

Министерство Российской Федерации по связи и информатизации
Поволжская государственная академия телекоммуникаций
и информатики

Кафедра теории электрических цепей

Методические указания к контрольной работе № 2
по II части курса «Основы теории цепей»

для студентов заочного отделения

Составители: к.т.н., доц. Михайлов В.И.
к.ф.-м.н. Панин Д.Н.

Самара 2006

Содержание

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ.....	3
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2.....	4
Переходные процессы. Спектральный метод.....	4
Задача 2.1.....	4
Задача 2.2.....	7
Цепи с распределенными параметрами.....	12
Задача 2.3.....	12
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ.....	12
Использование операторного метода для расчета переходного процесса при ненулевых начальных условиях.....	12
Определение реакции линейной цепи на ступенчатые воздействия.....	18
Определение комплексной передаточной функции.....	23
Расчет однородной линии.....	24
Литература.....	26

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Выбор варианта

Контрольные задания составлены в ста вариантах. Вариант выбирается в соответствии с двумя последними цифрами номера студенческого билета: m – его предпоследняя цифра, n – его последняя цифра. Например, номеру студенческого билета МС–85123 соответствуют: $m = 2$, $n = 3$.

Требования к оформлению

1. Контрольная работа выполняется в обычной ученической тетради. Она должна быть аккуратно оформлена, разборчиво написана чернилами на одной стороне каждого листа, т.е. на правой странице развернутой тетради. Левая страница должна быть оставлена чистой. Для замечаний преподавателя на каждой написанной странице оставляются поля шириной 3–4 см. Все страницы нумеруются. При дистанционном обучении работа оформляется на ЭВМ и отсылается по электронной почте в центр дистанционного обучения академии.

2. На обложке тетради должен быть наклеен и заполнен адресный бланк, а на первой странице тетради – титульный бланк, который при дистанционном обучении заполняется на ЭВМ.

3. Схемы и графики выполняются с соблюдением правил черчения и ГОСТов. Графики выполняются аккуратно с соблюдением масштабов. Все схемы, графики, таблицы должны быть пронумерованы.

4. При построении графиков масштабы указываются численными метками, отложенными вдоль осей. Должны быть обязательно обозначены величины, отложенные вдоль каждой оси, и указаны их единицы измерения.

5. Все величины, буквенные обозначения которых применяются в ходе решения, должны быть показаны на схемах.

6. При индексации величин целесообразно их нумеровать в соответствии с номерами ветвей. Например, ток в ветви с элементами R_2 , L_2 целесообразно обозначать i_2 , а его операторное изображение – $I_2(p)$.

7. Расчетные формулы должны приводиться в тексте работы в общем виде с объяснением буквенных обозначений. Все числовые значения необходимо подставлять только в основных единицах (вольт, ампер и т.д.).

8. Все расчеты должны производиться с точностью в три значащих цифры. Следует приводить промежуточные вычисления.

9. В конце работы указывается использованная литература. Список литературы должен быть составлен в соответствии с ГОСТом (см. список литературы настоящих методических указаний).

10. Работа должна быть подписана с указанием даты ее выполнения.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Переходные процессы. Спектральный метод

Задача 2.1

Цепи, схемы которых приведены на рис. 2.1, имеют следующие числовые значения параметров элементов:

$$\begin{aligned} E_1 &= 10 \text{ В}, E_2 = 6 \text{ В}, J_1 = 1 \text{ мА}, J_2 = 2 \text{ мА}, \\ R_1 &= 10 \text{ кОм}, R_2 = 10 \text{ кОм}, R_3 = 16 \text{ кОм}, R_4 = 8 \text{ кОм}, \\ L &= 10 \text{ мГн}, C = 10 \text{ нФ}. \end{aligned}$$

Ключ "К" замыкается "зам" или размыкается "разм" при $t = 0$. Характер коммутации указан в графе "К" (таблица 2.1). Необходимо выполнить следующие действия:

1. Составить операторную схему замещения.
2. Найти операторным методом выражение тока или напряжения, которые указаны в графе $f(t)$ (таблица 2.1).
3. Построить график $f(t)$.

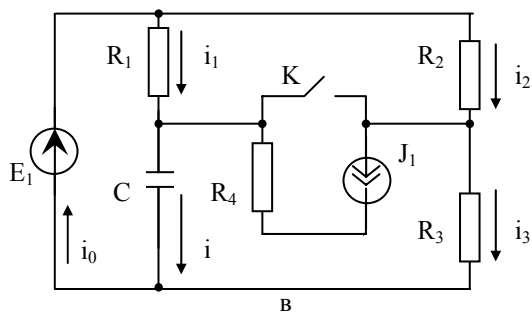
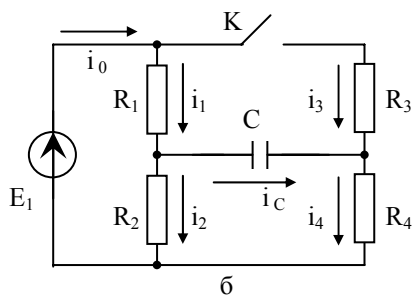
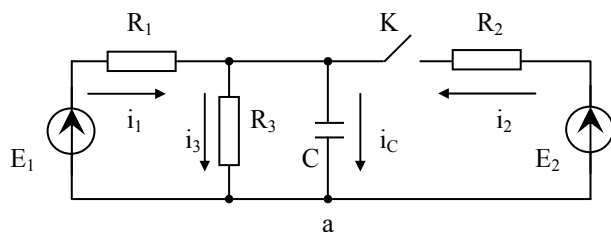


Рис. 2.1

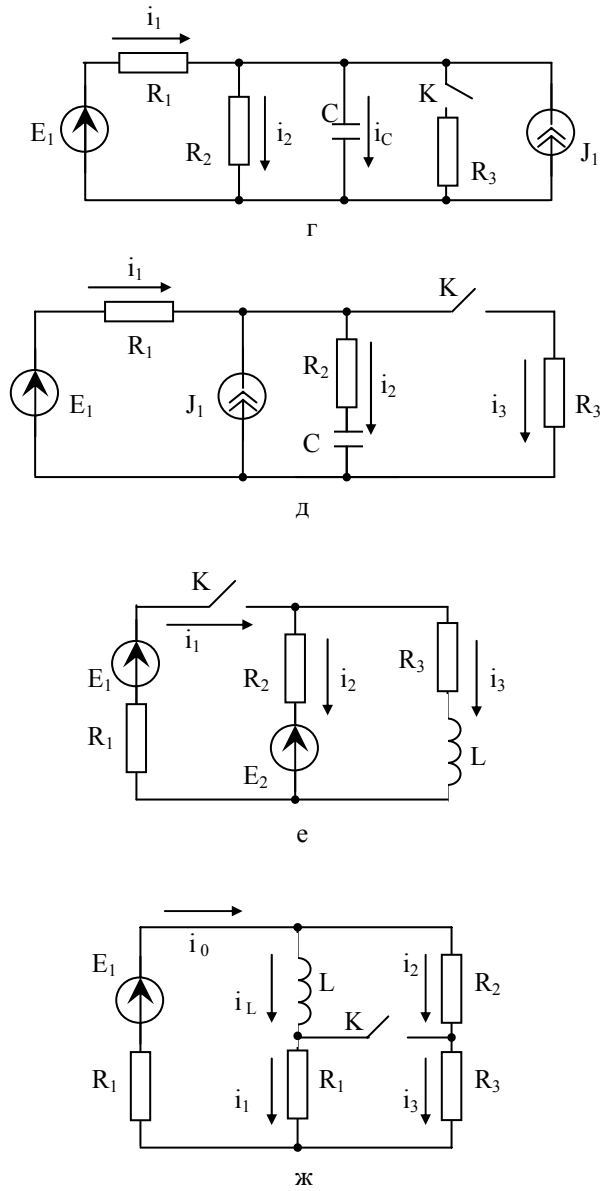
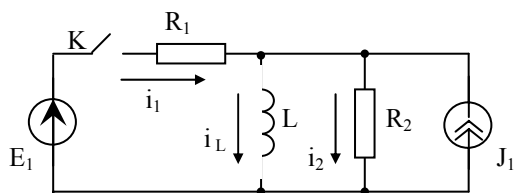
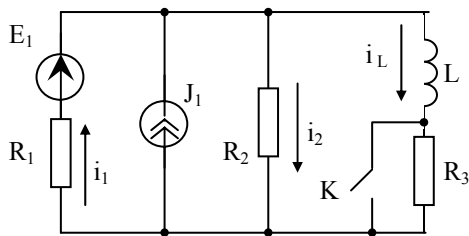


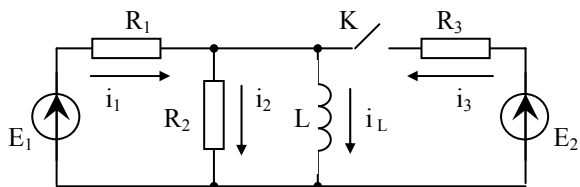
Рис. 2.1



з



и



к

Рис. 2.1

Задача 2.2

На входные зажимы 1–1' цепей, схемы которых приведены на рис. 2.2, воздействует прямоугольный импульс напряжения $E = 5 \text{ В}$ длительностью $t_u = 5 \text{ мкс}$. Числовые значения параметров элементов

равны: $R = (n + 1) \text{ кОм}$, $L = (m + 1) \text{ мГн}$, $C = \frac{1}{m + 1} \text{ нФ}$.

Выбрать схему, номер которой соответствует числу m (рис. 2.2).

Определить:

1. Переходную характеристику по напряжению $h_u(t)$.
2. Выражение выходного напряжения $u_2(t)$.
3. Комплексную передаточную функцию $H(j\omega)$.

Построить:

1. График выходного напряжения $u_2(t)$.
2. Амплитудно-частотную характеристику (АЧХ): $H(\omega) = |H(j\omega)|$, и фазочастотную характеристику (ФЧХ): $\phi(\omega) = \arg(H(j\omega))$ комплексной передаточной функции $H(j\omega)$.

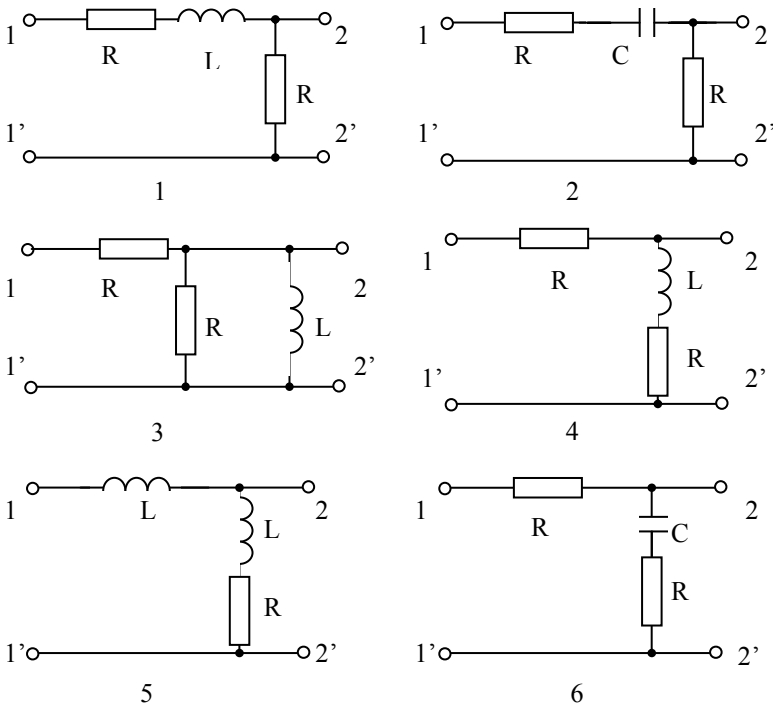


Рис. 2.2

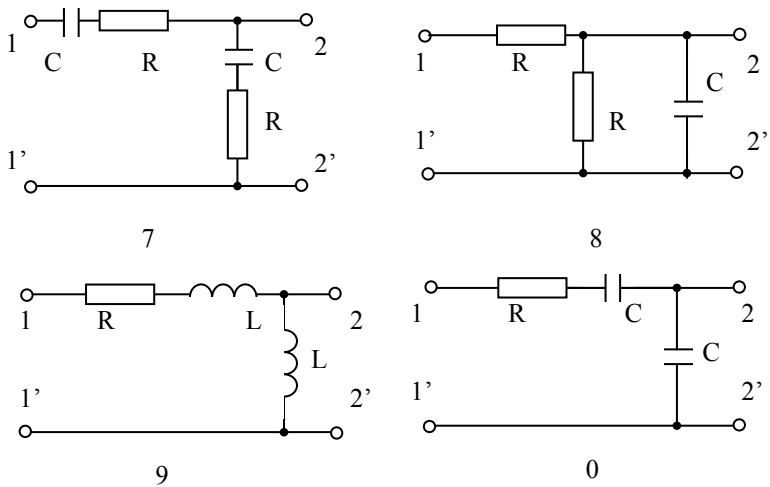


Рис. 2.2

Таблица 2.1

m	n	Схема	$f(t)$	К	m	n	Схема	$f(t)$	К
0	0	а	$i_1(t)$	зам.	1	0	б	$i_1(t)$	зам.
0	1	а	$i_2(t)$	зам.	1	1	б	$i_2(t)$	зам.
0	2	а	$i_3(t)$	зам.	1	2	б	$i_3(t)$	зам.
0	3	а	$i_C(t)$	зам.	1	3	б	$i_4(t)$	зам.
0	4	а	$u_C(t)$	зам.	1	4	б	$i_C(t)$	зам.
0	5	а	$i_1(t)$	разм.	1	5	б	$u_C(t)$	зам.
0	6	а	$u_{R1}(t)$	разм.	1	6	б	$i_1(t)$	разм.
0	7	а	$i_3(t)$	разм.	1	7	б	$i_2(t)$	разм.
0	8	а	$i_C(t)$	разм.	1	8	б	$i_4(t)$	разм.
0	9	а	$u_C(t)$	разм.	1	9	б	$u_C(t)$	разм.

Таблица 2.1

m	n	Схема	f(t)	К	m	n	Схема	f(t)	К
2	0	в	$i_C(t)$	разм.	4	0	д	$u_C(t)$	разм.
2	1	в	$i_0(t)$	зам.	4	1	д	$i_1(t)$	зам.
2	2	в	$i_0(t)$	разм.	4	2	д	$i_2(t)$	зам.
2	3	в	$i_1(t)$	зам.	4	3	д	$i_3(t)$	зам.
2	4	в	$i_2(t)$	зам.	4	4	д	$u_C(t)$	зам.
2	5	в	$i_3(t)$	зам.	4	5	д	$u_{R2}(t)$	зам.
2	6	в	$i_C(t)$	зам.	4	6	д	$i_1(t)$	разм.
2	7	в	$u_C(t)$	зам.	4	7	д	$i_2(t)$	разм.
2	8	в	$i_1(t)$	разм.	4	8	д	$u_{R3}(t)$	зам.
2	9	в	$i_2(t)$	разм.	4	9	д	$u_{R1}(t)$	разм.
3	0	г	$i_1(t)$	разм.	5	0	е	$i_1(t)$	зам.
3	1	г	$i_C(t)$	разм.	5	1	е	$i_2(t)$	зам.
3	2	г	$u_C(t)$	разм.	5	2	е	$u_{R1}(t)$	зам.
3	3	г	$i_1(t)$	зам.	5	3	е	$u_L(t)$	зам.
3	4	г	$i_2(t)$	зам.	5	4	е	$u_{R2}(t)$	зам.
3	5	г	$i_C(t)$	зам.	5	5	е	$i_2(t)$	разм.
3	6	г	$u_C(t)$	зам.	5	6	е	$i_3(t)$	разм.
3	7	г	$u_{R3}(t)$	разм.	5	7	е	$u_L(t)$	разм.
3	8	г	$i_2(t)$	разм.	5	8	е	$u_{R3}(t)$	разм.
3	9	г	$i_C(t)$	разм.	5	9	е	$u_{R2}(t)$	разм.

Таблица 2.1

m	n	Схема	f(t)	К	m	n	Схема	f(t)	К
6	0	ж	$i_1(t)$	зам.	8	0	и	$u_{R1}(t)$	разм.
6	1	ж	$i_L(t)$	зам.	8	1	и	$i_1(t)$	зам.
6	2	ж	$i_2(t)$	зам.	8	2	и	$i_2(t)$	зам.
6	3	ж	$u_L(t)$	зам.	8	3	и	$i_L(t)$	зам.
6	4	ж	$u_{R1}(t)$	зам.	8	4	и	$u_L(t)$	зам.
6	5	ж	$i_L(t)$	разм.	8	5	и	$u_{R1}(t)$	зам.
6	6	ж	$u_L(t)$	разм.	8	6	и	$i_1(t)$	разм.
6	7	ж	$i_2(t)$	разм.	8	7	и	$i_2(t)$	разм.
6	8	ж	$i_0(t)$	зам.	8	8	и	$i_L(t)$	разм.
6	9	ж	$i_0(t)$	разм.	8	9	и	$u_L(t)$	разм.
7	0	з	$u_L(t)$	зам.	9	0	к	$u_{R3}(t)$	разм.
7	1	з	$i_2(t)$	зам.	9	1	к	$i_1(t)$	зам.
7	2	з	$i_1(t)$	зам.	9	2	к	$i_2(t)$	зам.
7	3	з	$i_L(t)$	зам.	9	3	к	$i_L(t)$	зам.
7	4	з	$i_2(t)$	разм.	9	4	к	$i_3(t)$	зам.
7	5	з	$i_L(t)$	разм.	9	5	к	$u_L(t)$	зам.
7	6	з	$i_2(t)$	разм.	9	6	к	$i_1(t)$	разм.
7	7	з	$u_L(t)$	разм.	9	7	к	$i_2(t)$	разм.
7	8	з	$u_{R1}(t)$	зам.	9	8	к	$i_L(t)$	разм.
7	9	з	$u_{R2}(t)$	разм.	9	9	к	$u_{R2}(t)$	зам.

Цепи с распределенными параметрами.

Задача 2.3

Однородная линия, работающая на частоте $f = 50 \cdot (1 + 0,1 \cdot m)$ кГц, имеет следующие вторичные параметры:

$$Z_B = 1000 \text{ Ом}, \quad \alpha = (3 + 0,5 \cdot m) \frac{\text{МНп}}{\text{км}}, \quad \beta = (20 + n) \frac{\text{мрад}}{\text{км}}.$$

$$\text{Длина линии: } s = \frac{\pi}{(10 + 0,5 \cdot n)} \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Значения активной и реактивной составляющих сопротивления нагрузки:

$$R_H = 10 \cdot (10 + m) \text{ Ом}, \quad X_H = 10 \cdot (n - 5) \text{ Ом}.$$

$$\text{Напряжение в конце линии: } U_2 = 10 \text{ В}.$$

Рассчитать:

- 1) напряжение U_1 и ток I_1 в начале линии;
- 2) входное сопротивление линии $Z_{ВХ}$;
- 3) величину коэффициента отражения от конца линии ρ ;
- 4) первичные параметры линии;

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Использование операторного метода для расчета переходного процесса при ненулевых начальных условиях

Расчет переходного процесса производится в следующем порядке:

1. Составляется операторная схема замещения.
2. Выбирается метод расчета цепи.
3. Составляются операторные уравнения.
4. Путем решения операторных уравнений определяется изображение искомой величины.

5. По найденному изображению находится оригинал – искомая функция времени.

При составлении *операторной схемы замещения* руководствуются следующими правилами:

- схема отражает послекоммутационное состояние цепи (коммутирующие устройства не показываются);
- индуктивность L заменяется последовательным соединением операторного сопротивления $p \cdot L$ и источника ЭДС с величиной равной $L \cdot i_L(0)$, где $i_L(0)$ – начальное значение тока в индуктивности; направление $L \cdot i_L(0)$ совпадает с направлением тока i_L ;
- емкость C заменяется последовательным соединением операторного сопротивления $1/p \cdot C$ и источника ЭДС с величиной равной $u_C(0)/p$, где $u_C(0)$ – начальное значение напряжения на емкости, направление $u_C(0)/p$ противоположно направлению напряжения на емкости;
- ЭДС и токи источников заменяются их изображениями.

Рассмотрим, в качестве примеров, цепи, схемы которых показаны на (рис. 2.3а и рис. 2.4а). Соответствующие операторные схемы замещения изображены (на рис. 2.3б и рис. 2.4б).

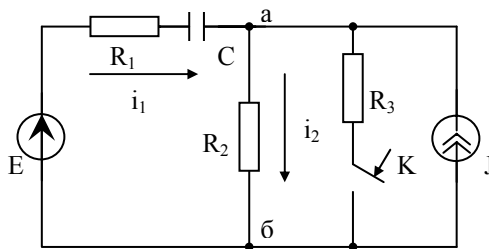


Рис. 2.3а

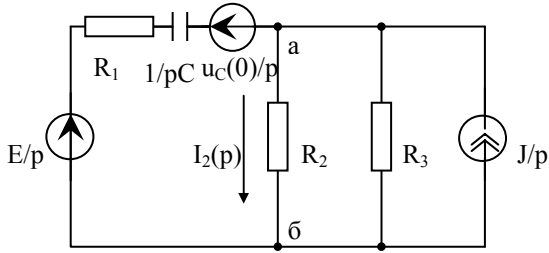


Рис. 2.3б

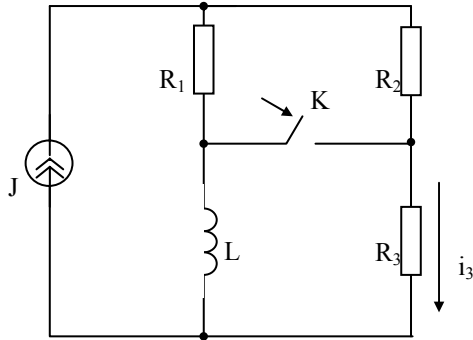


Рис. 2.4а

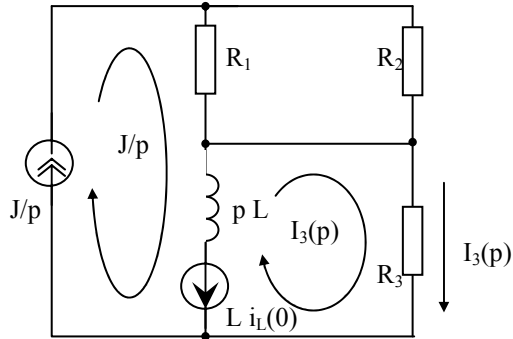


Рис. 2.4б

Рассмотрим докоммутационный режим цепи (рис. 2.3а). Уравнение второго закона Кирхгофа запишется в виде:

$$E = i_1 \cdot R_1 + u_C + i_2 \cdot R_2.$$

Поскольку емкость не пропускает постоянный ток, получим

$$i_1 = 0, i_2 = J.$$

Поэтому

$$E = u_C + J \cdot R_2, u_C = E - J \cdot R_2.$$

Согласно второму закону коммутации напряжение на емкости **не** может изменяться скачком:

$$u_C(0) = E - J \cdot R_2.$$

Значение $i_L(0)$ в силу первого закона коммутации, должно быть равно значению тока в индуктивности в докоммутационном режиме (рис. 2.4а). Поскольку индуктивное сопротивление постоянному току равно нулю, получим:

$$i_L(0) = J \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Выбор расчетного метода

Для расчета операторной схемы замещения применимы все известные методы расчета разветвленных цепей: метод уравнений Кирхгофа, метод контурных токов, метод узловых потенциалов и т.д. Нужно в каждом случае выбрать такой расчетный метод, при котором получается наименьшее число уравнений. Это зависит от конфигурации схемы замещения и от того, какая величина является искомой.

Так, в схеме рис. 2.3б для определения тока $I_2(p)$ наиболее удобен метод двух узлов, а в схеме рис. 2.4б для определения $I_3(p)$ – метод контурных токов.

Составление операторных уравнений

В соответствии с выбранными методами расчета для рис. 2.3б получим:

$$U_{a6}(p) = \frac{\frac{E - u_C(0)}{p} + \frac{J}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C}}}{\frac{1}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}},$$

$$U_{a6}(p) = \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot [p \cdot C \cdot (E - u_C(0) + J \cdot R_1) + J]}{p \cdot [p \cdot C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_2) + R_2 + R_3]}.$$

Для цепи рис. 2.4б:

$$I_3(p) \cdot (R_3 + p \cdot L) - \frac{J}{p} \cdot p \cdot L = -L \cdot i_L(0).$$

Определение изображений искоемых величин

Предположим, что параметры цепей имеют следующие числовые значения:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, R_3 = 16 \text{ Ом}, \\ L = 10 \text{ мГн}, C = 100 \text{ мкФ}, E = 10 \text{ В}, J = 2 \text{ А}.$$

Подставив их в формулы, получим для рис. 2.3б:

$$I_2(p) = \frac{U_{a6}(p)}{R_2},$$

$$I_2(p) = \frac{R_3 \cdot [p \cdot C \cdot (E - u_C(0) + J \cdot R_1) + J]}{p \cdot [p \cdot C \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_2) + R_2 + R_3]} = \frac{p \cdot 0,024 + 8}{p \cdot (p \cdot 0,017 + 9)}$$

для рис. 2.4б:

$$I_3(p) = \frac{J \cdot L - L \cdot i_L(0)}{R_3 + p \cdot L} = \frac{J \cdot \left(1 - \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)}{p + \frac{R_3}{L}} = \frac{0,435}{p + 1,6 \cdot 10^3}.$$

Определение оригиналов

Существует два способа нахождения оригинала по известному изображению.

I способ: использование таблиц соответствий оригиналов изображениям (фрагмент такой таблицы приведен в табл. 2.2).

Таблица 2.2

Оригинал	Изображение
1	$\frac{1}{p}$
$e^{\pm C \cdot t}$	$\frac{1}{p \mp C}$
$\frac{1}{C} \cdot (1 - e^{-C \cdot t})$	$\frac{1}{p \cdot (p + C)}$
$\frac{1}{C - B} \cdot (e^{-B \cdot t} - e^{-C \cdot t})$	$\frac{1}{(p + C) \cdot (p + B)}$

II способ: использование теоремы разложения (Хевисайда), формулы которой имеют вид:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \sum_{K=1}^N \frac{F_1(p_K)}{F_2'(p_K)} \cdot e^{p_K \cdot t},$$

$$\frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{K=1}^N \frac{F_1(p_K)}{p_K \cdot F_2'(p_K)} \cdot e^{p_K \cdot t}.$$

где p_1, p_2, \dots, p_N – корни уравнения $F_2(p) = 0$.

Для определения тока $i_2(t)$ в цепи рис. 2.3а целесообразно использование теоремы разложения. Представим изображение тока в виде:

$$I_2(p) = \frac{p \cdot 0,024 + 8}{p \cdot (p \cdot 0,017 + 9)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)}.$$

Согласно теореме разложения, ток $i_2(t)$ определяется по формуле:

$$i_2(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t},$$

где корень уравнения $F_2(p) = 0$ равен:

$$p_1 = -\frac{9}{0,017} = -530 \text{ с}^{-1}.$$

Найдем величины, составляющие формулу для $i_2(t)$.

$$F_1(0) = 8; F_2(0) = 9; F_1(p_1) = -530 \cdot 0,024 + 8 = -4,7; F_2'(p) = 0,017.$$

Подставляя полученные выражения, окончательно получаем:

$$i_2(t) = \frac{8}{9} + \frac{-4,7}{-530 \cdot 0,017} \cdot e^{-530 t} = 0,89 + 0,52 \cdot e^{-530 t}, \text{ А}$$

В цепи рис. 2.4а выражение для тока $i_3(t)$ может быть определено с помощью таблицы 2.2.

$$\text{Поскольку } I_3(p) = \frac{0,435}{p + 1,6 \cdot 10^3}, \text{ а } \frac{1}{p + C} \Leftrightarrow e^{-C \cdot t}, \text{ то}$$

$$i_3(t) = 0,435 \cdot e^{-1600 t}, \text{ А}$$

Определение реакции линейной цепи на ступенчатые воздействия

Если задан некоторый четырехполюсник (рис. 2.5), на входные зажимы которого воздействует ступенчатое напряжение $u_1(t)$, определение реакции цепи, т.е. напряжения на выходных зажимах $u_2(t)$, производится в следующем порядке:

- находится переходная характеристика по напряжению $h_u(t)$;

- составляется формула реакции цели $u_2(t)$;
- производится расчет и построение графика $u_2(t)$.

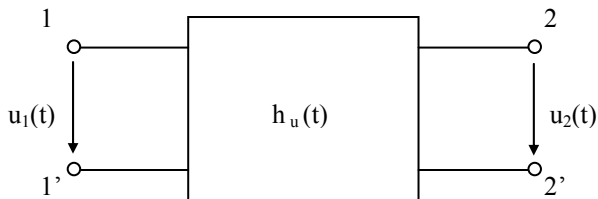


Рис. 2.5

Определение переходной характеристики по напряжению

Переходной характеристикой цепи $h_u(t)$ называется ее реакция на единичное ступенчатое воздействие в виде функции Хевисайда $1(t)$ (рис. 2.6):

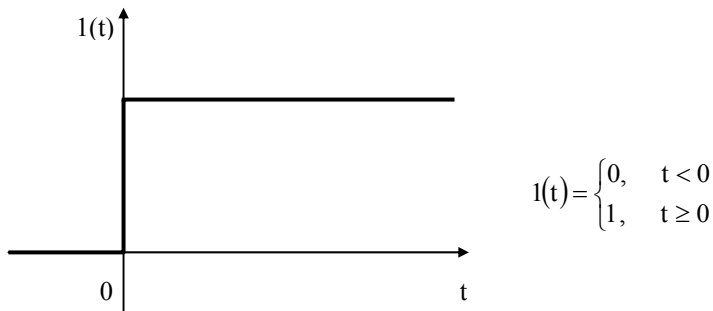


Рис. 2.6

Для определения $h_u(t)$ нужно рассчитать переходный процесс, возникающий при включении заданной цепи на постоянное напряжение $u_1(t) = E = 1$ В.

Рассмотрим, в качестве примера, цепь, схема которой приведена на (рис. 2.7а).

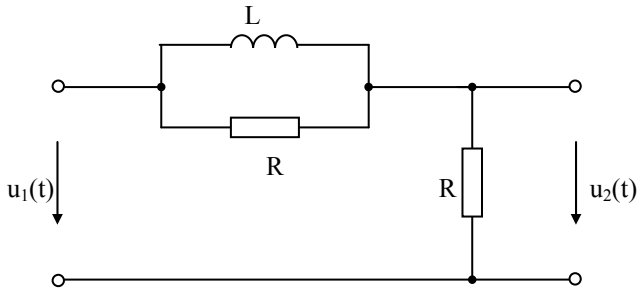


Рис. 2.7а

Составив операторную схему замещения (рис. 2.7б), где $L \cdot i_L(0) = 0$ (так как, при $t < 0$, $i(t) = 0$), получим:

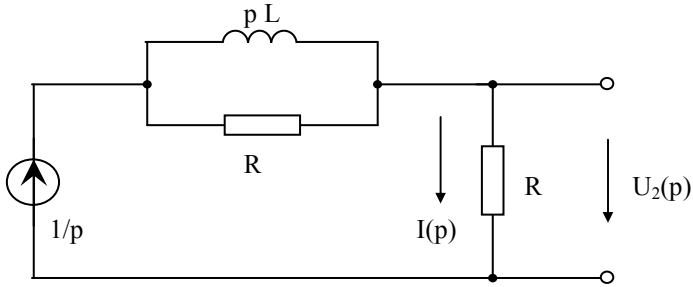


Рис. 2.7б

$$I(p) = \frac{\frac{1}{p}}{\frac{p \cdot L \cdot R}{R + p \cdot L} + R} = \frac{\frac{1}{p} \cdot (R + p \cdot L)}{p \cdot L \cdot R + R^2 + p \cdot L \cdot R} = \frac{R + p \cdot L}{p \cdot R \cdot (2 \cdot p \cdot L + R)},$$

$$U_2(p) = h_u(p) = I(p) \cdot R = \frac{R + p \cdot L}{p \cdot (2 \cdot p \cdot L + R)} = \frac{\frac{R}{2 \cdot L}}{p \cdot \left(p + \frac{R}{2 \cdot L} \right)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L}}.$$

Используя таблицу 2.2, определим отдельно оригинал первого и второго слагаемых.

$$\frac{\frac{R}{2 \cdot L}}{p \cdot \left(p + \frac{R}{2 \cdot L} \right)} \Leftrightarrow \frac{R}{2 \cdot L} \cdot \frac{2 \cdot L}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t} \right) = 1 - e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t},$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p + \frac{R}{2 \cdot L}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t}.$$

Окончательно, получим выражение для переходной характеристики по напряжению:

$$h_u(t) = 1 - e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t} + \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t} = 1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t}.$$

Составление формулы выходного напряжения

При составлении формулы реакции цепи нужно учитывать, что каждое i -е ступенчатое воздействие, запаздывающее на время t_i относительно начала отсчета времени, отражается в формуле $u_2(t)$ составляющей $u_i \cdot 1(t - t_i) \cdot h_u(t - t_i)$, т.е.

$$u_2(t) = \sum_{i=0}^n u_i \cdot 1(t - t_i) \cdot h_u(t - t_i).$$

Если, например, воздействие на цепь (рис. 2.7) имеет форму прямоугольного импульса (рис. 2.8), получим:

$$\begin{aligned} u_2(t) &= E \cdot 1(t) \cdot h_u(t) - E \cdot 1(t - t_u) \cdot h_u(t - t_u) = \\ &= E \cdot 1(t) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2 \cdot L} t} \right) - E \cdot 1(t - t_u) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2 \cdot L} (t - t_u)} \right). \end{aligned}$$

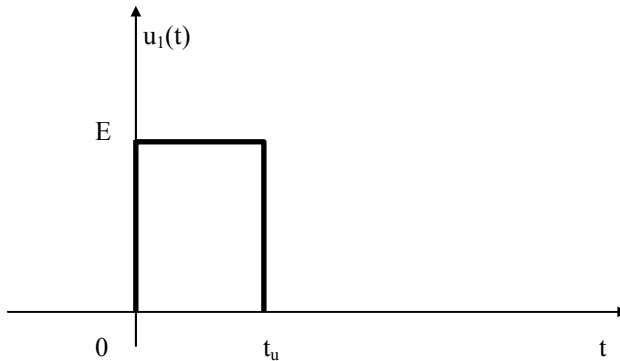


Рис. 2.8

Расчет графика выходного напряжения

Расчет графика выходного напряжения $u_2(t)$ по полученному уравнению должен производиться так, чтобы члены уравнения, содержащие $l(t - t_u)$, использовались лишь при $t > t_u$. В соответствии с этим, получим при $0 < t < t_u$:

$$u_2(t) = E \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \right),$$

при $t > t_u$:

$$u_2(t) = E \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \right) - E \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{R}{2L}(t - t_u)} \right),$$

после преобразования можно записать:

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \left(e^{\frac{R}{2L}t_u} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{R}{2L}t}.$$

Определение комплексной передаточной функции

Комплексная передаточная функция четырехполюсника (рис. 2.9) определяется по формуле:

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

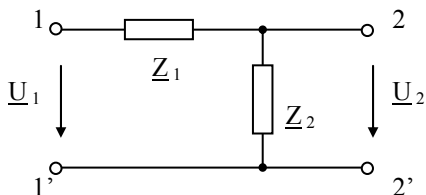


Рис. 2.9

Применив эту формулу, например, к схеме рис. 2.7, получим:

$$H(j\omega) = \frac{R}{j\omega \cdot L \cdot R + R} = \frac{R \cdot (R + j\omega \cdot L)}{j\omega \cdot L \cdot R + R \cdot (R + j\omega \cdot L)} = \frac{R + j\omega \cdot L}{R + j\omega \cdot 2 \cdot L}.$$

Уравнения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик (АЧХ и ФЧХ) этой функции представляют собой выражение модуля и аргумента комплекса $H(j\omega)$.

Уравнение АЧХ:

$$|H(j\omega)| = H(\omega) = \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}{R^2 + 4 \cdot \omega^2 \cdot L^2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \omega^2}{\left(\frac{R}{2 \cdot L}\right)^2 + \omega^2}}.$$

Уравнение ФЧХ:

$$\phi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) - \arctg\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot L}{R}\right).$$

При построении графиков АЧХ и ФЧХ нужно выбрать такие значения ω , при которых изменения ω существенно отражаются на величинах $H(\omega)$ и $\phi(\omega)$. В рассматриваемом случае целесообразно прини-

мать значения ω одного порядка величиной R/L . Например, $\omega = R/L$; $2R/L$; $3R/L$; $4R/L$; $5R/L$.

Расчет однородной линии

Определение напряжения и тока в начале линии

Если заданы \underline{U}_2 , \underline{Z}_H , \underline{Z}_B , s , $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$, для расчета напряжения и тока в начале линии можно использовать уравнения передачи, выраженные через гиперболические функции:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \text{ch} \underline{\gamma} \cdot s + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_B \cdot \text{sh} \underline{\gamma} \cdot s,$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \text{ch} \underline{\gamma} \cdot s + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \text{sh} \underline{\gamma} \cdot s,$$

где $\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / \underline{Z}_H$ – ток нагрузки.

Расчет гиперболических функций комплексного аргумента целесообразно производить по формулам:

$$\text{sh}(\alpha \cdot s + j\beta \cdot s) = \text{sh}(\alpha \cdot s) \cdot \cos(\beta \cdot s) + j \text{ch}(\alpha \cdot s) \cdot \sin(\beta \cdot s),$$

$$\text{ch}(\alpha \cdot s + j\beta \cdot s) = \text{ch}(\alpha \cdot s) \cdot \cos(\beta \cdot s) + j \text{sh}(\alpha \cdot s) \cdot \sin(\beta \cdot s).$$

Величины $\text{sh} \alpha \cdot s$ и $\text{ch} \alpha \cdot s$ можно найти по таблицам или рассчитать по формулам:

$$\text{sh} \alpha \cdot s = \frac{1}{2} \cdot (e^{\alpha \cdot s} - e^{-\alpha \cdot s}),$$

$$\text{ch} \alpha \cdot s = \frac{1}{2} \cdot (e^{\alpha \cdot s} + e^{-\alpha \cdot s}).$$

Если найдены напряжение и ток в начале линии, по закону Ома определяется входное сопротивление:

$$\underline{Z}_{BX} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}.$$

От величины \underline{Z}_H зависит коэффициент отражения:

$$\rho = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_B}.$$

Определение первичных параметров

Для вычисления первичных параметров линии достаточно воспользоваться формулами волнового сопротивления \underline{Z}_B и коэффициента распространения $\underline{\gamma}$:

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega \cdot L_0}{G_0 + j\omega \cdot C_0}}, \quad \underline{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega \cdot L_0) \cdot (G_0 + j\omega \cdot C_0)}.$$

Отсюда получаем:

$$\underline{\gamma} \cdot \underline{Z}_B = R_0 + j\omega \cdot L_0, \quad \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_B} = G_0 + j\omega \cdot C_0.$$

Таким образом:

$$R_0 = \operatorname{Re}(\underline{\gamma} \cdot \underline{Z}_B), \quad L_0 = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{Im}(\underline{\gamma} \cdot \underline{Z}_B),$$

$$G_0 = \operatorname{Re}\left(\frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_B}\right), \quad C_0 = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{Im}\left(\frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_B}\right),$$

где Re и Im – условные обозначения действительной и мнимой частей комплексной величины.

Литература

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 1999, с. 638.
2. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И. Основы теории цепей. – М.: Радио и связь, 2000, с. 592.
3. Бакалов В.П., Крук Б.И., Журавлева О.Б. Теория электрических цепей. – Новосибирск: СибГАТИ, 1998, с. 197.
4. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1986, с. 544.
5. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Часть I: Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1978, с. 592.
6. Шебес М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1982, с. 488.
7. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1982, с. 488.
8. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высшая школа, 2000, с. 575.
9. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1990, с. 544.

