Л. р. №9. Исследование оптимального когерентного приёма

Пояснения к некоторым контрольным вопросам:

2. Эквивалентная энергия: $E_э = \int\limits_0^T \left(s_1(t) - s_2(t)\right)^2 dt$.

3. Отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума: $\frac{E}{N_0} = \frac{P_с}{P_ш} FT = \frac{P_с}{P_ш}\frac{B}{2}$, где $B = 2FT$ – база сигнала.

4. Отсчёты белого шума не коррелированны.

5. Энергетический выигрыш одного вида модуляции по сравнению с другим рассчитывается как отношение соответствующих значений величин h^2 при равных вероятностях ошибки. Таким образом, приравнивая $p_{АМ}$ и $p_{ФМ}$, получаем выигрыш ФМ (ФТ) по отношению к АМ (АТ) (отношение $h^2_{АМ}/h^2_{ФМ}$). Формулы для расчёта $p_{АМ}$ и $p_{ФМ}$ даны ниже.

Пояснения к выполнению работы:

Число испытаний задаётся преподавателем!
При выполнении работы необходимо заполнить табл. 1.

Таблица 1

h^2	0,001	1	2	3	4	5
$p^*_{АМ}$						
$p^*_{ЧМ}$						
$p^*_{ФМ}$						
$p_{АМ}$						
$p_{ЧМ}$						
$p_{ФМ}$						

Здесь h^2 – отношение сигнал-шум; $p^*_{АМ}$, $p^*_{ЧМ}$, $p^*_{ФМ}$ – экспериментальные значения частости ошибок; $p_{АМ}$, $p_{ЧМ}$, $p_{ФМ}$ – расчётные значения вероятности ошибок.

Формулы для расчёта вероятности ошибки при АМ, ФМ, ЧМ:

$$p_{АМ} = Q\left(\sqrt{h^2/2}\right) = 0,5\left[1 - \Phi\left(\sqrt{h^2/2}\right)\right],$$

$$p_{ЧМ} = Q\left(\sqrt{h^2}\right) = 0,5\left[1 - \Phi\left(\sqrt{h^2}\right)\right],$$

$$p_{ФМ} = Q\left(\sqrt{2h^2}\right) = 0,5\left[1 - \Phi\left(\sqrt{2h^2}\right)\right].$$

Графики зависимости вероятности (частости) ошибок от h^2 строятся в логарифмическом масштабе!

Работа № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО ПРИЕМА ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ

Цель работы: сравнительный анализ помехоустойчивости оптимального приема (демодуляции) дискретных сообщений при использовании различных систем двоичных сигналов в канале с белым гауссовским шумом.

Краткие теоретические сведения

Постановка задачи оптимального приема. В системах передачи дискретных сообщений после выполнения операций первичного и вторичного кодирования каждый символ b_i $(i=1,2,\dots,m,$ где m – основание кода) представляется сигналом $u_i(t)$, способным распространяться по имеющемуся физическому каналу (линии связи). Процесс преобразования элементов сообщения b_i в соответствующие им сигналы $u_i(t)$ носит название ***модуляции*** (манипуляции). При передаче на большие расстояния обычно используется модуляция высокочастотного гармонического колебания по одному или нескольким параметрам (амплитуде, фазе или частоте); при этом сигналы $u_i(t)$ представляют собой отрезки гармонических колебаний, различающиеся указанными параметрами (сигналы АМ, ЧМ, ФМ).

В результате прохождения по каналу сигнал $u_i(t)$ преобразуется в сигнал $s_i(t)$, который в идеальном случае отличается от переданного только задержкой во времени и амплитудой. В большинстве реальных каналов в той или иной мере искажается и форма переданных сигналов. Однако, если канал имеет постоянные известные параметры (таковы, например, большинство проводных каналов) то все ожидаемые в месте приема сигналы $s_i(t)$ $(i=1,2,\dots,m)$ могут быть рассчитаны заранее и, таким образом, считаться известными. На вход приемного устройства поступает смесь искаженного переданного сигнала $s_i(t)$ с аддитивным шумом $n(t)$,

$$z(t) = s_i(t) + n(t) \qquad (9.1)$$

Задача приемного устройства (демодулятора) – установить, какой именно из m возможных символов был передан, т.е. какой именно из m возможных сигналов $s_i(t)$ $(i=1,2,\dots,m)$ присутствует в смеси (9.1). Такую задачу называют задачей ***различения*** сигналов на фоне шума. Заметим, что для ее решения не обязательно выделять сам полезный сигнал $s_i(t)$ из смеси $z(t)$ или, тем более, восстанавливать переданный сигнал $u_i(t)$.

В демодуляторе осуществляются преобразования (обработка) принятой смеси (9.1) по некоторому алгоритму, в результате которой должно быть вынесено решение в пользу одного из указанных символов b_j. Вследствие действия искажений и помех в канале такое решение не может быть всегда безошибочным, однако можно поставить задачу синтеза такого алгоритма обработки принятой смеси $z(t)$, при котором достигается наилучшее по некоторому критерию качество приема. Такой алгоритм и реализующий его демодулятор называют ***оптимальными по выбранному критерию.***

Критерии и правила оптимального приема. Основным критерием качества для систем передачи дискретных сообщений является средняя вероятность ошибочного приема элемента сообщения (в данном случае - символа) p или соответствующая ей вероятность правильного приема $q = 1-p$.

Критерий оптимизации приема, требующий минимума p или максимума q называют ***критерием идеального наблюдателя.***

Впервые теория синтеза приемных устройств, оптимальных по такому критерию, была разработана В.А.Котельниковым в 1946 г. и названа теорией потенциальной помехоустойчивости, а сам приемник - идеальным. Поэтому его часто называют также приемником Котельникова.

Возможны и другие критерии оптимальности. Например, при решении задач обнаружения и различения сигналов в системах сигнализации, а также в радиолокации применяют критерий Неймана-Пирсона, требующий минимума вероятности пропуска цели (или другого аналогичного события) при фиксированной (заданной) вероятности ложной тревоги. Одним из наиболее общих является критерий минимума среднего риска (подробнее - см. список литературы).

Для реализации оптимального приема необходимо выразить выбранный критерий через характеристики реального канала, т.е. перейти к некоторому ***решающему правилу*** (РП), позволяющему найти конкретную последовательность операций, которые нужно осуществить над принимаемым сигналом, т.е. ***алгоритм оптимального приема,*** а затем - реализующую его схему приемного устройства.

Доказано, что решение о переданном символе является оптимальным по критерию идеального наблюдателя, если оно выносится по правилу

$$\hat{b}_j = \arg\max_i P(b_i|\mathbf{z}) \qquad (9.2)$$

где $\mathbf{z}$ - совокупность одного или нескольких отсчетов принятой реализации смеси $z(t)$, называемая ***выборкой,*** $P(b_i|\mathbf{z})$ - апостериорная (т.е. найденная после наблюдения выборки $\mathbf{z}$) вероятность передачи символа b_i.

Согласно формуле (9.2) необходимо сравнить между собой значения указанных вероятностей для разных символов b_i ($i=1,2,\ldots,m$) и считать принятым тот из них, вероятность которого максимальна. Соответственно такое решающее правило называют ***правилом максимума апостериорной вероятности*** (АПВ).

Каждый символ имеет также некоторую ***априорную*** вероятность, $P(b_i)$, которая характеризует среднюю частоту его появления в передаваемых сообщениях. Если у всех символов эти вероятности одинаковы, т.е. $P(b_i)=1/m$ для всех $i=1,2,\ldots,m$, то правило максимума АПВ сводится к ***правилу максимального правдоподобия*** (МП)

$$\hat{b}_j = \arg\max_i w(\mathbf{z}|b_i), \qquad (9.3)$$

где $w(\mathbf{z}|b_i)$ - условная плотность вероятности выборки $\mathbf{z}$ при передаче символа b_i, называемая ***функцией правдоподобия*** (ФП) этого события.

В некоторых случаях (например, для непрерывной выборки, составленной из всех отсчетов смеси $z(t)$ на интервале обработки) ФП обращается в бесконечность. Тогда вместо нее рассматривают ***отношение правдоподобия (ОП)***

$$\Lambda(\mathbf{z}|b_i) = \lim w(\mathbf{z}|b_i)/w(\mathbf{z}|0) \qquad (9.4)$$

или его логарифм

$$L(\mathbf{z}|b_i) = \ln \Lambda(\mathbf{z}|b_i), \qquad (9.5)$$

где предел находится при условии, что интервал между отсчетами стремится к нулю, а их число - к бесконечности; символ "0" обозначает отсутствию сигнала в смеси $z(t)$.

В таких случаях правило МП записывается в виде

$$\hat{b}_j = \arg \max_i L(\mathbf{z}|b_i) \qquad (9.6)$$

Алгоритмы и схемы оптимального когерентного приема в канале с белым гауссовским шумом. Вид алгоритмов и реализующих их схем приемных устройств существенно зависят от типа обрабатываемой на приеме выборки $\mathbf{z}$ смеси сигнала с шумом $z(t)$, характеристик канала и помех. Рассмотрим случай, когда обрабатывается непрерывная выборка указанной смеси на некотором интервале $(0,T)$. Если в канале действует белый гауссовский шум со спектральной плотностью мощности $N_0/2$ и ожидаемые на приемной стороне сигналы $s_i(t)$ $(i=1,2,\ldots,m)$ известны, то логарифм ОП в формуле (9.6) можно записать в виде

$$L(\mathbf{z}|b_i) = -(1/N_0)\int_0^T [z(t)-s_i(t)]^2 dt + C, \qquad (9.7)$$

где C - некоторая константа.

Нетрудно видеть, что максимум величины (9.7) достигается тогда, когда достигается минимум (по i) интеграла

$$r_i = \int_0^T [z(t)-s_i(t)]^2 dt. \qquad (9.8)$$

Величина r_i по геометрическому смыслу выражает квадрат расстояния между принятой смесью $z(t)$ и сигналом $s_i(t)$ в пространстве Гильберта, а по физическому - энергию разностного сигнала $[z(t)-s_i(t)]$. Это означает, что принятым согласно этому правилу считается тот сигнал, к которому поступившая на прием смесь ближе всего в среднеквадратической метрике.

Таким образом, алгоритм оптимального приема по правилу максимального правдоподобия включает в себя следующие операции: из поступившей на прием реализации смеси $z(t)$ вычитаются ожидаемые известные сигналы

$s_i(t)$ $(i=1,2,\ldots,m)$, полученные m разностей возводятся в квадрат и интегрируются, в результате чего в соответствии с (9.8) определяется m величин r_i. Они сравниваются между собой и определяется номер j максимальной величины. Соответствующий ему символ b_j регистрируется в качестве принятого.

Можно искать максимум величины (9.7) и иначе. Раскрыв квадрат разности под интегралом, нетрудно убедиться, что этот максимум достигается тогда, когда максимальна величина

$$q_i = \int_0^T z(t)s_i(t)dt - E_i/2. \tag{9.9}$$

где

$$E_i = \int_0^T [s_i(t)]^2 dt. \tag{9.10}$$

- энергия ожидаемого сигнала $s_i(t)$ в месте приема.

Интеграл, входящий в формулу (9.9), по геометрическому смыслу выражает скалярное произведение смеси $z(t)$ на опорный сигнал $s_i(t)$ и носит название **корреляционного интеграла**. Реализующий его блок, состоящий из перемножителя и интегратора, называют **коррелятором**, а демодулятор, построенный с использованием таких элементов - **корреляционным приемником**.

В описанных алгоритмах ожидаемые сигналы $s_i(t)$, используемые в качестве опорных, предполагаются полностью известными, включая и их фазы. Такой вид приема и реализующие его демодуляторы называются **когерентными**. При **некогеренном приеме** учитывается только огибающая принимаемой смеси сигнала с шумом.

Структурные схемы оптимальных демодуляторов, реализующих описанные алгоритмы (на основе квадраторов или корреляторов) приведены в учебниках. Они могут быть реализованы с использованием аналоговых элементов - перемножителей, интеграторов, вычитающих устройств, и т.д., а также в форме программы цифровой обработки сигналов, например, на базе сигнальных процессоров.

Особенности приема двоичных сигналов. В этом случае описанные алгоритмы существенно упрощаются. При m=2 сравниваются только две величины q_i вида (9.9) и соответствующий алгоритм можно записать в виде

$$\int_0^T z(t)s_1(t)dt - E_1/2 \underset{b_0}{\overset{b_1}{\gtrless}} \int_0^T z(t)s_0(t)dt - E_0/2, \tag{9.11}$$

или, после приведения подобных членов, в виде

$$\int_0^T z(t)s(t)dt \underset{b_0}{\overset{b_1}{\gtrless}} \lambda. \tag{9.12}$$

где $s(t) = s_1(t) - s_0(t)$ - разностный сигнал, $\lambda = (E_1 - E_0)/2$ - пороговый уровень.

Схема оптимального демодулятора двоичных сигналов, реализующего описанный алгоритм, приведена на рис.9.1,

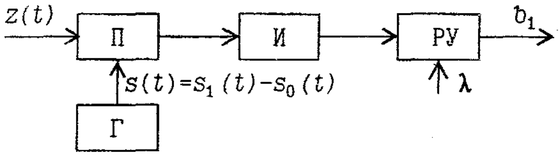

Рис. 9.1

здесь Г - генератор опорного сигнала $s(t)$, П - перемножитель сигналов $z(t)$ и $s(t)$, И - интегратор, РУ - решающее устройство, выдающее на выход символ b_1 или b_0 по результатам сравнения его входной величины с порогом λ согласно правилу (9.12). Реализация схемы оказывается особенно простой, если принимаются ***сигналы с активной паузой.*** Так называют систему сигналов, в которой оба символа (b_1 и b_0) представляются отличными от нуля сигналами с равными энергиями, $E_1 = E_0$ (примерами являются системы сигналов с ФМ и ЧМ). Тогда $\lambda = 0$ и на приемной стороне нет необходимости знать энергию ожидаемых сигналов.

Потенциальная помехоустойчивость когерентного приема двоичных сигналов. Оптимальный приемник, как следует из его исходного определения выше, обеспечивает наивысшую помехоустойчивость в заданных условиях. Его помехоустойчивость характеризует предельные возможности любых реальных приемников, работающих в тех же условиях, в связи с чем получила название ***потенциальной помехоустойчивости.*** Ее расчет очень важен для правильного выбора и оценки эффективности реальных приемных устройств.

Количественной мерой помехоустойчивости приема дискретных сообщений является уже упоминавшаяся выше ***средняя вероятность ошибки*** p (в данном случае - ошибочного приема символа). Двоичные символы b_1 и b_0 обычно условно обозначаются как 1 и 0. При приеме возможны ошибки двух родов: прием 0 при передаче 1 и прием 1 при передаче 0. Соответствующие вероятности ошибок обозначаются как P(0|1) и P(1|0).

Средняя вероятность ошибки

$$p = P(0)P(1|0) + P(1)P(0|1). \qquad (9.13)$$

Нетрудно убедиться, что для рассмотренных выше алгоритмов $P(0|1) = P(1|0)$, т.е. дискретный канал, организованный на линии связи с помощью модулятора и демодулятора, является ***симметричным.*** При этом

$$p = P(1|0) = P(0|1). \qquad (9.14)$$

Можно показать, что при оптимальном когерентном приеме двоичных сигналов в канале с белым гауссовским шумом указанная средняя вероятность ошибки, характеризующая потенциальную помехоустойчивость, определяется по формуле

$$p = 0,5\ [1-\Phi(\sqrt{E_э/2N_0})], \qquad (9.15)$$

где N_0 - спектральная плотность белого шума,

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2/2)\,dt \qquad (9.16)$$

- функция Крампа (см. приложение 1),

$$E_э = \int_0^T [s(t)]^2 dt = \int_0^T [s_1(t)-s_0(t)]^2 dt \qquad (9.17)$$

- эквивалентная энергия разностного сигнала.

Известны три основных вида двоичных систем сигналов:

1) системы с пассивной паузой (например АМ), в которых $s_0(t)=0$;

2) системы ортогональных сигналов с активной паузой (например, ЧМ), в которых используемые сигналы удовлетворяют условию

$$\int_0^T s_1(t)s_0(t)dt = 0; \qquad (9.18)$$

3) системы противоположных сигналов с активной паузой (например, ФМ), в которых

$$s_1(t) = -\,s_0(t) \qquad (9.19)$$

Для перечисленных трех систем общая формула вероятности ошибки (9.15) принимает следующий вид (индекс у p соответствует номеру системы):

$$p_1 = 0,5\ [1-\Phi(\sqrt{h^2/2})], \qquad (9.20)$$

$$p_2 = 0;5\ [1-\Phi(\sqrt{h^2})], \qquad (9.21)$$

$$p_3 = 0,5\ [1-\Phi(\sqrt{2h^2})], \qquad (9.22)$$

где $h^2 = E_1/N_0$ - отношение сигнал/шум.

Из сравнения (9.20) - (9.22) видно, что оптимальной, т.е. обеспечивающей наиболее высокую помехоустойчивость при заданной энергии, является система противоположных сигналов.

Экспериментальное определение помехоустойчивости передачи дискретных сообщений. Вероятность ошибки - теоретическое понятие. На практике, при аттестации реальных систем связи, определяется ***частость ошибок*** $p^* = N_0/N$, где N_0 - количество ошибочно принятых элементов, N - общее количество принятых элементов. При $N \to \infty$, $p^* \to p$.

Для подсчета коэффициента ошибок в реальном канале связи используется следующий метод (см. рис.9.2).

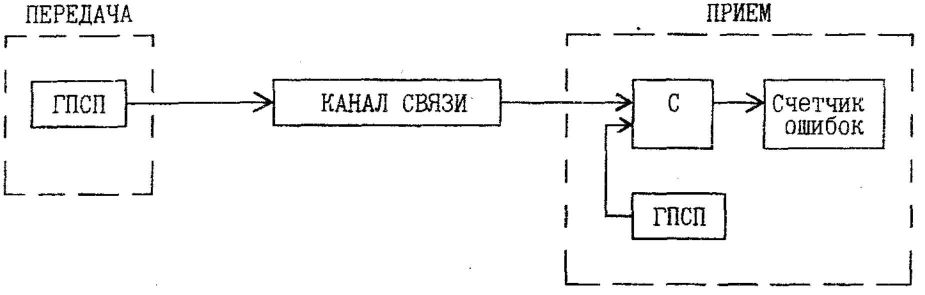

Рис. 9.2

На вход канала подается специальная последовательность двоичных символов - псевдослучайная последовательность (ПСП), которая по своим статистическим свойствам близка к реальным информационным последовательностям. Для ее формирования применяется генератор ПСП (ГПСП). Эта последовательность заранее известна на приеме и воспроизводится аналогичным генератором (с учетом задержки сигнала в канале).

На приемной стороне сигналы с выхода канала и ГПСП подаются на сумматор по модулю 2 (схема совпадения) - С. На его выходе появляется логическая "1" если на его входах присутствуют разные символы ("1" и "0" или "0" и "1"), т.е. в случае ошибочного приема символа, и "0" - в случае правильного. Счетчик ошибок в течении достаточно большого промежутка времени подсчитывает число поступивших на его вход "единиц", т.е. ошибок - N_0.

По окончании эксперимента по указанной выше формуле определяется частость ошибки, являющаяся статистической оценкой искомой средней вероятности ошибки.

Качество работы передающих и приемных устройств, наряду с проверкой их работы в реальных каналах, часто исследуется с применением ***имитаторов каналов*** - специальных устройств, имитирующих искажения и помехи на реальных линиях связи, а также посредством ***моделирования на ЭВМ по методу статистических испытаний.*** Последний метод реализован в данной лабораторной работе. Программа, заложенная в ЭВМ, воспроизводит в цифровой форме реализации сигналов и помех с использованием программы формирования случайных чисел, а также операции обработки их смеси в соответствии с описанным выше алгоритмом оптимального приема, а затем по результатам достаточно большой серии испытаний оценивается средняя вероятность ошибки.

Порядок выполнения работы

Работа выполняется на персональном компьютере ("СУРА - ПК 8000", или, в модернизированном варианте, на IBM PC). . Перед выполнением основной части работы предлагается 5 контрольных вопросов по теме работы.

После получения допуска и прочтения кратких теоретических сведений по работе (без записи в отчет) необходимо провести моделирование оптимального приема дискретных сообщений в каналах связи с амплитудной, частотной и фазовой модуляцией (АМ, ЧМ, ФМ). Для этого необходимо задавать ряд значений величины h^2 - отношение сигнал/шум в канале. После задания очередного значения h^2 в компьютере начинается моделирование процесса передачи двоичных символов сразу по 3-м каналам с указанными видами модуляции. Общее число символов, передаваемых по каналам $N = 200$. Процесс подсчета ошибок на приеме отображается в виде условных диаграмм, которые постепенно заполняются значками "#" и "-". Первый из них отображает ошибочно принятый двоичный символ, второй - правильно принятый. Эти диаграммы позволяют визуально контролировать качество приема сообщений при использовании различных видов модуляции (АМ, ЧМ, ФМ) и сравнивать их между собой.

Затем после приема 200 символов необходимо нажать любую клавишу и записать в таблицу 9.1 значения частостей ошибок $p_{фм}^*$, $p_{чм}^*$, $p_{ам}^*$, после чего процесс моделирования повторяется для другого h^2. Обратите внимание, что первое значение h^2 близко к нулю, что соответствует режиму "обрыв канала", т.е. отсутствию в нем полезного сигнала, а последнее, большое, соответствует практически бесконечному отношению сигнал/шум - отсутствие шума.

Таблица 9.1

h^2	0.00001	1	2	3	4	5	100
$p_{фм}^*$							
$p_{чм}^*$							
$p_{ам}^*$							
$p_{фм}$							
$p_{чм}$							
$p_{ам}$							

При оформлении отчета для сравнения результатов эксперимента с теоретическими значениями вероятностей ошибок необходимо рассчитать последние по формулам

$$p_{\text{фм}} = 0,5\ [1 - \Phi(\sqrt{2h^2})],$$

$$p_{\text{чм}} = 0,5\ [1 - \Phi(\sqrt{h^2})],$$

$$p_{\text{ам}} = 0,5\ [1 - \Phi(\sqrt{h^2/2})],$$

где $\Phi(x)$ - функция Крампа (формула 9.16), значения которой можно найти по таблице П.1 в приложении. Результаты расчетов необходимо также записать в таблицу 9.1.

По результатам моделирования и расчетов нужно на одном графике построить кривые зависимостей полученных в работе частостей ошибок и рассчитанных теоретических значений их вероятностей от величины h^2 (значение h^2=100 учитывать не нужно). Указанные кривые строятся обычно в логарифмическом масштабе по оси ординат, т.е. по этой оси откладываются не сами значения p^* и p, а их десятичные логарифмы (рис. 9.3). Например, значению $p = 10^{-1}$, будет соответствовать число -1, значению $p = 10^{-2}$ - число -2 и т.д. В результате с увеличением h^2 кривые будут расходиться, в то время как при использовании линейного масштаба они будут сливаться, и их нельзя будет отличить друг от друга.

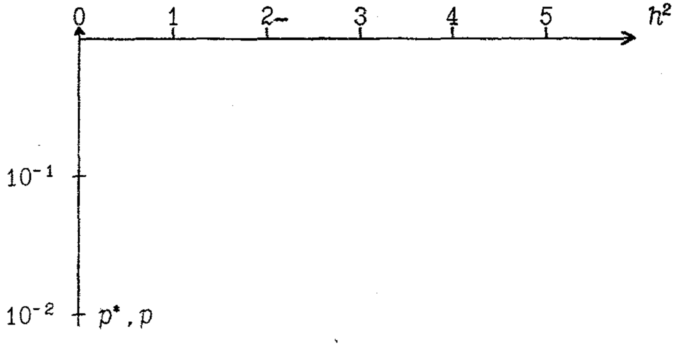

Рис. 9.3

Содержание отчета

1. Таблица и графики зависимостей p^* и p от h^2.
2. Выводы о качестве приема дискретных сообщений в каналах связи с различными видами модуляции и о степени соответствия экспериментальных и теоретических результатов работы.

Контрольные вопросы

1. Поясните принцип подразделения сообщений на дискретные и непрерывные. В чем состоит задача приема дискретных сообщений? Что понимают под оптимальным приемом?

2. Какой критерий оптимальности является основным при приеме дискретных сообщений? Поясните его смысл.

3. Перечислите основные решающие правила оптимального приема. В чем их отличие от критерия оптимальности и какова их взаимная связь?

4. Что такое функция правдоподобия, отношение правдоподобия? В каких случаях можно использовать только второе из этих понятий?

5. Запишите выражения функции правдоподобия для различения двух сигналов на фоне белого гауссовского шума по одному и нескольким отсчетам.

6. Запишите выражение отношения правдоподобия для различения двух сигналов на фоне белого гауссовского шума по непрерывной выборке на интервале (0,T).

7. Опишите алгоритм оптимального приема многопозиционных сигналов на фоне белого гауссовского шума, изобразите соответствующую структурную схему демодулятора на основе квадраторов. Каковы геометрический и физический смыслы этого алгоритма?

8. Опишите алгоритм оптимального приема многопозиционных сигналов на фоне белого гауссовского шума, изобразите соответствующую структурную схему демодулятора на основе корреляторов.

9. Запишите алгоритм оптимального приема двоичных сигналов на фоне белого гауссовского шума, изобразите соответствующую структурную схему демодулятора. Как она упрощается для сигналов с активной паузой?

10. Чем можно заменить коррелятор в оптимальном демодуляторе?

11. Объясните смысл понятия "потенциальная помехоустойчивость". В чем практическое значение ее анализа?

12. Какова количественная мера помехоустойчивости приема дискретных сообщений?

13. Запишите общую формулу для определения средней вероятности ошибки оптимального приема двоичных сигналов в канале с белым гауссовским шумом, объясните смысл входящих в нее величин.

14. Запишите формулы для расчета средней вероятности ошибки оптимального приема различных систем двоичных сигналов в канале с белым гауссовским шумом. Какая система сигналов является оптимальной по помехоустойчивости в этих условиях, какая - наихудшей?

15. Какой энергетический выигрыш достигается при переходе от системы АМ к системам ЧМ и ФМ при фиксированной вероятности ошибки?

16. Как экспериментально определяется средняя вероятность ошибки в реальных системах связи?

17. Какова методика определения вероятности ошибки с применением моделирования на ЭВМ?

Литература

1. Теория передачи сигналов / А.Г.Зюко, Д.Д.Кловский, М.В.Назаров, Л.М.Финк. - М.: Радио и связь, 1986.
2. Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов.-М.:Радио и связь,1973
3. Кловский Д.Д.,Шилкин в.А. Теория электрической связи. Сб.задач и упражнений. - М.: Радио и связь, 1990, с.13 -15,79- 87.