АЛГОРИТМ НЕЛИНЕЙНОГО АНАЛИЗА НЕЗАВИСИМЫХ КОМПОНЕНТ В ЗАДАЧЕ СЛЕПОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ КАНАЛА СВЯЗИ

Горячкин О.В., Кловский Д.Д., Шатских С.Я.

Реферат

В докладе рассматривается задача слепой идентификации и выравнивания канала связи. Предлагается алгоритм слепого выравнивания канала, основанный на построении преобразования независимости наблюдаемых отсчетов сигнала. При построении преобразования независимости используются набор двумерных выборочных функций распределения, построенный по набору наблюдаемых отсчетов сигнала.

1. Введение

В последние годы проявляется большой интерес к слепой идентификации импульсной характеристики канала, особенно в тех случаях, когда использование испытательных сигналов невозможно или нежелательно. Например, в многоточечных сетях TDMA постоянная передача испытательной последовательности существенно снижает эффективность использования полосы канала, а использование тренировочной сессии неэффективно в многопользовательской системе. Т.о. важность исследований слепых методов выравнивания и идентификации канала связи диктуется практическими нуждами [1].

За два последние десятилетия предложено как минимум два класса алгоритмов слепой идентификации [2]. Это алгоритмы основанные на различных модификациях правила максимального правдоподобия (МП) и алгоритмы использующие уравнения для моментных функций.

В первом случае обычно обеспечивается более высокая точность, но алгоритм предполагает решение вариационной задачи и имеет высокую вычислительную сложность.

При использовании моментных алгоритмов оценка импульсной характеристики производится в явном виде, но требуется большое число информационных блоков для получения оценок моментных функций с достаточной точностью.

Условия слепой идентифицируемости канала зависят от статистических свойств информационной последовательности. Так если информационная последовательность описывается моделью стационарного гауссовского временного ряда, то идентификация возможна только для минимально-фазовой системы [3]. Если информационная последовательность описывается периодически-коррелированным временным рядом (циклостационарная последовательность) то условие слепой идентификации это отсутствие нулей канала на единичной окружности [4].

Идентификация произвольной импульсной характеристики канала возможна для негауссовских или нестационарных [6] моделей информационной последовательности. В последнем случае предполагается дополнительная нестационарная модуляция информационной последовательности [5,6]. Данное условие в частности означает конечность информационной последовательности и системной функции канала.

Модель системы передачи дискретных сообщений может быть представлена в виде следующего выражения [2]:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t,\tau)\cdot\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}s_k(\tau-nT,a_n)\cdot d\tau+v(t) \qquad (1)$$

где: $y(t)$ - сигнал в приемнике; $\{a_n\}$ - последовательность информационных символов алфавита $A=\{a_1,...,a_k,...,a_M\}$; $s_k(\tau,a_k)$ - канальный сигнал, соответствующий k-му символу; $h(\tau,t)$ - импульсная характеристика канала связи; $v(t)$- аддитивная помеха, T - тактовый интервал.

Для линейной цифровой модуляции (1) можно преобразовать к виду (2).

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}a_n\int_{-\infty}^{+\infty}h(t,\tau)\cdot s_0(\tau-nT)\cdot d\tau+v(t) \qquad (2)$$

Для каналов с медленными временными замираниями справедливо следующее упрощение:

$$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)\cdot s_0(\tau-nT)\cdot d\tau+v(t) \quad (3)$$

После дискретизации сигнала в приемнике модель системы передачи дискретных сообщений для прямых видов модуляции может быть записана в виде:

$$y(l)=y(t)_{|t=lT}=\sum_{n=0}^{L-1} h(n)x(n-l)+v(l) \quad (4)$$

В этом выражении $x(l)$ - неизвестная информационная последовательность, описываемая той или иной статистической моделью, $h(l)$ - неизвестная импульсная характеристика сквозного дискретного канала системы передачи; L - память канала, $v(l)$- неограниченная последовательность статистически независимых, произвольно "окрашенных" отсчетов шума. Информационная последовательность $x(l)$ для линейной модуляции соответствует последовательности информационных символов $\{a_l\}$, для нелинейной модуляции является последовательность значений некоторой нелинейной функции канального сигнала $\{s_k(a_l)\}$.

Импульсная характеристика сквозного канала может рассматриваться как детерминированная, так и случайная функция. Модель (6) используется также для описания комплексных дискретно-временных систем с одним входом и выходом (SISO). Когда канал в (2) стационарный, выходная последовательность стационарна в дискретном времени.

Для линейных, постоянных во времени, частотно зависимых детерминированных каналов (2), когда частота дискретизации выше скорости передачи символов (обычно в целое число M раз) дискретизированный сигнал является циклостационарным, или, что эквивалентно, может быть представлен как вектор стационарной последовательности, лежащий в основе модели с одним входом и множественным выходом (SIMO), где мы складываем в стек M-последовательность входных отсчетов, в течение приема очередного входного символа.

В большинстве алгоритмов слепой идентификации мы предполагаем известными статистические свойства информационной последовательности. Часто при этом мы предполагаем что $x(l)$ - последовательность одинаково распределенных, статистически независимых случайных величин. В этом случае задача слепой идентификации и последующего выравнивания канала может рассматриваться в контексте задач анализа независимых компонент [7], т.е. как задача построения преобразования независимости вектора наблюдаемых отсчетов сигнала.

В данной статье мы рассмотрим возможность построения общего вида преобразования независимости "вслепую", т.е. используя только набор реализаций наблюдаемого сигнала.

2. Преобразование независимости N-мерного случайного вектора

В этой работе мы будем рассматривать случайные вектора, совместные функции распределения компонент которых, вместе со всеми своими маргинальными распределениями непрерывны и всюду положительны.

Рассмотрим отображение $H : R^N \to R^N$ с координатными функциями вида:

$$\begin{cases} x_N = F_N^{-1}\left(F_{N|1\ldots k\ldots N-1}(y_N \mid y_1,\ldots,y_k,\ldots,y_N)\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_k = F_k^{-1}\left(F_{k|1\ldots k-1}(y_k \mid y_1,\ldots,y_{k-1})\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1 = y_1 \end{cases} \quad (5)$$

где: $F_{k|1\ldots k-1}(y_k \mid y_1,\ldots,y_{k-1})$ - условная функция распределения случайной величины y_k, $F_k^{-1}(\ )$ - обратная функция, соответствующая одномерной функции распределения случайной величины y_k. Как было показано в [8] система случайных величин $\{x_k\}_{k=1,\ldots,N}$ взаимно независима.

Введенное в [8,11] треугольное преобразование независимости (5) фактически является вариантом преобразования введенного в работе [9], как преобразование исходной выборки в выборку значений равномерно распределенного на N-мерном единичном кубе случайного вектора. Хорошо известно, что для гауссовских случайных векторов свойство независимости их компонент эквивалентно их некоррелированности. Поэтому для каждого гауссовского вектора существует линейное преобразование ортогонализации, совпадающее с (5). В случае произвольного распределения компонент $\{y_k\}_{k=1,...,N}$ преобразование (5) нелинейное.

Можно показать, что если известны условные функции распределения случайных величин $\{y_k\}_{k=1,...,N}$ - $F_{k|1...k-1}(y_k \mid y_1,..., y_{k-1})$, координатные функции преобразования (6) с точностью до постоянного множителя соответствуют координатным функциям обратного преобразования (4).

$$\begin{cases} x_N = F_1^{-1}\left(F_{N|1...N-1}(y_N \mid y_1,..., y_{N-1})\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_k = F_1^{-1}\left(F_{k|1...k-1}(y_k \mid y_1,..., y_{k-1})\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1 = y_1 \end{cases} \qquad (6)$$

В [10] мы рассматривали возможность применения преобразования (5) для совместной визуализации изображений в многоспектральных системах дистанционного зондирования Земли. При этом преобразование независимости строилось по выборочным функциям распределения наблюдаемых векторов. Проблема реализации данного подхода в нашем случае это необходимость огромного объема статистической информации при построении многомерных выборочных функций распределения.

В данном докладе мы представим процедуру построения преобразования независимости типа (5-6) только по двумерным выборочным функциям распределения.

3. “Слепое” построение преобразования независимости N-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости

Возможность построения преобразования независимости N-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости для негауссовских случайных векторов была найдена С.Я. Шатских в [13]. Возможность такого построения очевидна в гауссовском случае. В [13] показано, что достаточным условием возможности построения преобразования независимости *N*-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости является свойство воспроизводимости условных квантилей многомерного распределения.

Условные квантили $q^0_{i|1...\tilde{i}...N}(y_1,..., \tilde{y}_i,...y_N)$ распределений $F_{k|1...k-1}(y_k \mid y_1,..., y_{k-1})$ определим следующими уравнениями (7).

$$F_{i|1...\tilde{i}...N}\left(q^0_{i|1...\tilde{i}...N}(y_1,..., \tilde{y}_i,...y_N) \mid y_1,..., \tilde{y}_i,..., y_N\right) = F_{i|1...\tilde{i}...N}\left(y_i^0 \mid y_1^0,..., \tilde{y}_i^0,..., y_N^0\right) \quad (7)$$

где символ “~” над переменной означает ее исключение.

Будем говорить [13], что случайный вектор обладает свойством воспроизводимости условных квантилей размерности *N*-1 при сужении на одномерные условные квантили, если для любого $i = 1,..., N$ и для любого $k = 1,..., N$ такого, что $k \neq i$:

$$q^0_{i|1...\tilde{i}...N}\left(q^0_{1|k}(y_k)...q^0_{k-1|k}(y_k), y_k, q^0_{k+1|k}(y_k)...\tilde{x}_i...q^0_{N|k}(y_k)\right) = q^0_{i|k}(y_k) \qquad (8)$$

Далее будем считать, что случайный вектор обладает свойством воспроизводимости условных квантилей при сужении на все условные квантили меньшей размерности.

В работах [11,12,14] приведены примеры многомерных распределений, условные квантили которых обладают свойством воспроизводимости. Это распределения Гаусса, Стьюдента, Коши, Дирихле и некоторые типы сопряженных распределений.

Можно показать, что этим свойством обладает распределение случайного вектора полученного с помощью линейного однозначного отображения вектора с независимыми, произвольно, но одинаково распределенными компонентами. Последняя модель соответствует рассматриваемому нами случаю (4).

В соответствии с [14] процедура “слепого” построения преобразования независимости N-мерного случайного вектора с помощью парных преобразований независимости может быть сведена к следующим этапам:

1. Пусть мы имеем набор реализаций *N* случайных величин $\{y_k\}_{k=1,...,N}$. По набору реализаций построим *N*-1 выборочных условных распределений $\overline{F}^1_{k|1}(y_k \mid y_1)$, k>1. Получим набор реализаций *N*-1 случайных величин $\{y^1_m\}_{m=1,...,N-1}$ используя преобразование $y^1_m = \overline{F}^1_{m+1|1}(y_{m+1} \mid y_1)$.

2. По набору реализаций $\left\{y_k^1\right\}_{k=1,\dots,N-1}$ построим N-2 выборочных условных распределений $\overline{F}_{k|1}^2\left(y_k^1 \mid y_1^1\right)$, k>1. Получим набор реализаций N-2 случайных величин $\left\{y_m^1\right\}_{m=1,\dots,N-2}$ используя преобразование $y_m^2 = \overline{F}_{m+1|1}^2\left(y_{m+1}^1 \mid y_1^1\right)$.

3. Продолжая этот процесс, получим наконец набор реализаций случайной величины y_1^{N-1} и соответствующую предыдущему этапу выборочную функцию распределения $\overline{F}_{2|1}^{N-1}\left(y_2^{N-2} \mid y_1^{N-2}\right)$.

4. Используя полученный набор двумерных выборочных условных функций распределения преобразование независимости может быть построено как рекуррентная система равенств (9).

$$\begin{cases} x_1' = y_1, \\ x_2' = \overline{F}_1^{-1}\left(\overline{F}_{2|1}^1\left(y_2 \mid x_1'\right)\right), \\ x_3' = \overline{F}_1^{-1}\left(\overline{F}_{2|1}^2\left(y_2^1 \mid \overline{F}_1^{-1}\left(x_2'\right)\right)\right), \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ x_N' = \overline{F}_1^{-1}\left(\overline{F}_{2|1}^{N-1}\left(y_2^{N-2} \mid \overline{F}_1^{-1}\left(x_{N-1}'\right)\right)\right). \end{cases} \tag{9}$$

Т.о. выражение (9) дает нам алгоритм слепого выравнивания канала связи, описываемого моделью (4). Для случая слабого аддитивного белого шума компоненты $\left\{x_k'\right\}_{k=1,\dots,N}$ являются несмещенными оценками искомого входного сигнала, в общем случае это утверждение неверно.

3. Выводы

Т.о. задача слепого выравнивания канала связи может быть сведена к задаче анализа независимых компонент наблюдаемых в приемнике отсчетов сигнала.

Алгоритм слепого выравнивания канала может быть построен на основе нелинейного преобразования независимости наблюдаемого сигнала.

Если наблюдаемый вектор отсчетов сигнала описывается многомерным распределением для которого выполняется свойство воспроизводимости условных квантилей, то преобразование независимости может быть построено как суперпозиция парных преобразований независимости.

Реализация алгоритма предлагает использование только двумерных выборочных распределений наблюдаемого вектора.

Литература

1. J.T. Tugnait, L. Tong, Z. Ding, Single-user channel estimation and equlization. // IEEE Signal Processing Magazine, May 2000, pp.17-28.
2. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / под ред. Д.Д. Кловского. – М. Радио и связь. 2000. – 800с.
3. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов.// ТИИЭР, 1987,т.75, №7, с.5-30.
4. L.Tong, and S. Perreau, “Multichannel blind identification: From subspace to maximum likelihood methods,” in Proceedings of IEEE, vol. 86, No. 10, Oct. 1998, pp.1951-1968.
5. E. Serpedin and G.B. Giannakis, “Blind channel identification and equalization with modulation inducted cyclostationarity,” in Proc. CISS, Baltimore, MD, Mar. 1997, vol. II, pp. 792-797.
6. Goriachkin O.V., Klovsky D.D. Blind Channel Identification with Non-Stationary Input Processes // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI’2001), July 22-25, 2001, Orlando, Florida, USA, Vol. XVIII, 386-388p.
7. A. Hyvarinen, "Survey on independent component analysis," Neural computing surveys, N2, pp.94-128, 1999.
8. Шатских С.Я. Об одном свойстве условной медианы // Сб. “Мера и интеграл”, Самара: изд-во “Самарский университет”, 1988. С.156-163.
9. Rosenblatt M. Remarks on a multivariate transformation // Ann. Math. Stat. 23, 1952. P.470-472.
10. Goriachkin O.V., Filimonov A.R., Klovsky D.D., Shatskih S.J.. The New Tool for Joint

Processing of the Information From Various Remote Sensors. // Proceedings Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 7-10 July 1997, Copenhagen, Denmark, v.1, p.387-392.
11. Шатских С.Я. Об одном варианте преобразования независимости // Сб. “Мера и интеграл”, Самара: изд-во “Самарский университет”, 1995. С. 99-112.
12. Shatskih S.Ya. Multivariate Cauchy distributions as locally gaussian distributions // Journal of Math. Sciences. NY. V.78. 1. 1996, p. 102-108.
13. Шатских С.Я. Преобразование независимости семейства случайных величин обладающих воспроизводимостью условных вантилей // Вестник Самарского государственного университета: естественнонаучная серия, №1, 2002г.
14. Шатских С.Я., Кнутова Е.М. Воспроизводимость условных квантилей многомерного распределения Стьюдента // Известия РАЕН. Серия МММИУ, т.1, 1, 1997. С.36-58.