blind signal and image processing. – John Wiley & Sons Ltd. - 2002.
6. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М.: Радио и связь, 2003. – 230с.
7. Cardoso J.-F. Blind signal separation: statistical principles // Proceedings of the IEEE. – 1998. - vol.9. - N10. - P.2009-2025.
8. Douglas S.C. Haykin S. On the Relationship Between Blind Deconvolution and Blind Source Separation // Proc. 31st Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, vol. 2, pp. 1591-1595, November 1997.
9. Comon P. Independent component analysis: a new concept? // Signal Processing. - 1994. – Vol. SP-36. – P. 287-314.
10. Hyvarinen A. Survey on independent component analysis // Neural computing surveys. - 1999. - N2. - P.94-128.
11. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. Красовского А.А. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
12. Abed-Meraim K., Cardoso J.-F., Gorokhov A.Y., Loubaton P., Moulines E. On subspace methods for blind identification of single-input multiple-output FIR systems. – IEEE Trans. Signal processing.- vol. 45.- 1997.- P.42-55.
13. Xu G., Liu H., Tong L., Kailath T. A least-squares approach to blind channel identification. – IEEE Trans. Signal Processing. - 1995. – Vol. SP-43, - N 12. – P. 2982-2993.
14. Serpedin E. Giannakis G. A simple proof of a known blind channel identifiability result // IEEE Trans. Signal Processing. - 1999. – Vol. SP-47, - N 2. – P. 591-593.
15. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // ТИИЭР. – 1987. - т.75, - №7. - С. 5-30.
16. Tong L., Perreau S. Blind Channel Estimation: From Subspace to Maximum Likelihood Methods // IEEE Proceedings. – 1998. - vol.86. - no.10 – P.1951-1968.
17. Gustafson F., Wahlberg B. Blind equalization by direct examination of the input sequences // IEEE Trans. on Communications. - 1995. – Vol. SP-43, - N 7. – P. 2213-2222.
18. Deneire L., Carvalho E. Identifiability conditions for blind and semi-blind multiuser multi-user multichannels // 9th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing, September 14-16.- 1998.
19. Huang D. Gustafsson F. Sufficient output conditions for identifiability in blind equalization // IEEE Trans. on Communications. - 1999. – Vol. SP-47, - N 2. – P. 191-194.

20. Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of blind identification of multiple FIR channels // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol. 44, Mar. – 1996. - P.661-672.
21. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / под ред. Д.Д. Кловского. – М. Радио и связь. 2000. – 800с.
22. Moulines E., Duhamel P., Cardoso J.-F., Mayrargue S. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters // IEEE Trans. on Signal Processing. – 1995. - vol. 43. - No. 2. - pp. 516-525.
23. Tong L., Zhao Q. Blind channel estimation by least squares smoothing // in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing, Seattle, WA.-1998.-vol.5.-P.2121-2124.
24. Liu H., Xu G., Tong L., Kailath T. Recent Developments in Blind Channel Equalization: From Cyclostationarity to Subspaces // Signal Processing. – 1996. - vol.50. - P.82-99.
25. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems // IEEE Trans. on Communications. – 1975. - vol. 23, - P.679-682.
26. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // IEEE Trans. on Communications. – 1980. - vol.28. - no.11. - P.1867-1875.
27. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode // Time Series Analysis Papers, Holden-day, Inc., CA. - 1967.
28. Hild II K.E., Erdogmus D., Principe J.C. Blind source separation using Renyi’s mutual information // IEEE Signal processing letters. - 2001. - vol.8. - no.6. - P.174-176.
29. Wiggins R.A. Minimum entropy deconvolution // Geoplotting. – 16. - 1978.
30. Prati C. Autofocusing synthetic aperture radar images // SEP-57. – 1992. - P.441-456.
31. Kaleh G.K., Valler R. Joint parameter estimation and symbol detection for linear or non linear unknown dispersive channels // IEEE Trans. Telecommunication. – 1994. - vol.42. - P.2406-2413.
32. Seshadri N. Joint data and channel estimation using fast blind trellis search techniques // IEEE Trans. Telecommunication. – 1994. - vol.42. - P.1000-1011.
33. Tong L., Xu G., Kailath T. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels // Proc. of the 25th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Nov.1991. - P.856-860.
34. Moulines E., Duhamel P., Cardoso J.-F., Mayrargue S. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters // IEEE Trans. on Signal Processing. – 1995. - vol. 43. - No. 2. - pp. 516-525.

35. Serpedin E., Giannakis G.B. Blind channel identification and equalization with modulation induced cyclostationarity // Proc. CISS, Baltimore, MD, Mar. 1997. -vol.II. - P.792-797.
36. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Blind Channel Identification with Non-Stationary Input Processes // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, July 22-25, 2001, Orlando, Florida, USA. - vol.XVIII. – P.386-388.
37. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. New Method for Wideband Low Frequency SAR Data Processing // Proc. Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark. - vol. 2. - P.147-154.
38. Карташевский В.Г., Семенов С.Н., Фирстова Т.В. Сети подвижной связи. – М.: ЭКО-ТРЕНДЗ, 2001. – 299с.
39. Волков Н.М., Иванов Н.Е., Салищев В.А., Тюбалин В.В. Глобальная навигационная спутниковая система "ГЛОНАСС" // Успехи современной радиоэлектроники. - 1997. - №1.
40. Дмитриев А.С. Широкополосные и сверхширокополосные прямохаотические системы связи // Сборник «Сверхширокополосные системы в радиолокации и связи: Конспекты лекций». – Муром: Издательско-полиграфический центр МИ ВлГУ. - 2003. – 110 с.
41. Gardner W.A. A new method of channel identification // IEEE Trans. on Communications. - 1991. – Vol. 39, - N 6. – P. 813-817.
42. Кретов Н.В., Рыжкина Т.Е., Федорова Л.В. О дисперсионных искажениях широкополосных сигналов в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – 1991. - т.36. - вып.1. - С.1-6.
43. Костылев А. А. Идентификация радиолокационных целей при использовании сверхширокополосных сигналов: методы и приложения // Зарубежная радиоэлектроника. - 1984. - № 4. - С. 75.
44. Стадник А. М., Ермаков Г.В. Искажения сверхширокополосных электромагнитных импульсов в атмосфере земли // Радиотехника и электроника. - 1995. - Т.40. - № 7. - С. 1009.
45. Oliver C.J. Synthetic-aperture radar imaging // J. Phys. D:Appl. Phys. 22. - 1989. - P.871-890.
46. Blacknell D., Freeman A., White R.G., Wood J.W. The prediction of geometric distortions in airborne synthetic aperture radar imagery from autofocus measurements // IEEE Tr. -Ge-25. - no.6. -1987. - P.775-782.

47. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А.Сойфера. – М.: Физматлит, 2001. – 784 с.
48. Kundur D., Hatzinakos D. Blind Image Deconvolution: An Algorithmic Approach to Practical Image Restoration // IEEE Signal Processing Magazine. – 1996. - №4. – P.1-42.
49. Бакалов В.П., Киреенко О.В., Мартюшев Ю.Ю., Матвеева О.И. Восстановление многомерных сигналов по амплитудному спектру // Зарубежная радиоэлектроника. – 1994. - №2. – С.31-37.
50. Бакалов В.П. О возможности восстановления многомерных дискретных сигналов по амплитудному спектру // Радиотехника. – 1982. - т.37. - №11. – С.69-71.
51. Lane R. G., Bates R. H. T. Automatic multidimensional deconvolution // J. Opt. Soc. Am. A. -1987. - vol. 4(1). - P.180-188.
52. Горячкин О.В. Использование полиномиального представления в задаче слепой статистической идентификации канала связи // Труды 57-й научной сессии РНТОРЭС им. А.С.Попова - г. Москва. – 2002. –С.3.
53. Горячкин О.В. Оценка импульсной характеристики канала связи по информационным последовательностям как задача решения системы полиномиальных уравнений // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2003. – Т.10. - Вып.1. - С.137-138.
54. Горячкин О.В. Полиномиальные представления и слепая идентификация систем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2002. – Т.5. - №4. – С. 53-60.
55. Comon P., Lebrun J. An algebraic approach to blind identification of communication channels // Proc. IEEE ISSPA, Paris, France, July 1-4, 2003.
56. Grellier O., Comon P., Mourrain B., Trebuchet P. Analytical blind channel identification // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol.50. -2002, - №9.
57. Chevreuril A., Loubaton P. Blind second-order identification of FIR channels: Forced cyclostationarity and structured subspace method // Proc. SPAWC, Paris, La Villette, France, Apr. 16–18. – 1997. - P.121–124.
58. Serpedin E., Giannakis G.B. Blind Channel Identification and Equalization with Modulation-Induced Cyclostationarity // IEEE Transactions on Signal Processing. - vol.46. -1998. - №7.
59. Donoho D. On minimum entropy deconvolution // Applied time series analysis II. / D. F. Findley Editor. - New York: Academic Press. - 1987.

60. Штейншлейгер В.Б., Дзенкевич А.В., Манаков В.Ю., Мельников Л.Я., Мисежников Г.С. О разрешающей способности трансионосферных РЛС для дистанционного зондирования Земли в УКВ-диапазоне волн // Радиотехника и Электроника. – 1997. - т.42. - №6. - С.725-732.

Горячкин Олег Валериевич (1965г.р.) – канд. техн. наук, доцент ПГАТИ.

Область научных интересов: слепая обработка сигналов, теоретическая радиотехника, радиолокационные системы с синтезированной апертурой, дистанционное зондирование Земли.