УДК 621.395.8

СЛЕПАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КАНАЛА СВЯЗИ ПО МНОГООБРАЗИЯМ ЗАДАННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Горячкин О.В.

В статье рассматривается актуальная проблема слепой идентификации канала связи. Для решения задачи используются полиномиальные представления кумулянтов случайных последовательностей конечной длины. Данный подход позволяет использовать для построения алгоритмов слепой идентификации методы алгебраической геометрии и коммутативной алгебры. Описывается ряд алгоритмов слепой идентификации, использующих свойства многообразий заданного значения корреляции. Приводятся результаты моделирования и сравнительного анализа эффективности предложенных алгоритмов. Показано, что алгоритм, основанный на использование преобразования ненулевой корреляции, обеспечивает лучшие характеристики помехоустойчивости, чем известный алгоритм спектральной факторизации.

BLIND IDENTIFICATION OF TELECOMMUNICATION CHANNELS WITH USE AFFINE VARIETIES OF POLYNOMIAL CUMULANTS

Oleg V. Goriachkin

In the paper a blind identification problem of telecommunication channels are discussed. For solution of the blind identification problem the equations connecting with polynomial moments are used. In the case we can use the powerful methods of commutative algebra. In the paper some blind identification algorithms based on the analysis of independence affine varieties of polynomial cumulants are proposed.

1. Введение

В последние годы наблюдается большой интерес к так называемой “слепой проблеме” [1,2,16-18]. В общем виде задачу слепой обработки можно сформулировать как цифровую обработку неизвестных сигналов прошедших линейный канал или среду с неизвестными характеристиками на фоне аддитивных шумов. Слепая идентификация является противоположностью задачам классической идентификации систем, где используются как наблюдаемый сигнал, так и считаются заданными входные сигналы. Повышение исследовательской активности в “слепой проблеме” [1-3,16-18] вызвано, по всей видимости, потенциальным применением в системах подвижной радиосвязи, которые интенсивно развиваются в настоящее время. В этих системах, искажения вызванные интерференцией в результате многолучевого распространения, влияют как на качество передачи, так и на их пропускную способность. Обычно, приемники подобных систем для компенсации искажений требуют или знания параметров канала или передачи некоторого испытательного сигнала [3]. Для каналов с переменными параметрами, потери эффективности может достигать значительной величины. Например, в системах сотовой связи, время, используемое для передачи испытательного сигнала, может занимать до 30% времени всей передачи. Еще один пример, это компьютерные сети, где связь между терминалами и центральным компьютером устанавливается в асинхронном режиме так, что в некоторых случаях, обучение приемника невозможно. Вне области связи слепое оценивание канала применятся в различных областях: компенсация искажений вызванных эффектами распространения в радиолокационных и радионавигационных системах, коррекция линейных искажений в системах формирования изображений, обработка сейсмосигналов в геофизике, компенсация искажений в системах распознавания речи.

Важный вопрос при решении задач слепой идентификации – идентифицируемость системы. Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления передаточной функции и/или импульсной характеристики (ИХ) системы с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам. Для каналов с одним входом и одним выходом условия идентифицируемости формулируются в контексте статистической идентификации. Статистическая идентификация предполагает наличие некоторого множества реализаций выходного сигнала, при формировании которых ИХ канала постоянна. При этом система идентифицируема, если на входе имеется нестационарный или негауссовский случайный процесс.

Впервые алгоритм прямого слепого выравнивания канала связи, использующий негауссовость информационных сигналов в цифровых системах с амплитудной модуляцией, был предложен, по-видимому, Сато в 1975г. [12]. Алгоритм Сато был впоследствии обобщен Годардом в 1980г. [13] для случая комбинированной амплитудно-фазовой модуляции (известен также как «алгоритм постоянных модулей»). К настоящему времени известно большое количество алгоритмов слепой идентификации и коррекции каналов связи, использующие различные критерии адаптации линейных эквалайзеров, объединяемые в литературе в класс стохастических градиентных алгоритмов или алгоритмов Базганга. Базовые ограничения этих алгоритмов это относительно медленная сходимость, требование достоверных начальных условий, большая вычислительная сложность, вследствие наличия процедуры нелинейной оптимизации коэффициентов эквалайзера, низкая помехоустойчивость.

Другой класс алгоритмов слепой идентификации, разработанный относительно недавно, это алгоритмы, использующие правило максимального правдоподобия. Эти алгоритмы обеспечивают асимптотическую эффективность и состоятельность получаемых оценок, обладают более высокой помехоустойчивостью, однако вычислительная сложность и локальные максимумы их две основные проблемы [3].

Весьма соблазнительным для разработки слепых оценщиков является метод моментов, суть которого, в замене уравнений, связывающих сигналы на входе и выходе системы, уравнениями, связывающими соответствующие моментные функции. Оценки, полученные в рамках метода моментов, не являются наилучшими среди всех оценок в смысле их асимптотической эффективности [14,16], однако данный подход, как правило, позволяет получить оценку канала в явном виде, минуя процедуру нелинейной оптимизации. Важным достоинством этих методов в контексте «слепой проблемы» является отсутствие требований к априорному знанию распределений вероятностей информационных сигналов и помех. Хорошо известно, что ковариационные функции стационарного процесса на выходе линейной системы не содержат информации о фазе её передаточной функции, и идентификация возможна только для узкого класса систем с минимальной фазой. Исторически это обусловило интерес, прежде всего к статистикам высокого порядка и соответственно к негауссовским моделям входных сигналов [3,4]. Использование статистик 2-го порядка для слепой идентификации канала, возможно, для нестационарной модели входного или выходного сигналов и в частном случае периодически-коррелированного (циклостационарного) сигнала. Возможность такой идентификации для телекоммуникационных каналов в общем случае для нестационарного входа показано в [5]. Как правило, для построения оценок в рамках метода моментов используются кумулянтные спектры (или «полиспектры»), поскольку в этом случае уравнения для неизвестного канала можно записать в простой алгебраической форме. В данной работе развивается новый подход к синтезу алгоритмов статистической слепой идентификации, основанный на полиномиальном представлении моментов случайных последовательностей [6,16,19].

Для систем с пассивной паузой модель канала связи может быть описана линейной комбинацией полиномов положительной степени

$$y(z)=h(z)x(z)+v(z). \tag{1}$$

Рассмотрим случайные полиномы как комплексные случайные поля, определенные на комплексной плоскости. В этом случае можно определить моментные и кумулянтные функции этих случайных полей, которые будут полиномами от многих переменных [6,15,19]. Пусть $\vec{x}\in C^n$ - комплексный случайный вектор, описываемый плотностью вероятности $f_x(x_1,...,x_n)$, определенной в R^{2n}. Будем называть полиномиальным моментом порядка $(k+m)$, $k=k_1+k_2+...+k_R$, $m=m_1+m_2+...+m_R$ случайного вектора $\vec{x}$ полином R переменных принадлежащий кольцу $C[z_1,...,z_R]$ над полем комплексных чисел сформированный следующим образом:

$$P^x{}_{k,m}(z_1,z_2,...,z_R)=\mathbf{E}\left\{x(z_1)^{k_1}\cdot...\cdot x(z_R)^{k_R}\,x^*(z_1)^{m_1}\cdot...\cdot x^*(z_R)^{m_R}\right\}. \tag{2}$$

Очевидно, что набор определенных таким образом полиномиальных моментов (2), с учетом известной проблемы моментов, полностью определяет функцию плотности вероятности и характеристическую функцию комплексного случайного вектора, образованного R значениями случайного полинома $x(z) \in C[z]$ в точках $\{z_1,...,z_R\}$.

Полиномиальные моменты не коммутируют сумму независимых случайных полиномов, поэтому часто более удобно использовать обобщенные корреляции или кумулянты значений случайных полиномов. Полиномиальные кумулянты случайного полинома будем обозначать буквой «*K*». Уравнение, связывающее полиномиальные кумулянты на входе и выходе идентифицируемой системы с пассивной паузой (3) можно записать в следующем виде

$$K_{k,m}^{y}(z_1,...,z_R) = h(z_1)^{k_1}...h(z_R)^{k_R}\, h^*(z_1)^{m_1}...h^*(z_R)^{m_R}\, K_{k,m}^{x}(z_1,...,z_R) + K_{k,m}^{v}(z_1,...,z_R). \quad (3)$$

2. Идентификация ИХ канала по многообразиям заданной корреляции.

В данной статье рассматриваются подходы к решению задачи слепой идентификации систем с пассивной паузой. Заметим, что в отличие от систем с испытательным импульсом на пассивную паузу тратиться в 2 раза меньшее время.

Пусть $\vec{x} \in R^n$ - случайный вектор, описываемый плотностью вероятности $f_x(x_1,...,x_n)$ в R^n. Пусть $x(z)$ $\in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным вектором $\vec{x}$ $\in R^n$. Пусть $x(z_1)$и $x(z_2)$ два различных значения случайного полинома $x(z)$. Определим все возможные значения $z_1 \neq z_2$ для которых $x(z_1)$и $x(z_2)$ имеют заданное значение корреляционной функции, решив систему полиномиальное уравнение вида

$$V_{2,0}^{x}(t) = \{K_{2,0}^{x}(z_1,z_2) = t, \quad t \in C\}. \quad (4)$$

Заданное таким образом для каждого t аффинное многообразие $V_{2,0}^{x}(t)$ в C^2 будем называть многообразием заданной (ненулевой) корреляции случайного полинома $x(z)$, а в случае $t = 0$ декоррелирующим многообразием, или многообразием нулевой корреляции. Если выбрать m различных комплексных чисел $\{c_0,...,c_{m-1}\}$, так что любая пара, составленная из этих чисел $\in$ $V_{2,0}^{x}(t)$, то можно определить соответствующее линейное отображение вектора $\vec{x}$ $\in R^n$ в вектор $\vec{y}$ $\in C^m$. Определение декоррелирующего многообразия (4) легко обобщить на случай произвольного кумулянта порядка $(k+m)$, используя понятие корреляции в обобщенном смысле [8]. Пусть $x_1(z), x_2(z),..., x_n(z)$ набор независимых случайных полиномов. Пусть $V_{k,m}^{x_1}(t_1), V_{k,m}^{x_2}(t_2),..., V_{k,m}^{x_n}(t_n)$, соответствующие им, многообразия заданной корреляции.

Тогда многообразия, возникающие в результате произведения соответствующих полиномов, описываются следующими выражениями

$$V_{k,m}^{x_1 x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}(0) = \bigcup_{i=1}^{n} V_{k,m}^{x_i}(0). \tag{5}$$

Если о статистике информационной последовательности имеются лишь весьма общие предположения, то для слепой идентификации мы можем использовать структуру декоррелирующих многообразий. Поскольку статистика шума известна, то выражение (3) можно записать в виде

$$V_{k,m}^{y-v}(0) = V_{k,m}^{h}(0) \bigcup V_{k,m}^{x}(0), \tag{6}$$

где $V_{k,m}^{x}(t) = \left\{ K_{k,m}^{x}(z_1,\ldots,z_R) = t, t \in C \right\}$, $V_{k,m}^{h}(t) = \left\{ K_{k,m}^{h}(z_1,\ldots,z_R) = t, t \in C \right\}$,

$$V_{k,m}^{y-v}(t) = \left\{ K_{k,m}^{y}(z_1,\ldots,z_R) - K_{k,m}^{v}(z_1,\ldots,z_R) = t, t \in C \right\}.$$

Известен факт, являющийся следствием теоремы Гильберта о конечной порождённости идеала, что любое многообразие может быть представлено в виде объединения конечного числа неприводимых многообразий, и более того такое представление единственно, если $V_{k,m}^{h}(0) \not\subset V_{k,m}^{x}(0)$ и наоборот [7]. Очевидно, что если представление (6) единственно, то многообразие $V_{k,m}^{h}(0)$ полностью характеризует импульсную характеристику канала и может быть найдено разложением многообразия $V_{k,m}^{y-v}(0)$ на объединение неприводимых многообразий, причем нам не требуется априорного знания моментов информационной последовательности. Однако подобное разложение крайне сложная задача в поле комплексных чисел. Поэтому мы воспользуемся отличием размерностей многообразий, порожденных ИХ канала и информационной последовательностью. Очевидно, что многообразие нулевой корреляции $V_{k,m}^{h}(0)$ порождено множеством точек в C^R и является нульмерным многообразием, многообразие $V_{k,m}^{x}(0)$ имеет размерность как правило ≥ 1, а в частном случае независимых, одинаково распределенных отсчетов информационной последовательности является пучком кривых в C^R. Анализируя разложение (6) с учетом их размерности, можно разделить неизвестные многообразия выбирая различные сечения. Т.о. алгоритм слепой идентификации (А1) при *R*=2 сводится к следующей последовательности действий:

1. По *M* реализациям выходного сигнала оцениваем их полиномиальную ковариацию $\hat{P}_{2,0}^{y}(z_1, z_2)$.

2. Вычисляем вектора содержащие корни полиномов от одной переменной $\mathbf{r}_1 = \mathrm{roots}\left(\hat{P}^y_{2,0}\left(z_1, z_2^1\right)\right)$ и $\mathbf{r}_2 = \mathrm{roots}\left(\hat{P}^y_{2,0}\left(z_1, z_2^2\right)\right)$, $z_2^1 \neq z_2^2$.
3. Формируем вектор $\mathbf{r}_h$, содержащий L наиболее близких корней в плоскости C по критерию $\left\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right\| \leq \varepsilon\left(\sigma^2\right)$.
4. Находим оценку $\hat{\mathbf{h}} = \mathrm{roots}^{-1}\left(\mathbf{r}_h\right)$.

Если мы имеем априорную информацию о статистике входного сигнала, то для построения алгоритма слепой идентификации мы непосредственно можем использовать структуру многообразия заданной корреляции случайного полинома. Пусть $x(z)$ $\in$ кольцу $C[z]$ - случайный полином степени $n-1$, заданный случайным гауссовым вектором $\vec{x}$ $\in C^n$ с нулевым математическим ожиданием, независимыми компонентами и дисперсией компонент σ^2, тогда многообразие заданной корреляции значений случайного полинома

$$V_{1,1}^x(t) = \left\{z_1 z_2^* = \alpha_i,\ i = 1,...,n-1\right\}, \tag{7}$$

где $\left\{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}\right\}$ корни полинома $P(x) = (1 - t/\sigma^2) + x + x^2 + ... + x^{n-1}$.

Рассмотрим теперь случай, когда точки выбраны так, что парные корреляции компонент не равны нулю, но не равны между собой, т.е. могут принадлежать различным многообразиям заданных корреляций. Пусть координатами являются $\left\{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}\right\}$ корни полинома $P(x)$. Если $t \neq 0$, то можно показать, что любая парная комбинация эти корней $\notin V_{1,1}^x(0)$. Это означает, что значение второго смешанного кумулянта имеет вид

$$\frac{K_{1,1}^y\left(\alpha_i, \alpha_j\right)}{t_{i,j}} = h(\alpha_i) h^*\left(\alpha_j\right), \quad i = 1,...,n-1, \quad j = 1,...,n-1, \quad t_{i,j} \neq 0. \tag{8}$$

Таким образом, мы можем построить линейное отображение вектора $\vec{x}$ $\in C^n$ в вектор $\vec{y} \in C^{n-1}$, первая и вторая ковариационная матрицы которого имеют ненулевые недиагональные компоненты. Это означает, что алгоритм оценки канала – алгоритм нахождения собственного вектора соответствующего максимальному собственному числу [5]. Т.о. алгоритм слепой идентификации (A2) сводится к следующей последовательности действий:

1. Преобразование парных корреляций наблюдаемого сигнала

$$\vec{s}_k = \mathbf{V}_n\left(\alpha_1,...,\alpha_{n-1}\right)\vec{y}_k = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & ... & \alpha_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \alpha_{n-1} & ... & \alpha_{n-1}^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{pmatrix}_k, \tag{9}$$

где: $\mathbf{V}_{n-1}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1})$ - $(n-1)\times n$ матрица Вандермонда; $\vec{y}_k$ - k-й вектор наблюдаемых отсчетов сигнала.

2. Оценка выборочной ковариационной матрицы

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \vec{s}_k \vec{s}_k^{\,*} . \tag{10}$$

3. Вычисление собственного вектора матрицы $\mathbf{R} = \left(\hat{r}_{i,j} / t_{i,j}\right)$,

$$\begin{pmatrix} h(\alpha_1) \\ \vdots \\ h(\alpha_{n-1}) \end{pmatrix} = \arg\left(\max_{\vec{x}^*\vec{x}=1} \left(\vec{x}^*\mathbf{R}\vec{x}\right)\right), \tag{11}$$

4. Вычисление импульсной характеристики канала

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_{L-1} \end{pmatrix} = \mathbf{V}_L^{\#}(\alpha_1,...,\alpha_{n-1}) \begin{pmatrix} h(\alpha_1) \\ \vdots \\ h(\alpha_{n-1}) \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где символ «#» - инверсия Мура-Пенроуза.

3. Результаты математического моделирования

Для оценки эффективности предложенного подхода рассмотрим характеристики помехоустойчивости, скорости сходимости, вычислительной сложности предлагаемых алгоритмов в сравнении с известным подходом на основе полиспектров [4]. Как было показано в [10] для идентификации канала с нестационарным входом необходимо решить алгебраическое уравнение для спектральных моментов 2-го порядка

$$\begin{aligned} \dot{F}_{yy}(m,n) &= \dot{H}(m)H^*(n)\dot{F}_{xx}(m-n) + \dot{F}_{vv}(m-n) \\ \dot{F}_{xx}(m) &= \sum_{k=0}^{N-1} g_k^2 \exp\left(-j\frac{2\pi km}{N}\right) \\ \dot{F}_{vv}(m) &= N_0\delta(m) \end{aligned} , \tag{13}$$

где $\dot{H}(m)$ - передаточная функция канала, $n = 0,...,N-1$, $m = 0,...,N-1$. Спектральные моменты второго порядка в (19) определяется в виде

$$\dot{F}_{xy}(m,n) = \mathbf{E}\left\{ \sum_{k=0}^{N-1} x(k)\exp\left(-j\frac{2\pi km}{N}\right) \sum_{k=0}^{N-1} y^*(k)\exp\left(j\frac{2\pi kn}{N}\right) \right\}. \tag{14}$$

В (14) полагаются известными спектральные моменты информационной последовательности и шума, а спектральный момент последовательности отсчетов на выходе канала оценивается непосредственно по наблюдаемым реализациям. Алгоритмы решения уравнения (13) относительно неизвестной передаточной функции канала можно получить из предположения, что это уравнение справедливо для оценки $\hat{F}_{yy}(n,m)$. Алгоритм спектральной факторизации (А3) минимизирует средний квадрат ошибки между аналитическим и выборочным решением уравнения (13) при условии нормировки энергии передаточной функции к единице и естественно при соблюдении условия $\left|\dot{F}_{xx}(m)\right| \neq 0$,

$$\hat{H}(m) = \arg\min_{H}\left(\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left|\frac{\hat{F}_{yy}(m,n) - N_0\delta(m-n)}{\left|\dot{F}_{xx}(m-n)\right|^2}F_{xx}^{*}(m-n) - \dot{H}(m)H^{*}(n)\right|^2\right). \quad (15)$$

Известно, что решением в данном случае является собственный вектор эрмитовой матрицы, соответствующий максимальному собственному числу. На Рис.1 показаны результаты моделирования работы алгоритма А3. Относительная погрешность считалась по формуле $\mathrm{Q} = \mathbf{E}\left\{\left\|\vec{h} - \hat{\vec{h}}\right\| \Big/ \left\|\vec{h}\right\|\right\}$. Импульсная характеристика взята одинаковой для всех экспериментов $\vec{h}$ =(0.7,1.0,0.7). На Рис.2 показаны результаты математического моделирования алгоритма слепой идентификации канала А1 по двум сечениям декоррелирующего многообразия $V_{2,0}^{y-v}(0) \subset C^2$. Сечения взяты на плоскостях в C^2 $\left\{z_2^1 = 1\right\}$и $\left\{z_2^2 = 0.9\right\}$. Помехоустойчивость данного алгоритма ниже чем у А3 при малых отношениях сигнал-шум, но стремится к нулю при фиксированной выборке. Важным достоинством данного алгоритма является отсутствие требований к знанию статистики информационной последовательности, а также высокая скорость сходимости. Так при высоком значении отношения сигнал-шум А1 дает приемлемую погрешность при использовании уже всего нескольких реализаций (*N*=3…5). На Рис.3 показаны результаты моделирования алгоритма А2. Помехоустойчивость данного алгоритма выше чем у А3 при примерно той же скорости сходимости. Более высокая помехоустойчивость достигается здесь за счет использования преобразования ненулевой корреляции, что обеспечивает хорошую обусловленность матрицы $\mathbf{R}$, в отличии от алгоритма спектральной факторизации, где условие $\left|\dot{F}_{xx}(m)\right| \neq 0$ вообще говоря в рассматриваемом случае не выполняется. По вычислительной сложности все рассмотренные алгоритмы в принципе эквивалентны.

4. Заключение

Применение полиномиальных представлений случайных векторов в задачах слепой идентификации позволило найти ряд новых алгоритмов слепой идентификации канала связи, основанных на применении методов коммутативной алгебры и алгебраической геометрии.

Показано, что многообразия, порожденные полиномиальными кумулянтами, обладают рядом уникальных свойств. Например, многообразия нулевой корреляции, порожденные случайной последовательностью и детерминированным каналом, могут быть разделены по их размерности, т.е. возможна слепая идентификация канала в отсутствии априорной информации о статистике информационной последовательности. Показано, что алгоритм, основанный на использование преобразования ненулевой корреляции, обеспечивает лучшие характеристики помехоустойчивости, чем алгоритм спектральной факторизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tugnait J.T., Tong L., Ding Z. Single-user channel estimation and equalization // IEEE Signal Processing Magazine. – 2000. – P.17-28.
2. Tong L., Perreau S. Multichannel blind identification: From subspace to maximum likelihood methods // Proceedings of IEEE. – Vol.86. – No.10. – 1998. – P.1951-1968.
3. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / под ред. Д.Д. Кловского. – М. Радио и связь. – 2000. – 800с.
4. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // ТИИЭР. – 1987. – Т.75. – №7. – С.5-30.
5. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Blind Channel Identification with Non-Stationary Input Processes // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, July 22-25, 2001, Orlando, Florida, USA. – Vol.XVIII. – P.386-388.
6. Горячкин О.В. Использование полиномиального представления в задаче слепой статистической идентификации канала связи // Сборник докладов 57-й научной сессии РНТОРЭС им. А.С.Попова, г. Москва, 2002. – С.73-76.
7. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Пер. с англ. / под ред. В.Л. Попова. – М.: Мир. – 2000.– 687с.
8. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. - М.: «Сов. Радио». – 1978. – 376с.
9. Auzinger W., Stetter H.J. An elimination algorithm for the computation of all zeros of a system of multivariate polynomial equations // Birkhauser Verlag, Proc. Intern. Conf. on Numerical Math., Vol.86 of Int. Series of Numerical Math. – 1988. –P.12-30.
10. Горячкин О.В. Алгоритмы идентификации передаточной функции радиоканала // Труды 4-й международной научной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее приложения», Москва, 2002г. – Т.1. – С.176-179.
11. Grellier O., Comon P., Mourrain B., Trebuchet P. Analytical blind channel identification // IEEE Transactions on Signal Processing. – Vol.50. –2002. – №9.

12. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems // IEEE Trans. on Communications. – 1975. – vol. 23, – P.679-682.

13. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // IEEE Trans. on Communications. – 1980. – vol.28. – №11. – P.1867-1875.

14. Крамер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. – М. – 1975. – 745с.

15. Горячкин О.В. Полиномиальные представления и слепая идентификация систем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2002. – Т.5. – №4. – С. 53-60.

16. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М.: Радио и связь, 2003. – 230с.

17. Горячкин О.В. Методы слепой идентификации и их приложения // Успехи современной радиоэлектроники. – 2004. – №3. – С.3-23.

18. Горячкин О.В. Слепая идентификация в радиотехнических системах передачи // Электросвязь. – 2004. – №6. – С.21-23.

19. Горячкин О.В. Полиномиальные статистики и их применение в задаче слепой идентификации радиотехнических систем // Доклады академии наук РФ. – 2004. – Т.396. – №4. – С.477-479.

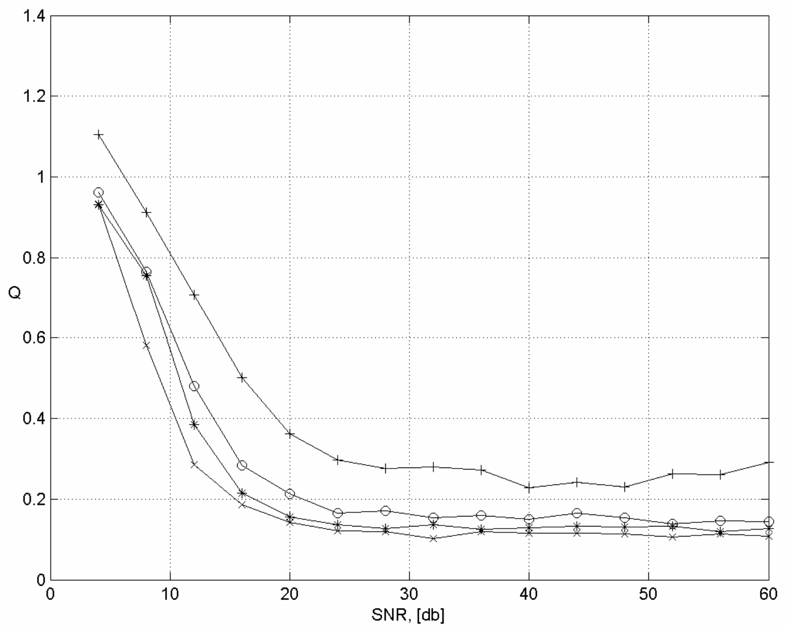

Рис.1. Относительная погрешность идентификации Q, алгоритма А4, в зависимости от отношения сигнал-шум, для различного числа реализаций *N*=20 («+»), *N* =40 («o»), *N* =60 («*»), *N* =80 («×»).

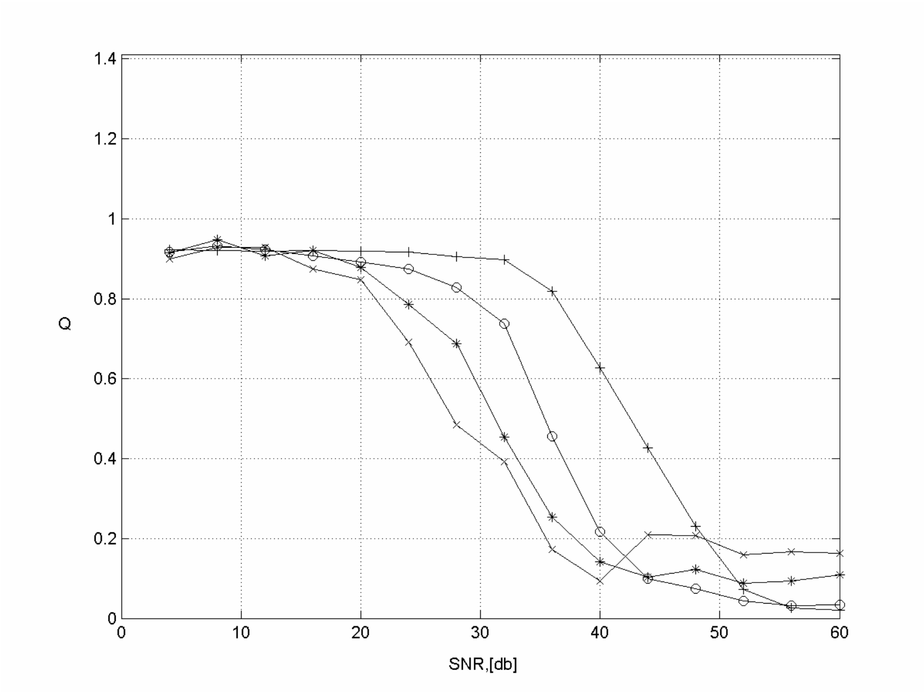

Рис.2. Относительная погрешность идентификации Q алгоритма A1 в зависимости от отношения сигнал/шум, для различных ε =0.01 («+»), ε =0.03 («o»), ε =0.05 («*»), ε =0.07 («×»), число реализаций N=20.

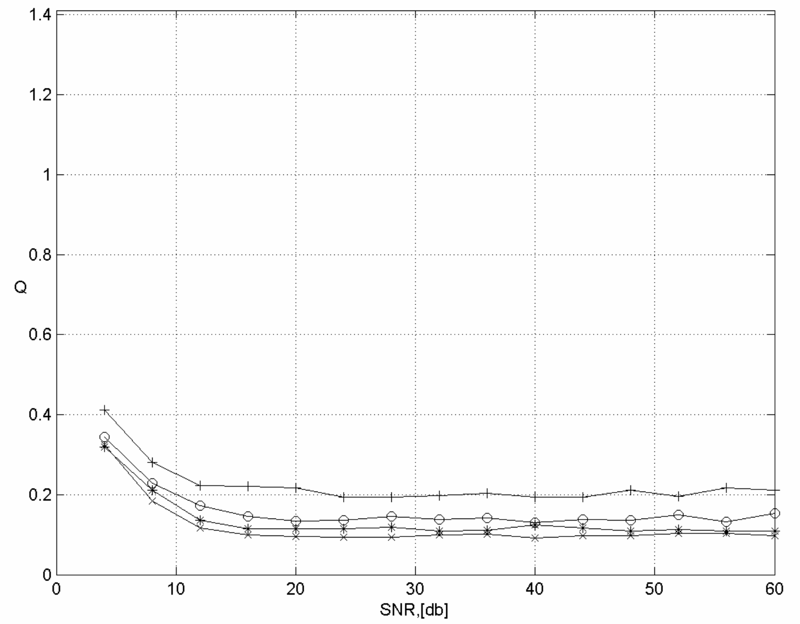

Рис.3. Относительная погрешность идентификации Q алгоритма А2, в зависимости от отношения сигнал-шум, для различного числа реализаций *N*=20 («+»), *N* =40 («о»), *N* =60 («*»), *N* =80 («×»), для *t*=100.

Горячкин Олег Валериевич, 1965 года рождения, доктор технических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи ПГАТИ Автор более 90 научных работ. Область научных интересов: цифровая обработка сигналов в системах радиотехники и связи, радиофизические методы дистанционного зондирования Земли, радиолокация с синтезированием апертуры антенны, слепая идентификация систем, прикладная статистика.