Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Кафедра Теоретических основ радиотехники и связи

Методические указания к контрольной работе № 1 по I части курса «Основы теории цепей» для студентов заочного отделения

Составители: к.ф.-м.н., доц. Панин Д.Н.
к.т.н., доц. Михайлов В.И.

Самара 2009 г.

Общие указания

«Основы теории цепей» (ОТЦ) – первый специальный курс, являющийся основой важнейших научных дисциплин в ВУЗе связи и базой, на которой строится подготовка инженеров по радиосвязи, радиовещанию и телевидению, автоматической и многоканальной электросвязи. Данный курс базируется на материале, изученном в курсах «Математика», «Физика», «Информатика». Теория электрических цепей изучается на II и III курсах (I и II курсе ускоренной подготовки). Настоящие методические указания посвящены разделам дисциплины, изучаемым на II курсе (I курсе ускоренной подготовки).

Студент-заочник до вызова на сессию изучает рекомендуемую литературу раздела курса ОТЦ, перечисленную ниже. Все вопросы программы могут быть самостоятельно изучены по учебникам, задачникам и по настоящим методическим указаниям.

Для облегчения самостоятельной работы кафедра ТОРС (по расписанию) организует индивидуальные консультации для студентов. Иногородние студенты могут получить письменную консультацию, направив свои вопросы письмом на кафедру (pdntec@mail.ru). После изучения разделов курса студент самостоятельно (или с помощью упомянутых консультаций) выполняет контрольную работу.

На сессии студент по расписанию его группы выполняет лабораторные работы, сдает по этим работам зачет. На экзамене студент должен показать твердые знания теоретического курса, имеющихся в нем выводов, показать ясное понимание сущности электрических процессов, уметь решить задачу, продемонстрировать умение производить расчеты.

На экзамене предъявляется контрольная работа, в которой должны быть необходимые исправления по замечаниям рецензента. Студент должен быть готов дать пояснения по существу решения каждой задачи, входящей в контрольную работу. При сдаче экзамена предъявляются требования в объеме «Программы курса ОТЦ. Часть I».

Вопросы и задачи экзаменационных билетов приближенны к вопросам и задачам, содержащимся ниже в методических указаниях и вопросах самопроверки.

Контрольные задания и порядок выполнения. Выбор варианта

Контрольные задания составлены в 1000 вариантах (см. приложения). Каждый студент выполняет контрольное задание по одному из вариантов, в соответствии с номером своего студенческого билета: номер варианта должен соответствовать трём последним цифрам. Например, студент, имеющий студенческий билет № 80037 выполняет контрольное задание по варианту 037, а студент со студенческим билетом № 86680 выполняет контрольное задание по варианту 680. Первая цифра варианта определяет номер задания, а две последние – номер схемы. Т.е., для варианта 037 выбирается номер задания 0, а номер схемы 37. В таблицах 1 и 2 параметр n – последняя цифра текущего года. Например, в 2009 году $n = 9$.

Требования к оформлению контрольных работ.

1. Контрольная работа выполняется в ученической тетради. Она должна быть аккуратной и разборчиво написана на одной стороне каждого листа, т.е. на правой стороне развернутой тетради. Левая страница оставляется чистой. Эта страница предназначается для внесения студентом исправлений и дополнений по результатам рецензии, что облегчает работу над ошибками самому студенту и последующую проверку исправлений рецензенту при повторном рецензировании.
2. Для замечаний преподавателя на каждой странице оставляются поля шириной 3-4 см.
3. Все страницы нумеруются.
4. На обложке тетради должен быть наклеен адресный бланк, а на первой странице тетради – титульный бланк. На последней странице решения должна быть подпись студента с указанием даты выполнения контрольной работы.

5. Чертежи выполняются на миллиметровой бумаге с соблюдением масштабов (которые должны быть указаны), правил черчения. Чертежи выполняются карандашом. Все рисунки, чертежи, графики и таблицы должны быть пронумерованы.
6. При построении графиков масштабы указываются численными метками, отложенными вдоль осей. Должны быть обязательно обозначены величинами, отложенные вдоль каждой оси, например i или t и т.п. Здесь же указываются единицы, в которых измерены отложенные вдоль оси численные метки именованных величин, например мА или А .
7. Решение каждой задачи должно начинаться с перечерчивания заданной электрической схемы. Должны быть указаны все численные величины задания по требуемому варианту. При вычерчивании элементов схем следует придерживаться стандартных обозначений.
8. Все величины: сопротивления, ЭДС, напряжения, токи и т.п., буквенные обозначения которых применяются в ходе решения, – должны быть показаны хотя бы на одной из схем, сопровождающих решение, и не должны меняться в ходе решения. При введении обозначений для токов, напряжений, эквивалентных сопротивлений следует стремиться к наиболее простым обозначениям. Например, ток, протекающий через некоторое сопротивление R_5, целесообразно обозначать с тем же индексом: I_5. Элементы электрических схем нумеруются, как правило, слева направо и сверху вниз.
9. При выполнении решения задач рекомендуются в начале наметить ход решения и выяснить законы и формулы, на которых базируется решение задачи, составить уравнения в общем виде. Дальнейшие расчеты рекомендуются вести не в общем виде, а подставляя конкретные числа.
10. Следует иметь в виду, что в промежуточных формулах наименование единиц не указывается. В окончательных формулах и в окончательных цифровых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.
11. При решении следует пользоваться международной системой единиц СИ.
12. При вычислениях, которые обязательно должны доводиться до конца, следует пользоваться ПЭВМ. При расчетах разрешается ограничиваться точностью в три значащие цифры.
13. Весьма настоятельно рекомендуется при решении задач на переменные токи проводить построение векторных диаграмм во всех случаях, даже если это не оговаривается условиями задачи.
14. В конце работы указывается список использованной литературы

Методические указания к решению задачи № 1

В задаче № 1 уделяется внимание методам анализа электрической цепи в режиме постоянного тока. Данные методы основаны на законах Кирхгофа.

<u>Определение I закон Кирхгофа</u>: алгебраическая сумма всех токов, сходящихся в любом узле, равна нулю. При этом знаки токов берутся с учётом выбранных направлений токов: всем токам, направленным от узла, условно приписывается знак «плюс», и соответственно всем токам, направленным к узлу условно приписывается знак «минус».

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$ – математическая запись I закона Кирхгофа.

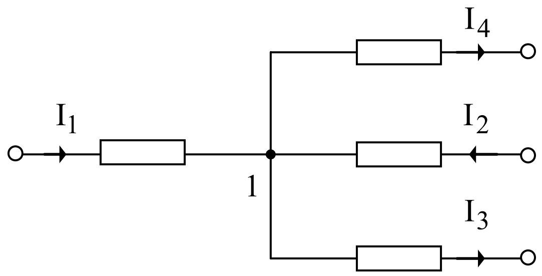
<u>Определение II закона Кирхгофа</u>: алгебраическая сумма ЭДС замкнутого контура равна алгебраической сумме падений напряжений на нем.

$$\sum_{k=1}^{n} E_k = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k$$ – математическая запись II закона Кирхгофа.

Направление обхода контура выбирают произвольно. В левой части уравнения ЭДС, направления которых совпадают с направлением контура принимаются положительными.

При записи правой части равенства со знаком «+» берутся падения напряжения в тех ветвях, в которых выбранное положительное направление тока совпадает с направлением обхода контура.

Пример применения I закона Кирхгофа



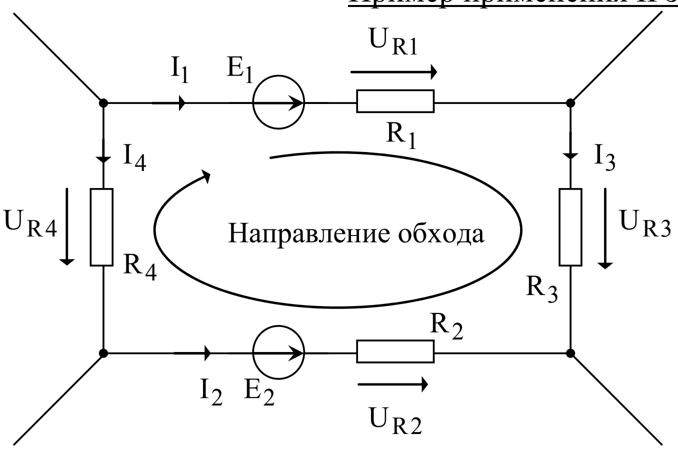
Для узла 1 можно записать:

$$I_3 + I_4 - I_1 - I_2 = 0 \text{, откуда}$$

$$I_3 + I_4 = I_1 + I_2$$

Последнее равенство выражает закон сохранения энергии

Пример применения II закона Кирхгофа



Для контура можно записать:

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_2 I_2 - R_4 I_4 .$$

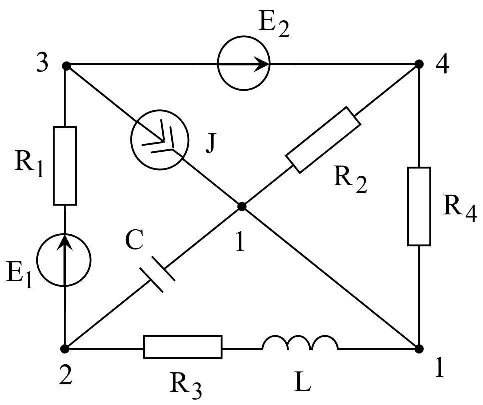
$$U_{R1} = R_1 I_1 ,\ U_{R2} = R_2 I_2 ,$$

$$U_{R3} = R_3 I_3 ,\ U_{R4} = R_4 I_4 .$$

Основные понятия и определения в топологии цепей:

1. Узел – место соединения зажимов трех и более элементов.
2. Ветвь – часть цепи, включаемой между двумя узлами, через которые она обменивается энергией с остальной цепью. Ветви, присоединённые к одной паре узлов, образуют параллельное соединение.
3. Путь – последовательно соединенные ветви цепи.
4. Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям. В зависимости от числа контуров в схеме, различают одноконтурные и многоконтурные схемы. В ряде случаев удобно заменить многоконтурную схему одноконтурной, что упрощает расчёты.

Проведём топологический анализ следующей схемы:



Количество узлов $N_{уз} = 4$,

Количество ветвей $N_в = 7$,

Количество идеальных источников напряжения $N_E = 1$,

Количество источников тока $N_J = 1$

Напомним, что внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю. К идеальному источнику ЭДС относиться только источник E_2, у источника E_1 внутреннее сопротивление равно R_1. Внутреннее сопротивление идеального источника тока равно бесконечности. Полную информацию можно узнать из следующих книг [1 – 8].

Метод токов ветвей (МТВ) основан на законах Кирхгофа. Число уравнений по МТВ равно количеству неизвестных токов ветвей и определяется как: $N_{мтв} = N_в - N_J$.

Количество уравнений, составляемых по I закону Кирхгофа равно: $N_I = N_{уз} - 1$.

Количество уравнений, составляемых по II закону Кирхгофа равно: $N_{II} = N_в - N_{уз} + 1 - N_J$.

При составлении уравнений по II закону Кирхгофа следует выбирать контуры, не содержащие источников тока, т.к. напряжение на источнике тока считается неизвестным.

Метод контурных токов (МКТ) позволяет уменьшить количество уравнений до числа:

$$N_{мкт} = N_в - N_{уз} + 1 - N_J.$$

Ток в любой ветви цепи можно представить в виде алгебраической суммы контурных токов, протекающих по этой ветви. Выбирают и обозначают известные и неизвестные контурные токи.

Известные контурные токи – эти токи можно считать совпадающими с соответствующими токами источников тока и они являются заданными по условию задачи. Ни в коем случае нельзя выбирать известный контурный ток от источника тока так, чтобы он охватывал ветвь с другим источником тока.

Неизвестные контурные токи определяются по II закону Кирхгофа. Неизвестные контурные токи не должны охватывать ветви с источниками тока, для них составляется каноническая система уравнений в виде:

$$R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + \ldots + R_{1k} I_{kk} + \ldots + \sum_1 J_n R_n = E_{11};$$

$$R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + \ldots + R_{2k} I_{kk} + \ldots + \sum_2 J_n R_n = E_{22};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$R_{k1} I_{11} + R_{k2} I_{22} + \ldots + R_{kk} I_{kk} + \ldots + \sum_n J_n R_n = E_{kk};$$

где R_{kk} – собственное сопротивление контура k;

R_{km} – общее сопротивление контуров k и m, причем, если направление контурных токов в общей ветви для контуров k и m совпадают, то $R_{km} > 0$, в противном случае $R_{km} < 0$;

E_{kk} – алгебраическая сумма ЭДС, включенных в ветви, образующие контур k;

R_n – общее сопротивление ветви контура n с контуром, содержащим источник тока.

Метод узловых напряжений (МУН) позволяет уменьшить количество уравнений до числа: $N_{мун} = N_{уз} - 1 - N_E$. Сущность метода: определяются потенциалы всех узлов, а токи ветвей, соединяющих узлы, находят с помощью обобщенного закона Ома. При составлении уравнений по МУН вначале полагают равным нулю потенциал какого-либо узла (его называют базисным). Для определения потенциалов оставшихся узлов составляется система канонических уравнений, составленных по I закону Кирхгофа:

$$V_1 G_{11} - V_2 G_{12} - \ldots - V_s G_{1s} - \ldots - V_n G_{1n} = \sum_1 E G + \sum_1 J;$$

$$-V_1 G_{21} + V_2 G_{22} - \ldots - V_s G_{2s} - \ldots - V_n G_{2n} = \sum_2 E G + \sum_2 J;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-V_1 G_{n1} - V_2 G_{n2} - \ldots - V_s G_{ns} - \ldots + V_n G_{nn} = \sum_n E G + \sum_n J;$$

G_{ss} – сумма проводимостей ветвей, присоединенных к узлу s;

G_{sq} – сумма проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих узел s с узлом q.

$\sum_{s} E \cdot G$ – алгебраическая сумма произведений ЭДС ветвей, примыкающих к узлу s, на их проводимости;

При этом со знаком «плюс» берутся те ЭДС, которые действуют в направлении узла, и со знаком «минус» – в направлении от узла;

$\sum_{s} J$ – алгебраическая сумма токов источников тока, присоединенных к узлу s;

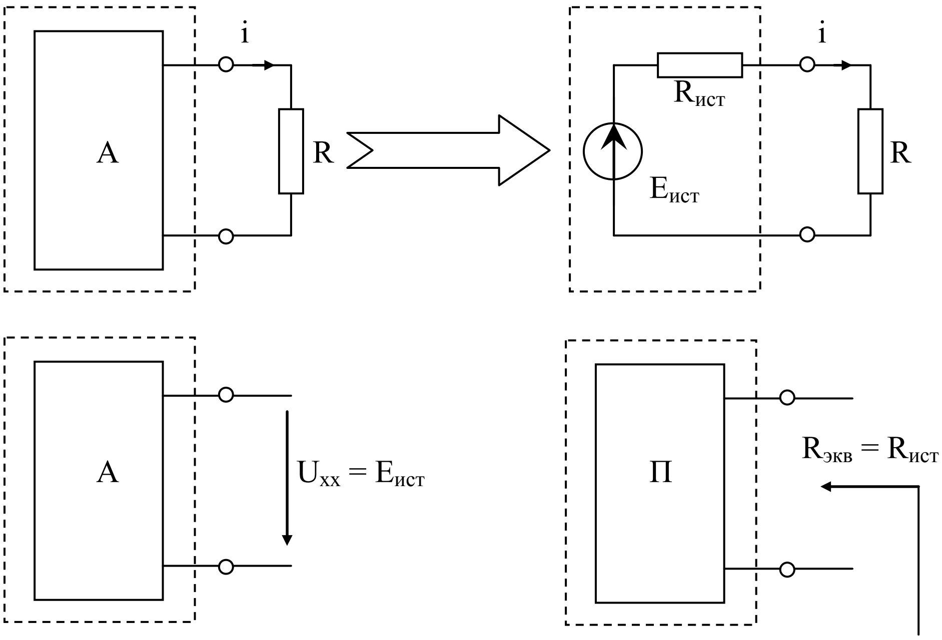
При этом со знаком "плюс" берутся те токи, которые направлены к узлу s, а со знаком "минус" – в направлении от узла s.

Метод эквивалентного источника основан на теореме об активном двухполюснике. Применение данного метода целесообразно для определения тока в какой-либо одной ветви сложной электрической цепи.

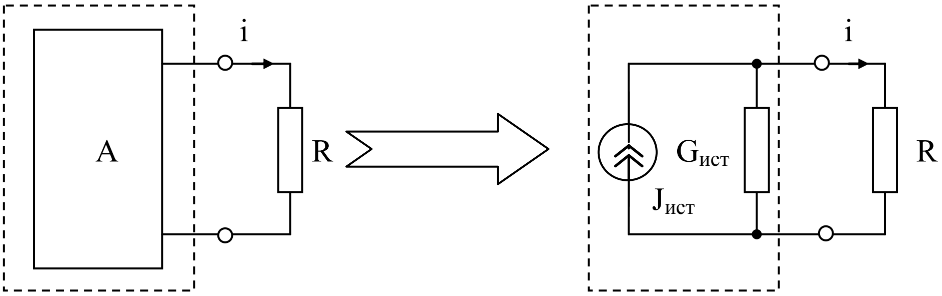
Теорема об активном двухполюснике используется в случае, когда надо найти реакцию цепи (ток или напряжение) в одной ветви. При этом остальную часть цепи, к которой подключена данная ветвь, удобно рассматривать в виде двухполюсника. Активный двухполюсник – содержит источники электрической энергии, которые не компенсируются взаимно внутри двухполюсника, в противном случае двухполюсник пассивный.

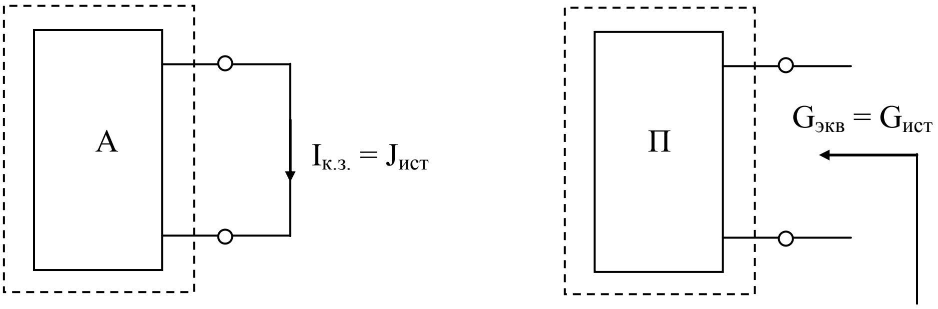
Различают две модификации теоремы об активном двухполюснике:

Теорема об эквивалентом источнике напряжения (Теорема Тевенина): ток в любой ветви ЛЭЦ не измениться, если активный двухполюсник, к которому подключена данная ветвь, заменить эквивалентном источником напряжения (ЭДС) с напряжением (ЭДС), равным напряжению холостого хода на зажимах разомкнутой ветви и внутренним сопротивлением источника, равным эквивалентному входному сопротивлению пассивного двухполюсника со стороны разомкнутой ветви.



Теорема об эквивалентом источнике тока (Теорема Нортона): ток в любой ветви ЛЭЦ не измениться, если активный двухполюсник, к которому подключена данная ветвь, заменить эквивалентном источником тока с током, равным току короткого замыкания этой ветви, и внутренней проводимостью, равной эквивалентной входной проводимости со стороны разомкнутой ветви.





Связь между эквивалентным источником напряжения и тока выражается соотношениями:

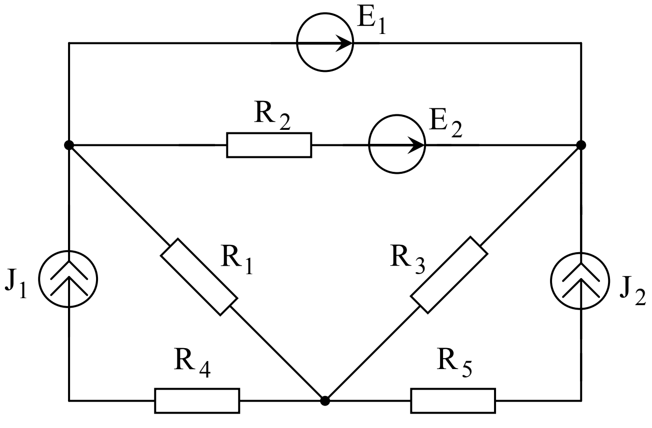
$$E_{ист} = J_{ист} R_{ист},\ J_{ист} = G_{ист} E_{ист},\ G_{ист} = 1/R_{ист}\ .$$

В Задаче № 1 необходимо выполнить следующие действия:

1. Перерисуйте схему своего варианта.
2. Составьте данные численных значений вашего варианта.
3. Выберите и укажите на схеме произвольное направление токов во всех ветвях, направление контуров. Пронумеруйте все узлы схемы.
4. Подсчитайте числа N_B ветвей и $N_У$ узлов схемы.
5. Составьте по МТВ уравнения и рассчитайте токи всех ветвей схемы.
6. Проверьте баланс активной мощности.
7. Рассчитайте токи всех ветвей методом контурных токов.
8. Рассчитайте токи всех ветвей методом узловых напряжений.
9. Рассчитайте ток в сопротивлении R_1 методом эквивалентного источника.

Образец решения задачи № 1

Задача №1 Анализ электрической цепи в режиме постоянного тока по МТВ, МКТ, МУН и методом эквивалентного источника.



Численные значения:

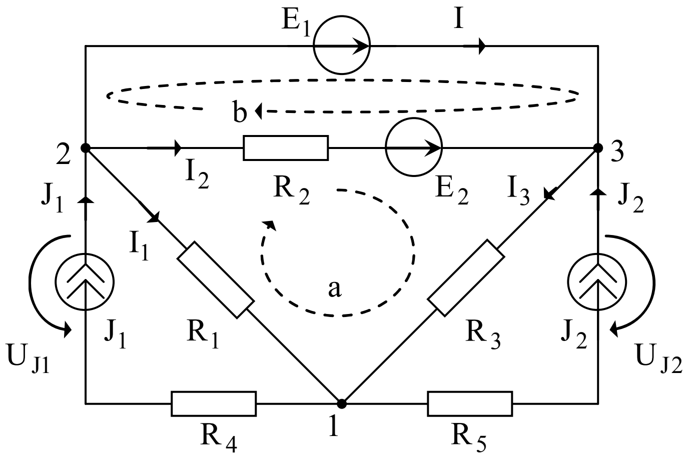
$R_1 = 20\,Ом$
$R_2 = 15\,Ом$
$R_3 = 25\,Ом$
$R_4 = 30\,Ом$
$R_5 = 10\,Ом$

$E_1 = 10\,В$
$E_2 = 20\,В$
$J_1 = 2\,А$
$J_2 = 5\,А$

Рис. 1 Расчётная схема

На первом этапе решаем задачу методом токов ветвей (МТВ).

Выберем и укажем на схеме произвольное направление токов во всех ветвях, положительное направление обхода контуров и направление напряжений на источниках тока. Пронумеруем все узлы схемы. В дальнейшем проведем топологический анализ схемы, а именно определим количество ветвей, узлов, число идеальных источников напряжения и число идеальных источников тока.



Число узлов $N_{уз} = 3$,

Число ветвей $N_в = 6$,

Число идеальных ЭДС $N_E = 1$,

Число источников тока $N_J = 2$.

Рис. 2 Схема для составления уравнений по МТВ

Определяем:

Количество уравнений по МТВ: $N_{МТВ} = N_в - N_J = 6 - 2 = 4$.

Количество уравнений по I закону Кирхгофа: $N_I = N_{уз} - 1 = 3 - 1 = 2$.

Количество уравнений по II закону Кирхгофа равно: $N_{II} = N_в - N_{уз} + 1 - N_J = 2$.

Составляем систему алгебраических уравнений по МТВ:

Для узла 1 можно записать: $J_1 + J_2 - I_1 - I_3 = 0$,

Для узла 2 можно записать: $I + I_1 + I_2 - J_1 = 0$,

Для контура «a» можно записать: $I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_1 R_1 = E_2$,

Для контура «b» можно записать: $-I_2 R_2 = E_1 - E_2$,

Полученную систему уравнений решаем общеизвестными математическими методами (методом Гаусса, матричными методами и т.д.) и определяем неизвестные токи в ветвях. Покажем, как можно решить данную систему при помощи программы Mathcad 7.0.

$$R1 := 20 \quad R2 := 15 \quad R3 := 25 \quad R4 := 30 \quad R5 := 10$$

$$E1 := 10 \quad E2 := 20 \quad J1 := 2 \quad J2 := 5$$

$$\begin{bmatrix} I \\ I1 \\ I2 \\ I3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -R1 & R2 & R3 \\ 0 & 0 & -R2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -J1 - J2 \\ J1 \\ E2 \\ E1 - E2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I \\ I1 \\ I2 \\ I3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.333 \\ 3.667 \\ 0.667 \\ 3.333 \end{bmatrix}$$

Запишем рассчитанные значения токов в ветвях электрической схемы:

$$I = -2{,}333\,А,\ I_1 = 3{,}667\,А,\ I_2 = 0{,}667\,А,\ I_3 = 3{,}333\,А$$

Определим напряжения на источниках тока из уравнений, составленных по II закону Кирхгофа:

$$I_1 R_1 + J_1 R_4 - U_{J1} = 0, \qquad I_3 R_3 + J_2 R_5 - U_{J2} = 0.$$

После расчётов получаем: $U_{J1} = 133{,}333\,В$, $U_{J2} = 133{,}333\,В$.

Одинаковыми эти напряжения получились случайно.

Определим баланс активной мощности. Баланс мощности основан на законе сохранения энергии: скорость поглощения энергии элементами цепи равна скорости отдачи энергии источниками. Потребители на постоянном токе – резисторы или резистивные сопротивления, в частности эквивалентные. На переменном токе баланс мощности определяется отдельно по активным и реактивным составляющим, то есть баланс активной и реактивной мощности. Найдем мощности источников и нагрузок. Если задача решена правильно, то они должны быть равны. Мощности источников определяются произведением напряжения (ЭДС) на ток. В общем случае баланс мощности замкнутой электрической цепи записывается в следующем виде:

$$\sum\left(E_k \cdot I_k + U_{Jk} \cdot J_k\right) = \sum I_k^2 \cdot R_k \, ,$$

где $\sum E_k \cdot I_k$ – алгебраическая сумма произведения ЭДС на токи ветвей; здесь положительны те слагаемые, для которых направления действия ЭДС E_k и соответствующего тока I_k совпадают, в противном случае слагаемое отрицательно; $\sum U_{Jk} \cdot J_k$ – алгебраическая сумма произведения напряжений на источниках тока на токи источников тока; здесь положительны те из слагаемых, для которых направления напряжения на источнике тока и токов источников тока не совпадают, в противном случае слагаемое отрицательное.

Таким образом, для проверки правильности расчета токов вычислим для нашего случая баланс активной мощности, т.е. проверим, выполняется ли равенство потребляемой мощности $P_{пот}$ и мощности источников $P_{ист}$.

$$P_{пот} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 J_1^2 + R_5 J_2^2 = 923{,}333\,Вт,$$

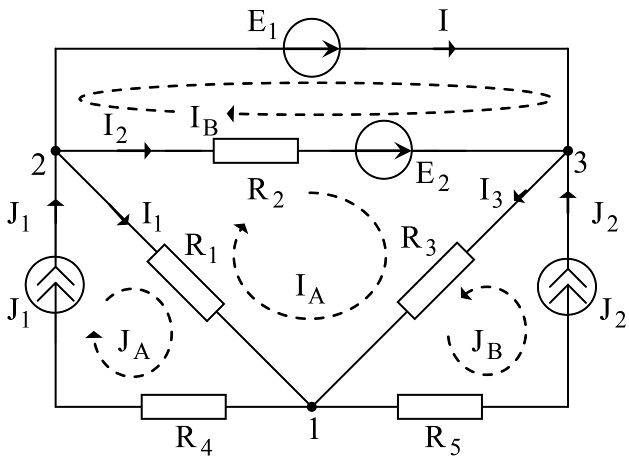
$$P_{ист} = E_1 I + E_2 I_2 + U_{J1} J_1 + U_{J2} J_2 = 923{,}333\,Вт,$$

Т.к. $P_{пот} = P_{ист}$, следовательно, токи в ветвях рассчитаны верно.

Теперь можно смело приступать к использованию других методов (МКТ, МУН и метод эквивалентного источника) и сравнивать полученные результаты.

На втором этапе решаем задачу методом контурных токов (МКТ).

Выбираем известные и неизвестные контурные токи на схеме:



$J_A = J_1$ – известный контурный ток,

$J_B = J_2$ – известный контурный ток,

I_A – неизвестный контурный ток,

I_B – неизвестный контурный ток

Рис. 3 Схема для составления уравнений по МКТ

Сущность МКТ состоит в том, что необходимо определить все токи в ветвях схемы через контурные токи. Определим количество составляемых уравнений.

$$N_{мкт} = N_в - N_{уз} + 1 - N_J = 6 - 3 + 1 - 2 = 2 \, .$$

Составим алгебраическую систему уравнений по МКТ:

$$I_A\left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_B R_2 - J_A R_1 + J_B R_3 = E_2,$$

$$I_B R_2 - I_A R_2 = E_1 - E_2.$$

Решив эту систему, определяем контурные токи:

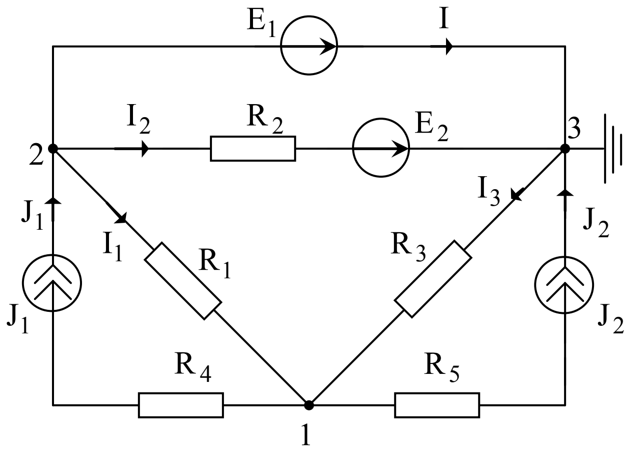
$$I_A = -1{,}667\,A \qquad I_B = -2{,}333\,A.$$

Выразим токи в ветвях схемы через контурные токи:

$$I = I_B = -2{,}333\,A,\ I_1 = J_A - I_A = 3{,}667\,A,\ I_2 = I_A - I_B = 0{,}667\,A,\ I_3 = J_B + I_A = 3{,}333\,A.$$

Видно, что полученные результаты совпадают с предыдущим решением по МТВ.

На третьем этапе решаем задачу <u>методом узловых напряжений</u> (МУН).



Узел 3 выбран за базисный, т.е. его узловое напряжение равно нулю: $U_3 = 0$

Рис. 4 Схема для составления уравнений по МУН

Сущность МУН состоит в том, что необходимо определить все токи в ветвях схемы через узловые напряжения. Определим количество составляемых уравнений.

$$N_{мун} = N_{уз} - 1 - N_E = 3 - 1 - 1 = 1.$$

Последнее выражение показывает, что для данной задачи наиболее рациональным является метод узловых напряжений, поскольку составляется всего одно уравнение. Как правило, за базисный узел принимают тот, к которому подходит наибольшее число ветвей с идеальными ЭДС. Поэтому за базисный здесь можно выбрать и узел 2. Это обстоятельство дает нам возможность сразу определить узловые напряжения узлов 2 и 3, т.е. $U_2 = -E_1$, $U_3 = 0$ (Если бы источник E_1 имел бы противоположное направление, то $U_2 = E_1$). Получается, что нам необходимо составить всего одно каноническое уравнение, позволяющее определить узловое напряжение узла 1:

$$U_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) - U_2\frac{1}{R_1} = -J_1 - J_2, \text{ где } U_2 = -E_1.$$

Хотелось бы также отметить, что проводимости ветвей, содержащих идеальные источники тока, равны нулю, и в последнем уравнении их учитывать не нужно.

Решив уравнение, определяем узловое напряжение $U_1 = -83{,}333\,В$.

На основании закона Ома определяем неизвестные токи в ветвях схемы:

$$I_1 = \frac{U_2 - U_1}{R_1} = 3{,}667\,A,\ I_2 = \frac{U_2 + E_2}{R_2} = 0{,}667\,A,\ I_3 = \frac{-U1}{R_3} = 3{,}333\,A.$$

Ток I по закону Ома не определить, т.к. сопротивление ветви равно нулю. Но есть выход из этого положения. Используем первый закон Кирхгофа, допустим, для узла 2, тогда:

$$I + I_1 + I_2 - J_1 = 0, \text{ отсюда находим } I = -2{,}333\,A.$$

Видно, что и методом узловых напряжений получаются те же самые результаты.

На четвёртом этапе рассчитаем ток в сопротивлении R_1 <u>методом эквивалентного источника</u>. Разрываем ветвь в указанном нами участке цепи, а именно ветвь с сопротивлением R_1. Получаем относительно разрыва активный двухполюсник. Наша задача состоит в том, чтобы определить напряжение холостого хода (там, где разрыв). Составим схему замещения, позволяющую определить напряжение холостого хода.

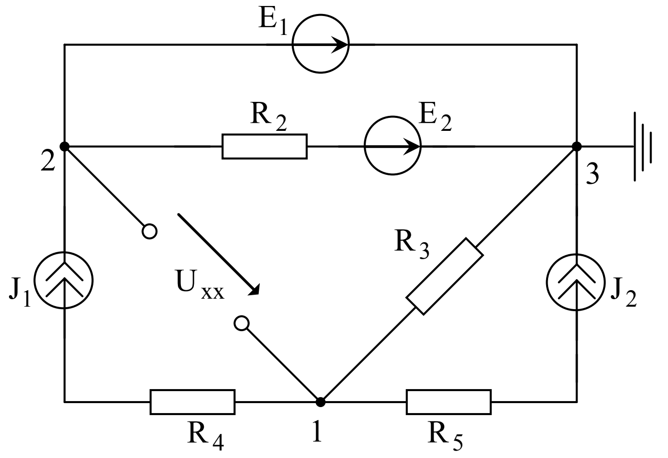


Рис. 5. Схема активного двухполюсника

Искомое напряжение холостого хода будет выражаться в виде: $U_{xx} = U_2 - U_1$ (рис. 5).
Причем ранее было показано, что $U_2 = -E_1$, остается составить одно уравнение для определения узлового напряжения первого узла:

$$U_1 \frac{1}{R_3} = -J_1 - J_2, \text{ т.е. } U_1 = -R_3\left(J_1 + J_2\right) = -175\,\text{В}. \text{ Тогда } E_{ист} = U_{xx} = U_2 - U_1 = 165\,\text{В}.$$

Составим схему замещения пассивного двухполюсника. Пассивизированние цепи означает удаление из неё источников тока и напряжения (ЭДС), которое делает цепь пассивной. Ветви, где были включены источники тока, заменяются разрывом, а ветви с ЭДС – перемычкой (рис.6). В зависимости от вида соединения сопротивлений составляем формулу для расчёта эквивалентного сопротивления, которое равно внутреннему сопротивлению на источнике $R_{ист} = R_{экв}$.

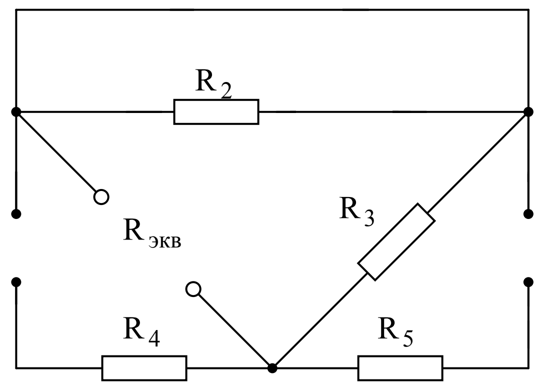
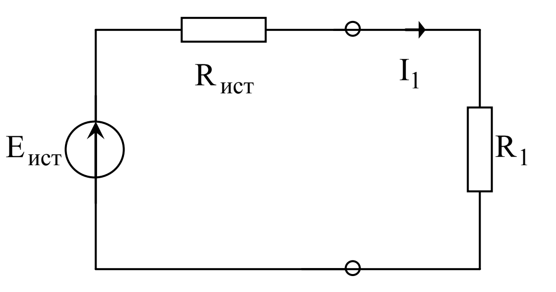


Рис. 6 Схема пассивного двухполюсника

Из схемы рис. 6 видно, что $R_{ист} = R_{экв} = R_3 = 25\,\text{Ом}$.
Находим ток I_1 в сопротивлении R_1. Строим эквивалентную схему замещения (рис.7).



По закону Ома определяем ток:

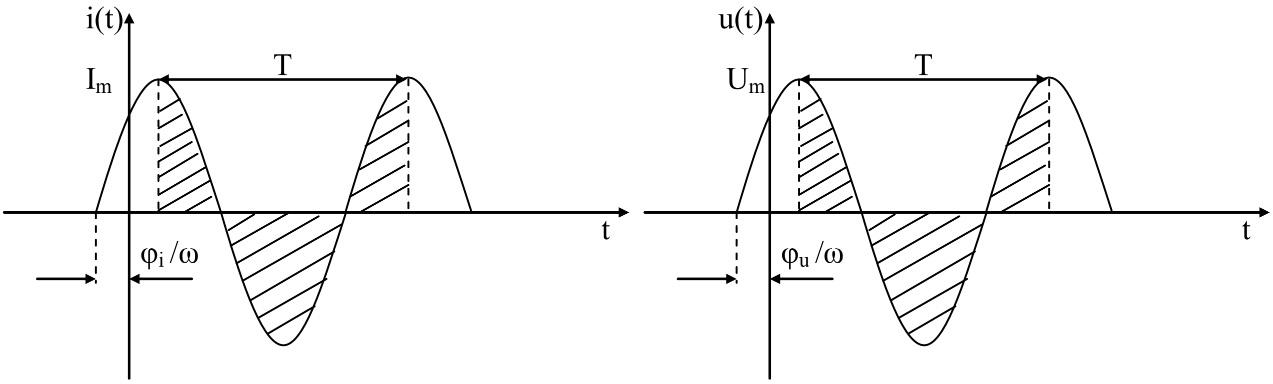
$$I_1 = \frac{E_{ист}}{R_{ист} + R_1} = 3{,}667\,\text{А}.$$

Рис. 7. Эквивалентная схема замещения расчётной цепи

Методические указания к решению задачи № 2

В задаче № 2 уделяется внимание анализу электрической цепи, находящейся при гармоническом воздействии.

Гармонические колебания – колебания, происходящие по закону синуса или косинуса. Графически гармоническое колебание тока или напряжения можно представить в виде:



I_m, U_m – амплитуды тока и напряжения: максимальны по абсолютному значению;
$T = 1/f$ – период: интервал времени, по истечении которого значения i(t) или u(t) повторяются [с];
$\omega = 2\pi f$ – угловая частота: скорость изменения угла (аргумента) [рад/сек],
f – циклическая частота: число периодов в единицу времени [Гц];
φ_i, φ_u – начальные фазы тока и напряжения [рад].
Аналитически гармонический ток можно представить в виде:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = I_m \sin\Psi_i(t), \text{ либо } i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = I_m \cos\Psi_i(t),$$

где $\Psi_i(t) = \omega t + \varphi_i$ – текущая фаза тока.
Аналогично для гармонического напряжения:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = U_m \sin\Psi_u(t), \text{ либо } u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = U_m \cos\Psi_u(t),$$

где $\Psi_u(t) = \omega t + \varphi_u$ – текущая фаза напряжения,
Номинальные токи и напряжения электротехнических устройств определяются так называемыми действующими значениями. Действующее (среднеквадратичное) значение гармонического тока и напряжения определяется по формулам:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}.$$

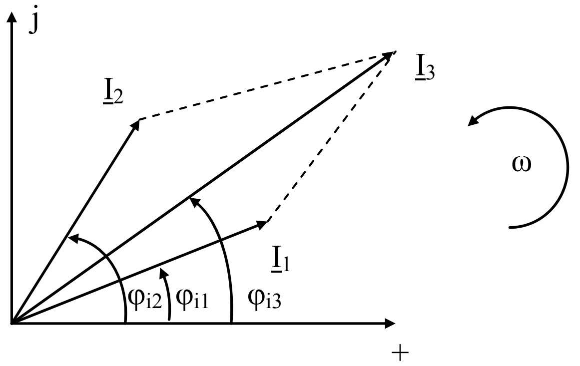
$I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$, $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$ – связь между амплитудными и действующими значениями.

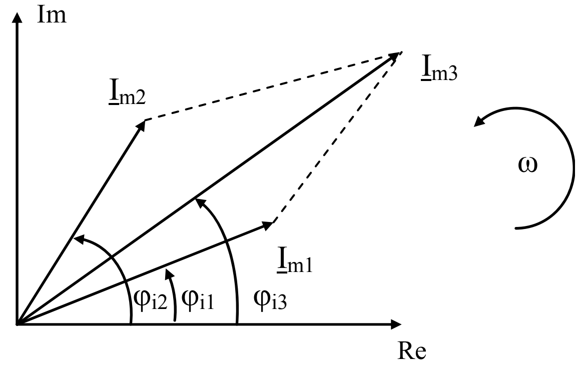
Представления гармонических колебаний с помощью комплексных чисел лежат в основе символического метода расчета электрических цепей (метод комплексных амплитуд).
$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \;\rightarrow\; \underline{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$ – комплексная амплитуда, где $j = \sqrt{-1}$ (мнимая единица).
$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \rightarrow \underline{I} = I e^{j\varphi_i}$ – комплекс действующего значения, причем $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$.

$\underline{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$, $\underline{I} = I e^{j\varphi_i}$ – запись в показательной форме. Существует запись в алгебраической форме, для этого используем формулу Эйлера: $e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$.
$\underline{I}_m = I_m \cos(\varphi_i) + jI_m \sin(\varphi_i) = a + jb$, где $a = I_m \cos(\varphi_i)$, $b = I_m \sin(\varphi_i)$

Приведем соотношение, которое позволяет комплексное число перевести из алгебраической формы в показательную форму: $a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{b}{a}} = |\underline{c}| \cdot e^{j\phi_c}$,

где $|\underline{c}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа, $\phi_c = \mathrm{arctg}\dfrac{b}{a}$ – аргумент комплексного числа. Полученные комплексы токов (напряжений) удобно представлять в виде векторной диаграммы на комплексной плоскости. Векторной диаграммой называют совокупность векторов, изображающих гармонические колебания в электрической цепи. Векторные диаграммы строят для амплитудных или действующих значений. Например, представим векторную диаграмму токов.





Символический метод расчета (СМР) позволяет тригонометрические и геометрические операции свести к алгебраическим операциям над комплексными числами. Это упрощает расчет.

$i(t) = I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)} = I_m e^{j\varphi_i} e^{j\omega t} = \underline{I}_m e^{j\omega t}$, $u(t) = U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)} = U_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t} = \underline{U}_m e^{j\omega t}$.

где $\underline{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$, $\underline{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$ – комплексные амплитуды тока и напряжения.

$\underline{I} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_i}$, $\underline{U} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u}$ – комплексные действующие значения тока и напряжения.

Запишем закон Ома в комплексной форме для элементов R, L и C.

1. Для резистивного элемента:

$$u(t) = R\,i(t) \text{ или } i(t) = G\,u(t), \text{ то } \underline{U}_m = R\,\underline{I}_m,\ \underline{I}_m = G\,\underline{U}_m \text{ или } \underline{U} = R\,\underline{I},\ \underline{I} = G\,\underline{U}.$$

2. Для индуктивного элемента:

$$u(t) = L\frac{di}{dt} = j\omega L \underline{I}_m e^{j\omega t} \text{ или } i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)dt = \frac{1}{j\omega L}\underline{U}_m e^{j\omega t}.$$

$$\underline{U}_m = j\omega L \underline{I}_m = \underline{Z}_L \underline{I}_m,\ \underline{I}_m = \frac{1}{j\omega L}\underline{U}_m = \underline{Y}_L \underline{U}_m, \text{ или } \underline{U} = j\omega L \underline{I} = \underline{Z}_L \underline{I},\ \underline{I} = \frac{1}{j\omega L}\underline{U} = \underline{Y}_L \underline{U}.$$

$\underline{Z}_L = j\omega L$ – комплексное сопротивление индуктивности (алгебраическая форма).

$\underline{Z}_L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} = X_L e^{j\frac{\pi}{2}}$ – комплексное сопротивление индуктивности (показательная форма).

$\underline{Y}_L = \dfrac{1}{j\omega L}$ – комплексная проводимость индуктивности (алгебраическая форма).

$\underline{Y}_L = \dfrac{1}{\omega L} e^{-j\frac{\pi}{2}} = B_L e^{-j\frac{\pi}{2}}$ – комплексная проводимость индуктивности (показательная форма).

Из последних соотношений видно: $|\underline{Z}_L| = X_L$, $|\underline{Y}_L| = B_L$.

3. Для емкостного элемента:

$$i(t)=C\frac{du}{dt}=j\omega C\underline{U}_m e^{j\omega t} \text{ или } u(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt=\frac{1}{j\omega C}\underline{I}_m e^{j\omega t}.$$

$$\underline{I}_m=j\omega C\underline{U}_m=\underline{Y}_C\underline{U}_m,\ \underline{U}_m=\frac{1}{j\omega C}\underline{I}_m=\underline{Z}_C\underline{I}_m, \text{ или } \underline{I}=j\omega C\underline{U}=\underline{Y}_C\underline{U},\ \underline{U}=\frac{1}{j\omega C}\underline{I}=\underline{Z}_C\underline{I}.$$

$\underline{Y}_C=j\omega C$ – комплексная проводимость на емкости (алгебраическая форма).

$\underline{Y}_C=\omega C e^{j\frac{\pi}{2}}=B_C e^{j\frac{\pi}{2}}$ – комплексная проводимость емкости (показательная форма).

$\underline{Z}_C=\dfrac{1}{j\omega C}$ – комплексное сопротивление емкости (алгебраическая форма).

$\underline{Z}_C=\dfrac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}=X_C e^{-j\frac{\pi}{2}}$ – комплексное сопротивление емкости (показательная форма).

Из последних соотношений видно: $\left|\underline{Z}_C\right|=X_C$, $\left|\underline{Y}_C\right|=B_C$.

Методика расчета ЛЭЦ при гармоническом воздействии такая же, как и на постоянном токе, только в соответствующих уравнениях необходимо подставить комплексы напряжений и токов. Например,

$\sum\limits_{k=1}^{n}\underline{I}_k=0$ – математическая запись I закона Кирхгофа в комплексной форме.

$\sum\limits_{k=1}^{n}\underline{E}_k=\sum\limits_{k=1}^{n}\underline{Z}_k\underline{I}_k$ – математическая запись II закона Кирхгофа в комплексной форме.

Каноническая система уравнений по методу контурных токов составляется в виде:

$$\underline{Z}_{11}\underline{I}_{11}+\underline{Z}_{12}\underline{I}_{22}+\ldots+\underline{Z}_{1k}\underline{I}_{kk}+\ldots+\sum_{1}\underline{J}_n\underline{Z}_n=\underline{E}_{11};$$

$$\underline{Z}_{21}\underline{I}_{11}+\underline{Z}_{22}\underline{I}_{22}+\ldots+\underline{Z}_{2k}\underline{I}_{kk}+\ldots+\sum_{2}\underline{J}_n\underline{Z}_n=\underline{E}_{22};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\underline{Z}_{k1}\underline{I}_{11}+\underline{Z}_{k2}\underline{I}_{22}+\ldots+\underline{Z}_{kk}\underline{I}_{kk}+\ldots+\sum_{n}\underline{J}_n\underline{Z}_n=\underline{E}_{kk};$$

Каноническая система уравнений по методу узловых напряжений составляется в виде:

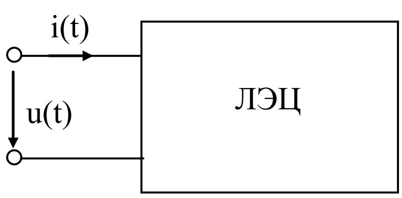
$$\underline{V}_1\underline{Y}_{11}-\underline{V}_2\underline{Y}_{12}-\ldots-\underline{V}_s\underline{Y}_{1s}-\ldots-\underline{V}_n\underline{Y}_{1n}=\sum_{1}\underline{E}\,\underline{Y}+\sum_{1}\underline{J};$$

$$-\underline{V}_1\underline{Y}_{21}+\underline{V}_2\underline{Y}_{22}-\ldots-\underline{V}_s\underline{Y}_{2s}-\ldots-\underline{V}_n\underline{Y}_{2n}=\sum_{2}\underline{E}\,\underline{Y}+\sum_{2}\underline{J};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-\underline{V}_1\underline{Y}_{n1}-\underline{V}_2\underline{Y}_{n2}-\ldots-\underline{V}_s\underline{Y}_{ns}-\ldots+\underline{V}_n\underline{Y}_{nn}=\sum_{n}\underline{E}\,\underline{Y}+\sum_{n}\underline{J};$$

Пусть на вход линейной электрической цепи (ЛЭЦ) подано гармоническое напряжение $u(t)=U_m\sin\omega t$.



На входе цепи гармонический ток описывается выражением вида: $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$,
Фазовый сдвиг в цепи $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\varphi_i$.
Определим среднюю за период мощность, потребляемой цепью:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt = \frac{U_m I_m}{T}\int_0^T \sin\omega t \sin(\omega t - \varphi)dt$$, с учетом того, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$ имеем:

$P = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi = U I \cos\varphi$ – активная мощность цепи при гармоническом воздействии [Вт].

Поскольку полное сопротивление цепи с одной стороны $Z = \frac{U}{I}$, с другой $Z = \frac{R}{\cos\varphi}$, то

$U = \frac{R I}{\cos\varphi}$. $P = \frac{R I}{\cos\varphi} I \cos\varphi = R I^2$, или $P = G U^2$.

В ОТЦ вводят понятие реактивной мощности при гармоническом воздействии [ВАр]:

$$Q = U I \sin\varphi = X I^2 = B U^2.$$

Кроме активной и реактивной мощности используют понятие комплексной мощности [ВА]

$$\underline{S} = P + jQ = \left|\underline{S}\right| e^{j\varphi}, \text{ где } \left|\underline{S}\right| = \sqrt{P^2 + Q^2} = S$$ полная мощность в цепи,

$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{Q}{P}$ – фазовый сдвиг в цепи.

Мощности P, Q и $\underline{S}$ можно выразить другим способом:

$\underline{S} = U I \cos\varphi + jU I \sin\varphi = U I e^{j\varphi}$, поскольку $\varphi_u = 0$, $\varphi = -\varphi_i$, то $\underline{S} = U e^{j0} I e^{-j\varphi_i} = \underline{U}\overset{*}{\underline{I}}$.

Активную и реактивную мощность можно определить как: $P = \operatorname{Re}(\underline{S})$ и $Q = \operatorname{Im}(\underline{S})$.

На основании теоремы Телледжена $\sum \underline{S} = \sum \underline{U}\overset{*}{\underline{I}}$ определим баланс комплексной мощности:

$$\sum \underline{S}_{ист} = \sum \underline{S}_{пот}.$$

На практике более удобна следующая формула:

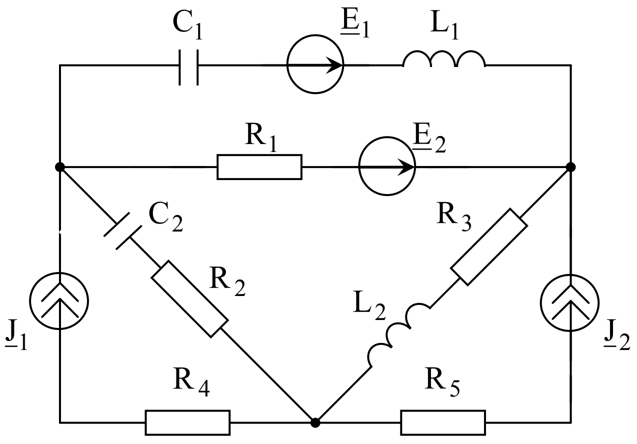
$$\sum_{k=1}^{n}\left(\underline{E}_k \overset{*}{\underline{I}}_k + \underline{U}_{Jk}\overset{*}{\underline{J}}\right) = \sum_{k=1}^{n}\left[I_k^2 R_k + jI_k^2\left(X_{Lk} - X_{Ck}\right)\right].$$

В Задаче № 2 необходимо выполнить следующие действия:

1. Перерисуйте схему своего варианта.
2. Составьте данные численных значений вашего варианта.
3. Постройте комплексную схему замещения.
4. Выберите и укажите на схеме произвольное направление токов во всех ветвях. Пронумеруйте все узлы схемы.
5. Рассчитать комплексные сопротивления всех ветвей.
6. Проведите топологический анализ схемы. Выберите наиболее рациональный метод решения задачи, т.е. где составляется меньшее число уравнений.
7. Рассчитайте комплексы всех токов рациональным методом.
8. Проверьте баланс активной и реактивной мощности.
9. Построить векторную диаграмму комплексных токов для узла, к которому направлен источник тока $\underline{J}_1$.

Образец решения задачи № 2

Для схемы, приведённой на рис. 8 определить комплексы всех токов ветвей. Проверить баланс активной и реактивной мощности. Построить векторные диаграммы токов на комплексной плоскости.



Численные значения

$R_1 = 20\,Ом$, $R_2 = 15\,Ом$, $R_3 = 25\,Ом$, $R_4 = 30\,Ом$, $R_5 = 10\,Ом$

$X_{L1} = 10\,Ом$, $X_{L2} = 15\,Ом$, $X_{C1} = 20\,Ом$, $X_{C2} = 25\,Ом$

$\underline{E}_1 = 10\,e^{j45^o}\,В$, $\underline{E}_2 = 5\,e^{-j30^o}\,В$, $\underline{J}_1 = 2\,e^{j15^o}\,А$, $\underline{J}_2 = 1\,e^{-j25^o}\,А$

Рис. 8 Расчётная схема

На первом этапе решения задачи построим комплексную схему замещения (рис. 9). Выберем и укажем направление комплексных токов во всех ветвях. Пронумеруем все узлы схемы.

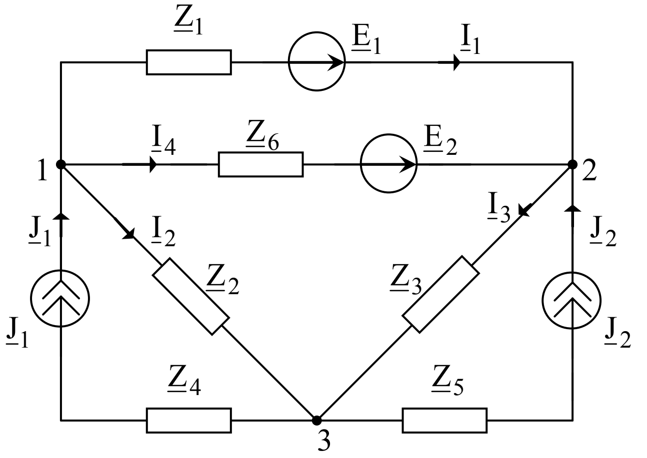


Рис. 9 Комплексная схема замещения

Рассчитаем комплексные сопротивления всех ветвей, для удобства вычислений представим их в алгебраической и показательной форме:

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} - jX_{C1} = -j10 = 10\,e^{-j90^o}\ Ом,\ \underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = 15 - j25 = 29{,}155\,e^{-j59{,}036^o}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L2} = 25 + j15 = 29{,}155\,e^{j30{,}964^o}\ Ом,\ \underline{Z}_4 = R_4 = 30 = 30\,e^{j0^o}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_5 = R_5 = 10 = 10\,e^{j0^o}\ Ом,\ \underline{Z}_6 = R_1 = 20 = 20\,e^{j0^o}\ Ом.$$

Проведём топологический анализ схемы. Выберем наиболее рациональный метод решения задачи, т.е. метод, где составляется меньшее число уравнений.

$$N_в = 6,\ N_{уз} = 3,\ N_E = 0,\ N_J = 2.$$

Количество уравнений, составляемых по МТВ: $N_{мтв} = N_в - N_J = 4$.

Количество уравнений составляемых по МКТ: $N_{мкт} = N_в - N_{уз} + 1 - N_J = 2$.

Количество уравнений, составляемых по МУН: $N_{мун} = N_{уз} - 1 - N_E = 2$.

Видно, что по МКТ и по МУН составляется одинаковое количество уравнений. Мы вправе выбрать любой из этих двух методов для дальнейшего анализа схемы.

Составим комплексные уравнения по МУН. Выбираем 3 узел в качестве базисного, т.е. его комплекс узлового напряжения будет равен нулю $\underline{U}_3 = 0$.

Для узла 1 получаем уравнение вида:

$$\underline{U}_1\left[\frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_2}+\frac{1}{\underline{Z}_6}\right]-\underline{U}_2\left[\frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_6}\right]=\underline{J}_1-\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}-\frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_6}.$$

Для узла 2 получаем уравнения вида:

$$\underline{U}_2\left[\frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_3}+\frac{1}{\underline{Z}_6}\right]-\underline{U}_1\left[\frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_6}\right]=\underline{J}_2+\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}+\frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_6}.$$

В ходе вычислений не забывайте, что при операции сложения или вычитания комплексные числа удобно представлять в алгебраической форме, при операции умножения и деления комплексные числа удобно представлять в показательной форме. Будьте внимательны при определении аргумента комплексного числа. Если вещественная часть комплексного числа отрицательная, то к полученному значению угла, определенному на калькуляторе, мы должны прибавить (или отнять) 180 градусов. Это и будет истинное значение аргумента комплексного числа. В ходе наших вычислений получаем:

$$\underline{U}_1\left(0{,}068+j0{,}129\right)-\underline{U}_2\left(0{,}05+j0{,}1\right)=2{,}422-j0{,}064,$$

$$\underline{U}_2\left(0{,}079+j0{,}082\right)-\underline{U}_1\left(0{,}05+j0{,}1\right)=0{,}416+j0{,}159.$$

Из последних двух уравнений определяем комплексы узловых напряжений:

$$\underline{U}_1=47{,}95-j16{,}473=50{,}701e^{-j\,18{,}96^{o}}\ \text{В},\ \underline{U}_2=53{,}056-j3{,}002=53{,}141e^{-j\,3{,}239^{o}}\ \text{В}.$$

Определим комплексы всех токов ветвей по закону Ома в комплексной форме:

$$\underline{I}_1=\frac{\underline{U}_1-\underline{U}_2+\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}=0{,}64+j0{,}197=0{,}669e^{j\,17{,}074^{o}}\ \text{А},$$

$$\underline{I}_2=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_2}=1{,}331+j1{,}12=1{,}739e^{j40{,}077^{o}}\ \text{А},\ \underline{I}_3=\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_3}=1{,}507-j1{,}025=1{,}823e^{-j34{,}203^{o}}\ \text{А},$$

$$\underline{I}_4=\frac{\underline{U}_1-\underline{U}_2+\underline{E}_2}{\underline{Z}_6}=-0{,}039-j0{,}799=0{,}799e^{-j\,92{,}78^{o}}\ \text{А}.$$

Проверим, выполняется ли баланс активной и реактивной мощности. Если $\sum\underline{S}_{ист}=\sum\underline{S}_{пот}$, то $\sum P_{ист}=\sum P_{пот}$ – баланс активной мощности, а $\sum Q_{ист}=\sum Q_{пот}$ – баланс реактивной мощности. Для вычислений используем соотношение вида:

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\underline{E}_k\,\overset{*}{\underline{I}}_k+\underline{U}_{Jk}\,\overset{*}{\underline{J}}\right)=\sum_{k=1}^{n}\left[I_k^2\,R_k+jI_k^2\left(X_{Lk}-X_{Ck}\right)\right].$$

Для нашего случая можно записать:

$\underline{S}_{ист}=\underline{E}_1\overset{*}{\underline{I}}_1+\underline{E}_2\overset{*}{\underline{I}}_4+\underline{U}_{J1}\overset{*}{\underline{J}}_1+\underline{U}_{J2}\overset{*}{\underline{J}}_2=271{,}203-j30{,}253$ ВА, где

$\underline{U}_{J1}=\underline{I}_2\,\underline{Z}_2+\underline{J}_1\,\underline{Z}_4=105{,}906-j0{,}944=105{,}91e^{-j0{,}511^{o}}$ В,

$\underline{U}_{J2}=\underline{I}_3\,\underline{Z}_3+\underline{J}_2\,\underline{Z}_5=62{,}119-j7{,}229=62{,}538e^{-j6{,}637^{o}}$ В.

$$\underline{S}_{пот}=\left|\underline{J}_1\right|^2R_4+\left|\underline{J}_2\right|^2R_5+\left|\underline{I}_4\right|^2R_1+\left|\underline{I}_2\right|^2R_2+\left|\underline{I}_3\right|^2R_3+j\left|\underline{I}_1\right|^2\left(X_{L1}-X_{L1}\right)+j\left|\underline{I}_3\right|^2X_{L2}-j\left|\underline{I}_2\right|^2X_{C2}=$$
$$=271{,}203-j30{,}253\,\text{ВА}$$

$$\sum P_{ист}=\sum P_{пот}=271{,}203\,\text{Вт},\ \sum Q_{ист}=\sum Q_{пот}=-30{,}253\,\text{ВАр}.$$

Видно, что баланс активной и реактивной мощности выполняется. Следовательно, можно сделать вывод, что все расчёты верны.

Построим векторную диаграмму комплексных токов (рис.10) для узла, к которому направлен источник тока $\underline{J}_1$. Для нашего случая это узел 1.

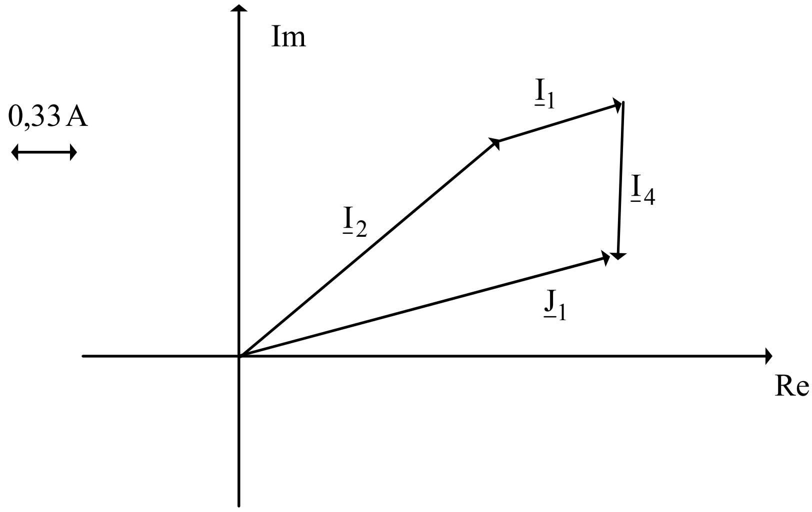


Рис. 10. Векторная диаграмма комплексных токов

Список использованной литературы

1. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И. Основы теории цепей. Учебник для вузов; Под редакцией В.П. Бакалова. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 2000.
2. Попов В.П. Основы теории цепей. Учебник для вузов; Под редакцией В.П. Попова. – 4-е изд., испр. – М.: Высшая школа. 2003. – 575 с.: ил.
3. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1986.
4. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: Учебник. 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2006.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Учебник для вузов – М.: Гардарики, 1999.
6. Панин Д.Н. Конспект лекций по I части курса «Основы теории цепей». Учебное пособие; ПГАТИ, кафедра ТОРС, Самара, 2008.
7. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа. 1990.
8. Воробиенко П.П. Теория линейных электрических цепей. Сборник задач и упражнений: Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1989.

Приложение № 1 Выбор схемы к решению задачи № 1

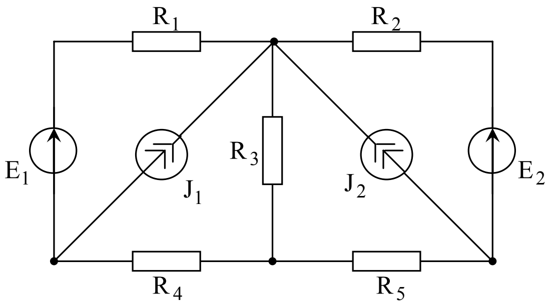


Схема № 00

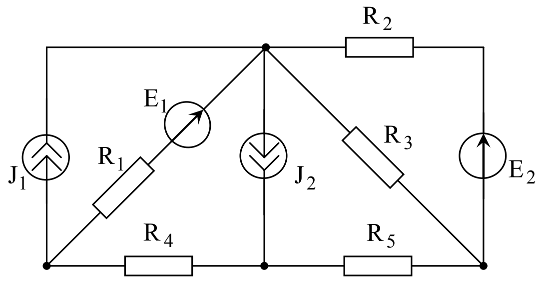


Схема № 01

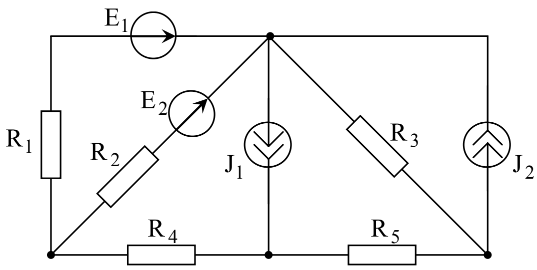


Схема № 02

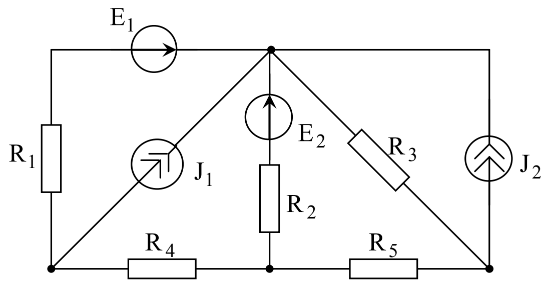


Схема № 03

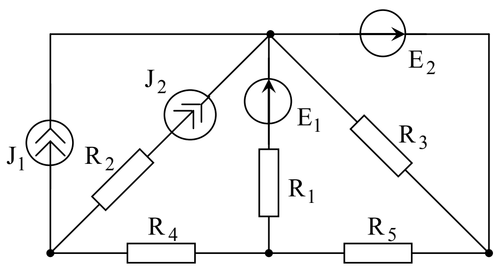


Схема № 04

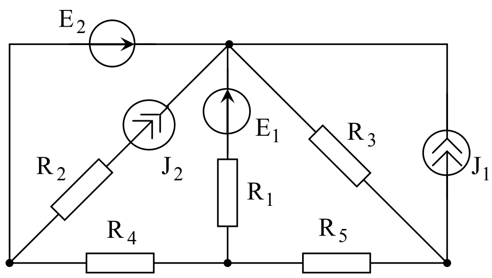


Схема № 05

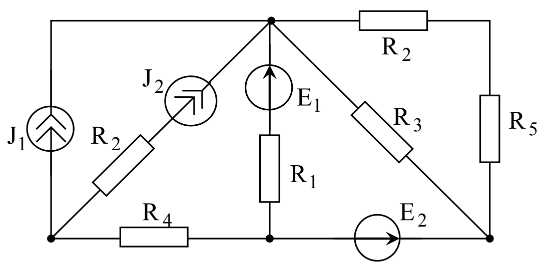


Схема № 06

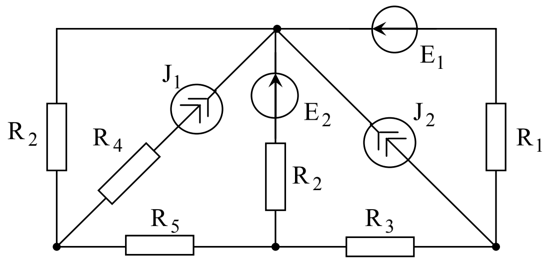


Схема № 07

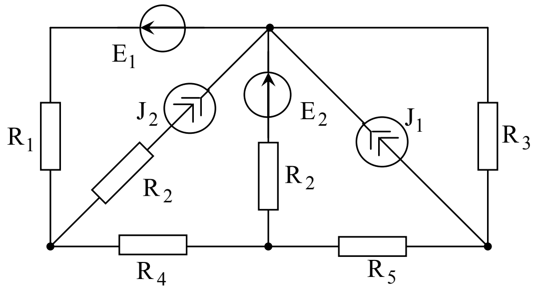


Схема № 08

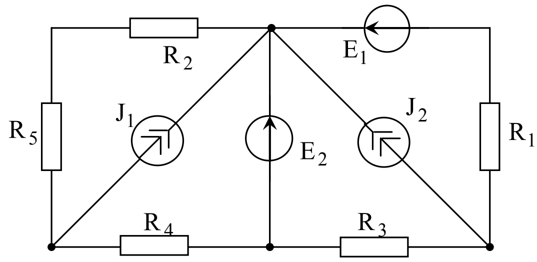


Схема № 09

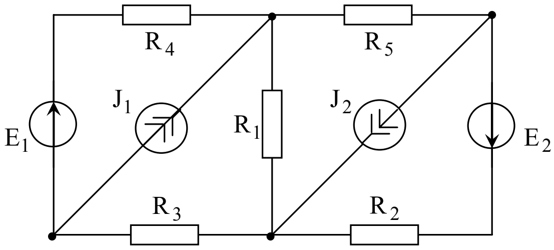


Схема № 10

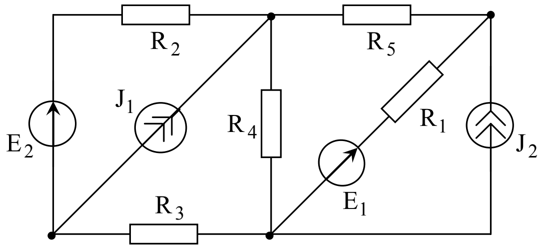


Схема № 11

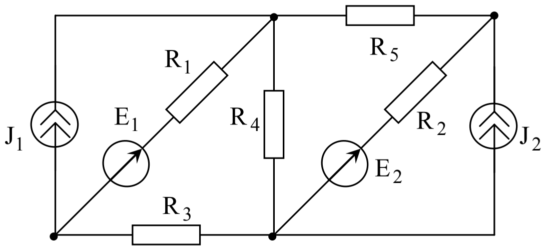


Схема № 12

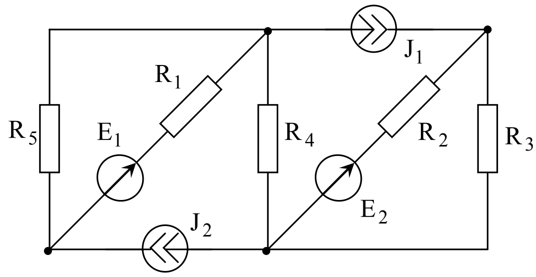


Схема № 13

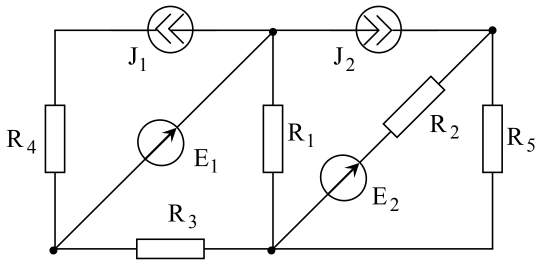


Схема № 14

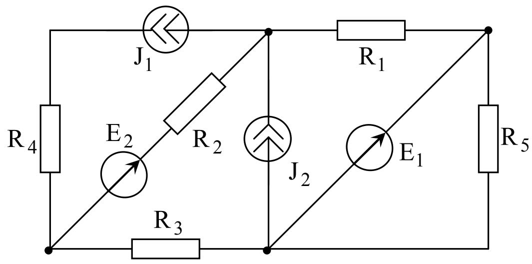


Схема № 15

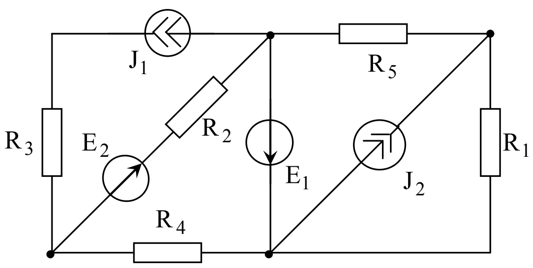


Схема № 16

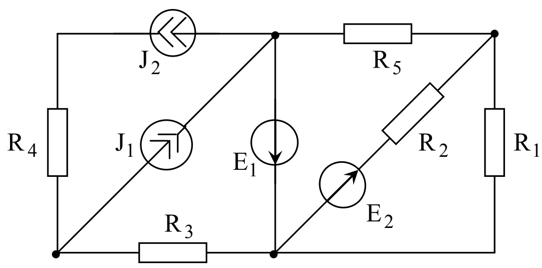


Схема № 17

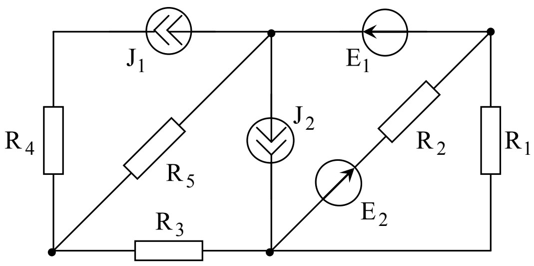


Схема № 18

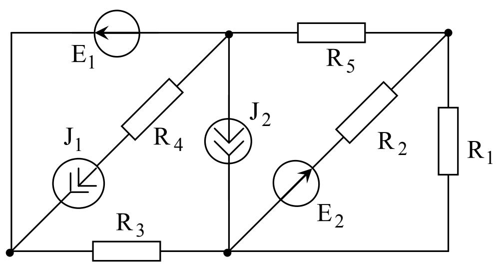


Схема № 19

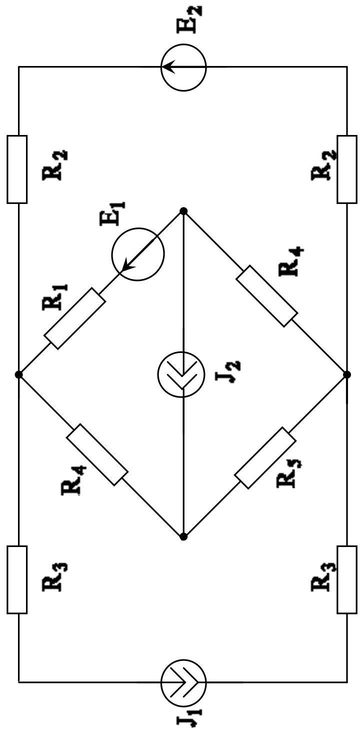


Схема № 20

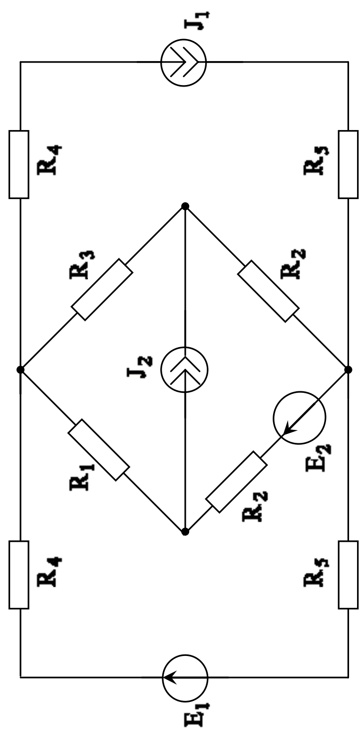


Схема № 21

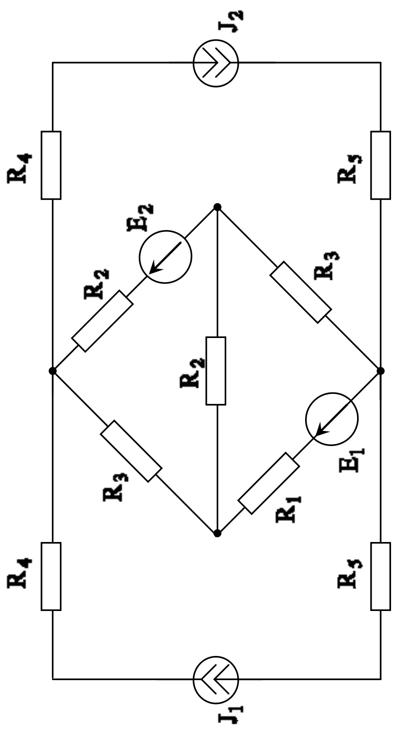


Схема № 22

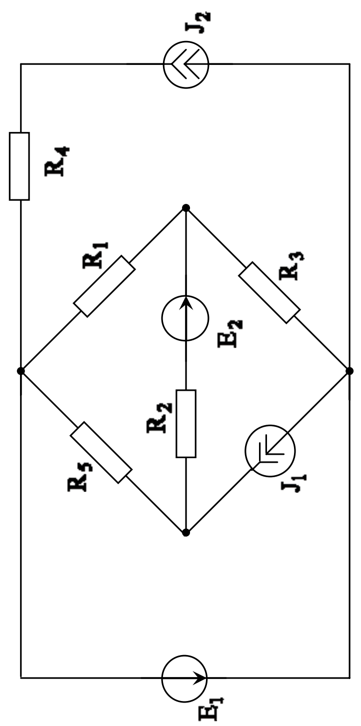


Схема № 23

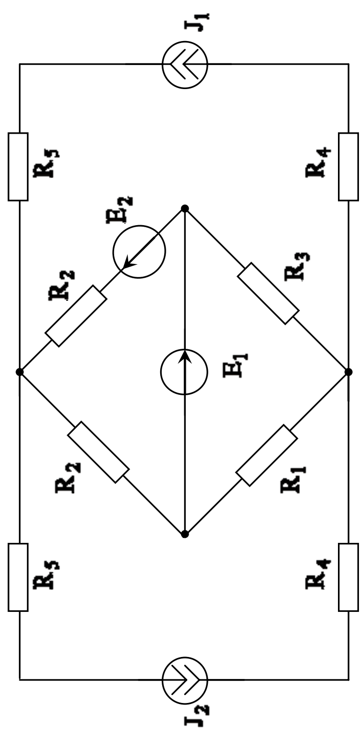


Схема № 24

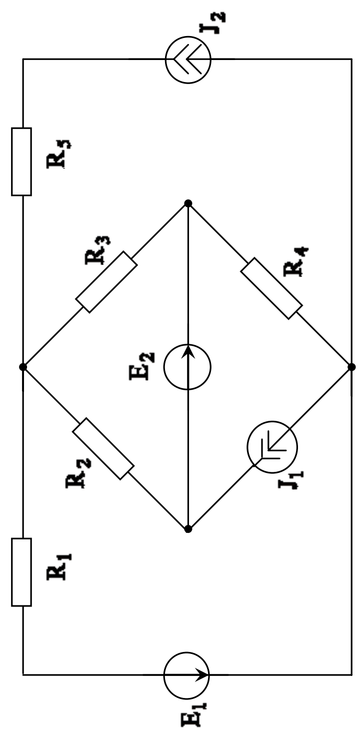


Схема № 25

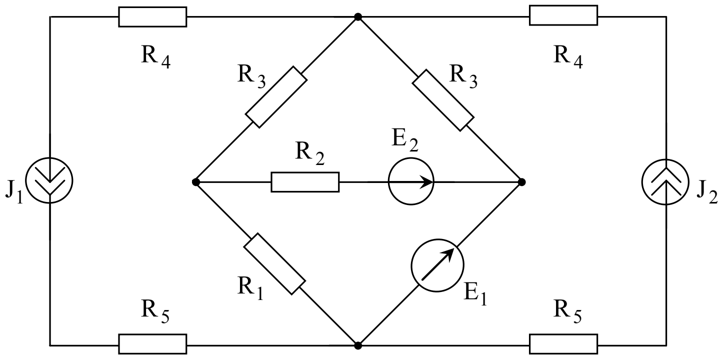


Схема № 26

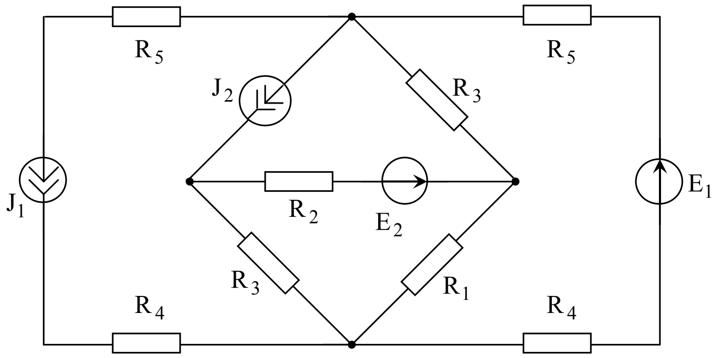


Схема № 27

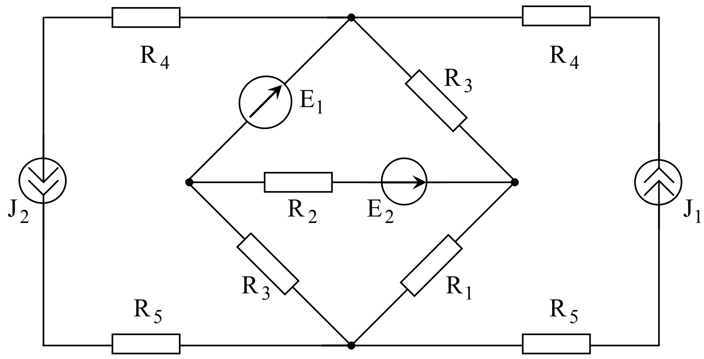


Схема № 28

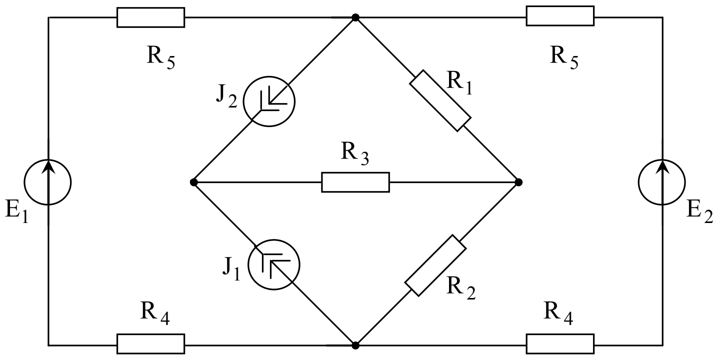


Схема № 29

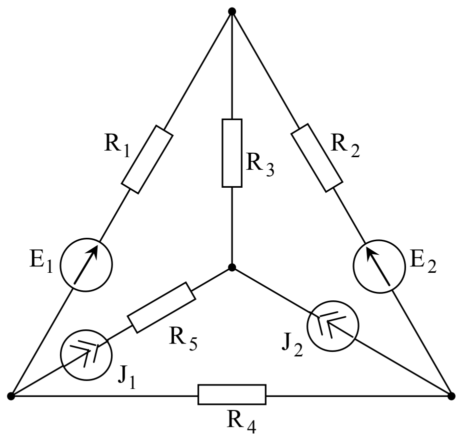


Схема № 30

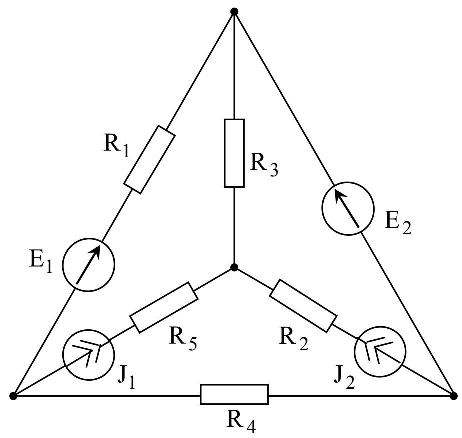


Схема № 31

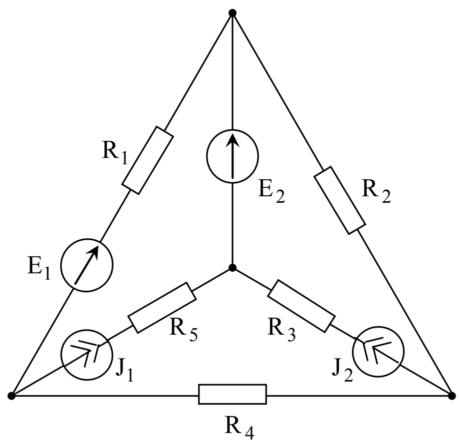


Схема № 32

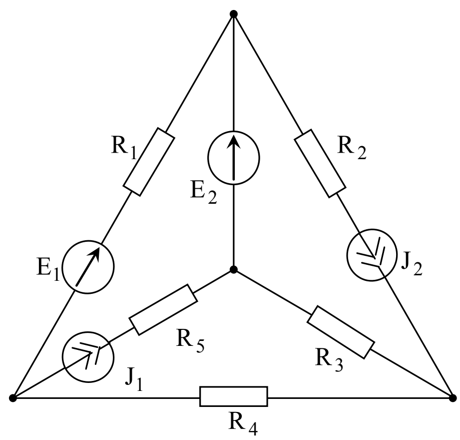


Схема № 33

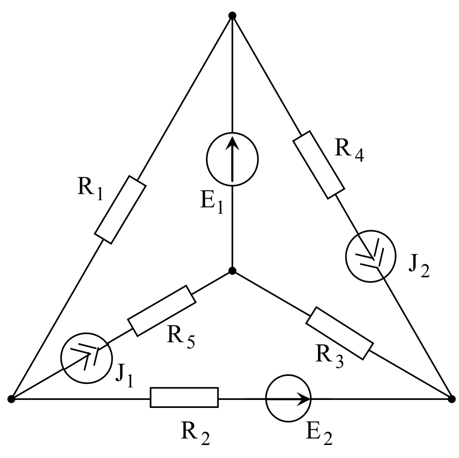


Схема № 34

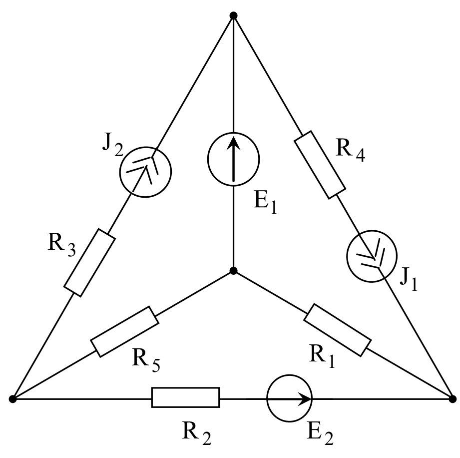


Схема № 35

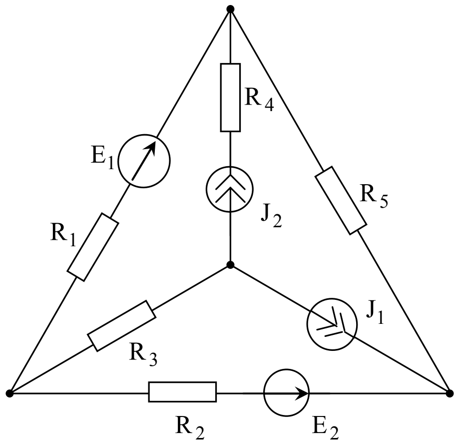


Схема № 36

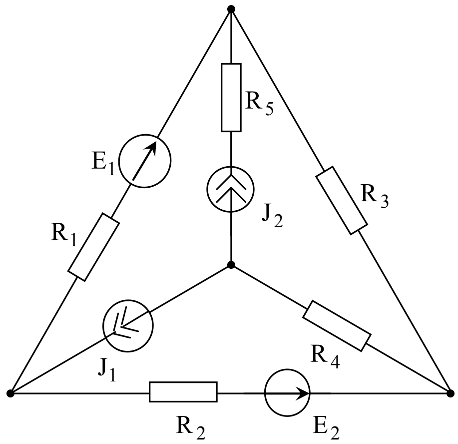


Схема № 37

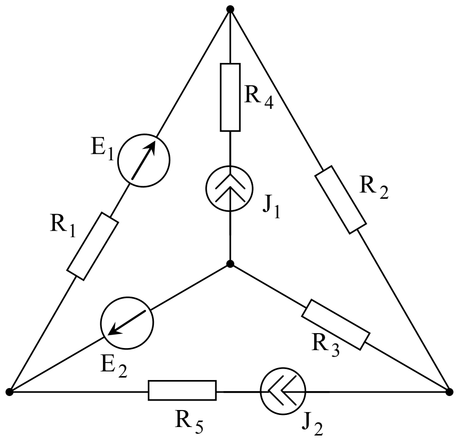


Схема № 38

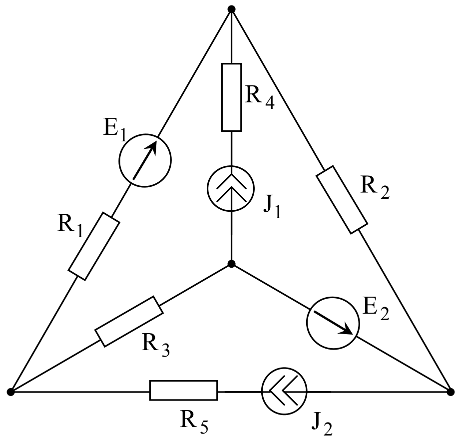


Схема № 39

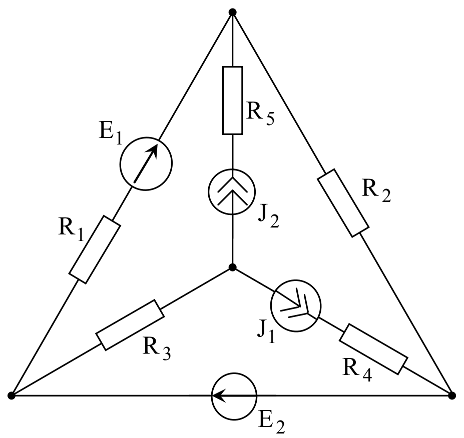


Схема № 40

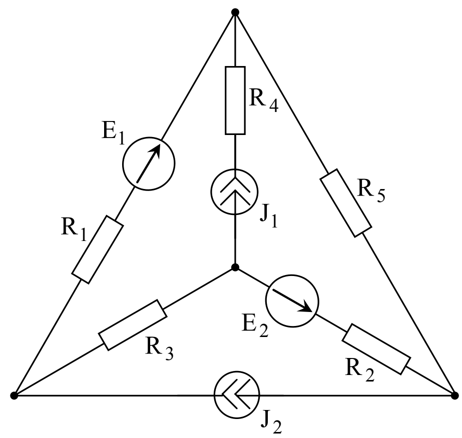


Схема № 41

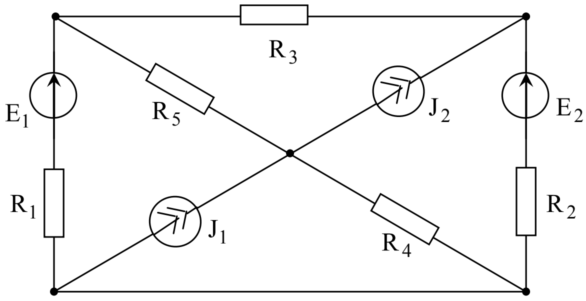


Схема № 42

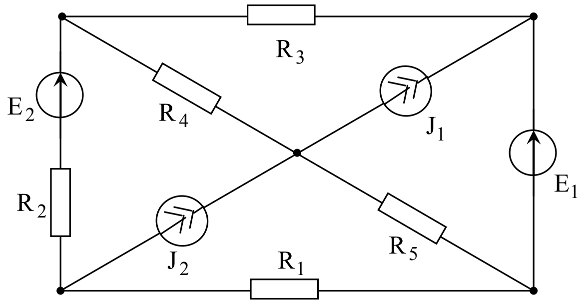


Схема № 43

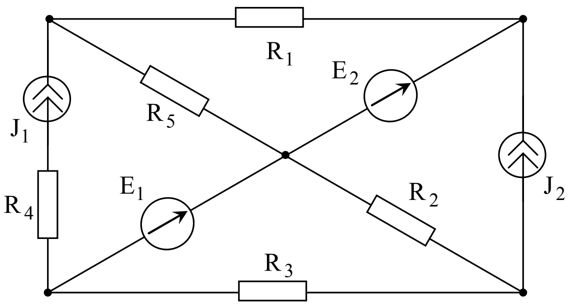


Схема № 44

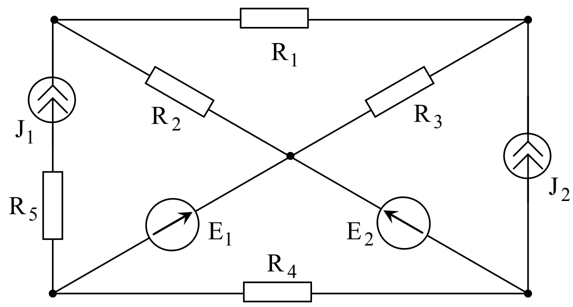


Схема № 45

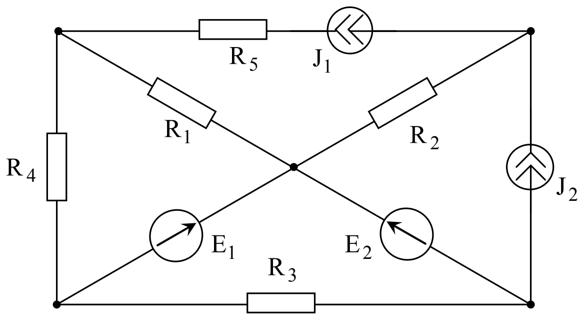


Схема № 46

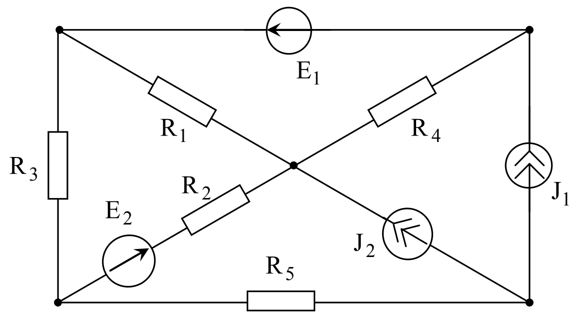


Схема № 47

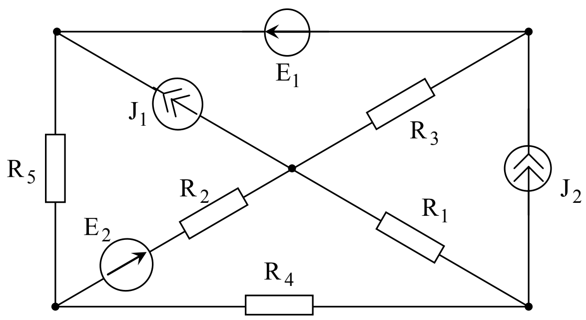


Схема № 48

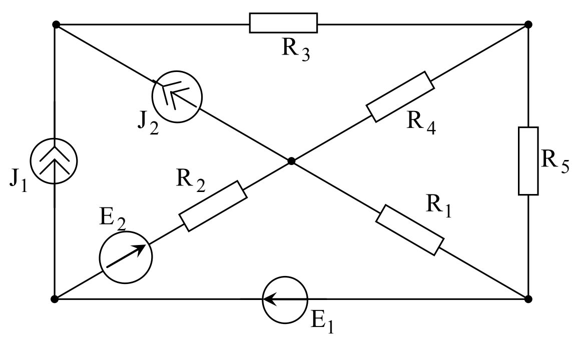


Схема № 49

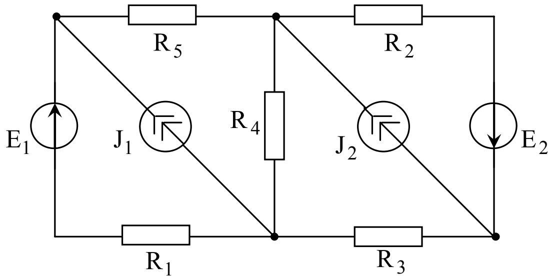


Схема № 50

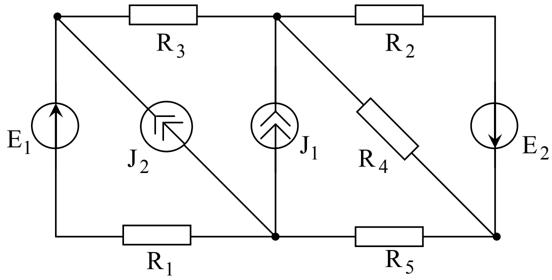


Схема № 51

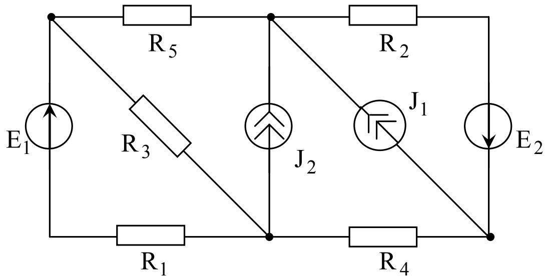


Схема № 52

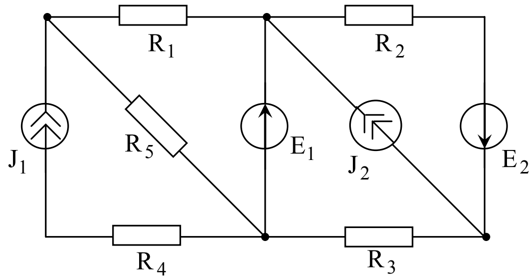


Схема № 53

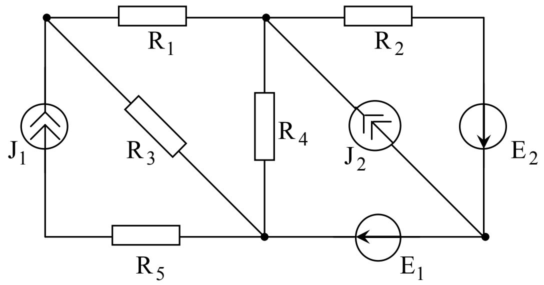


Схема № 54

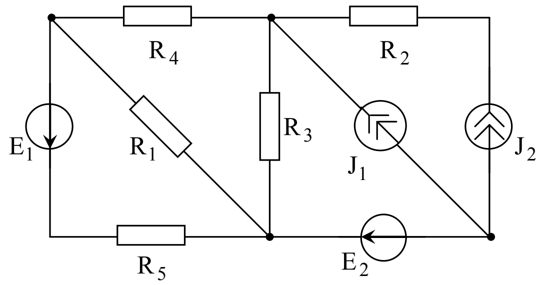


Схема № 55

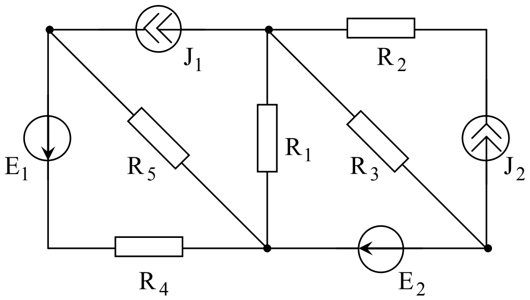


Схема № 56

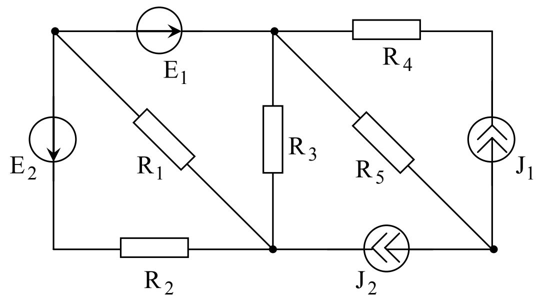


Схема № 57

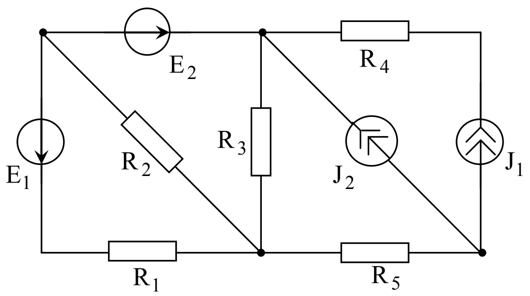


Схема № 58

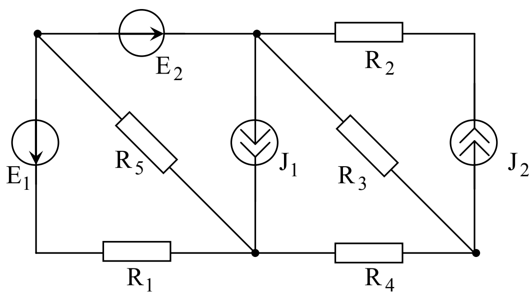


Схема № 59

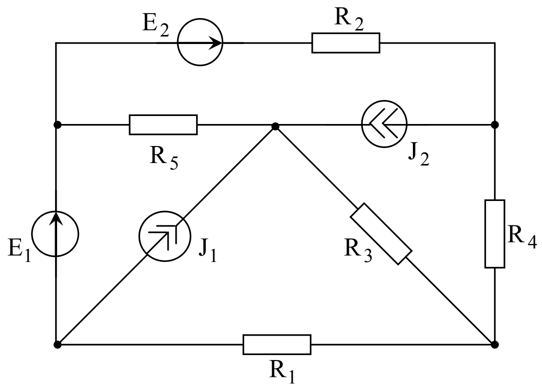


Схема № 60

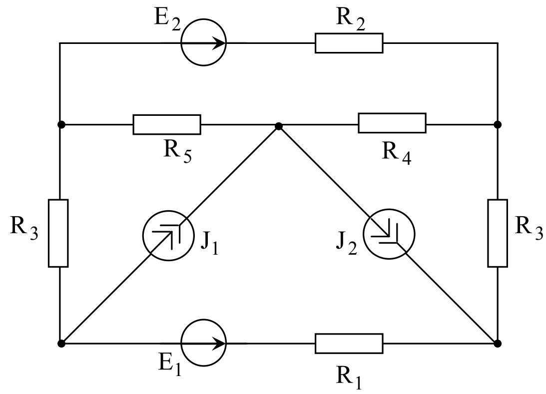


Схема № 61

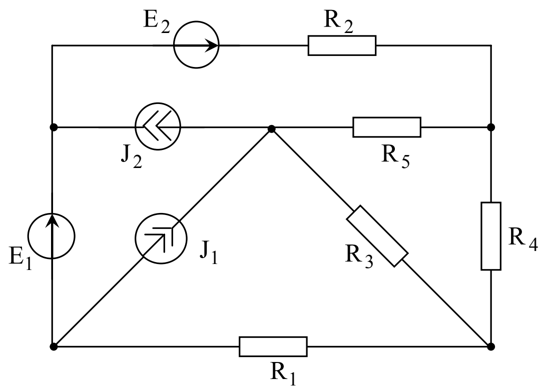


Схема № 62

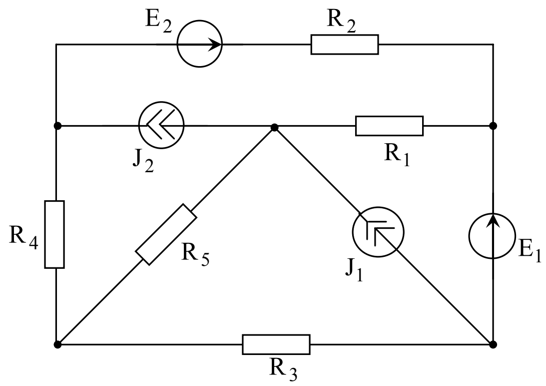


Схема № 63

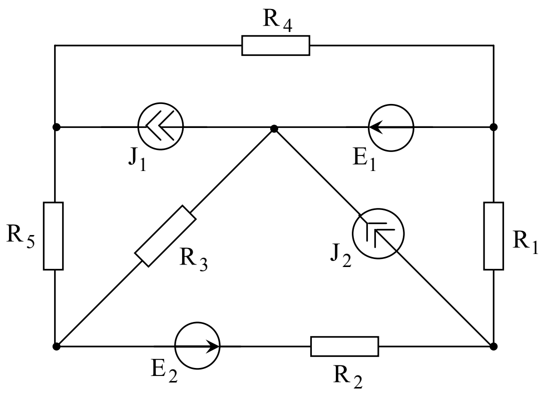


Схема № 64

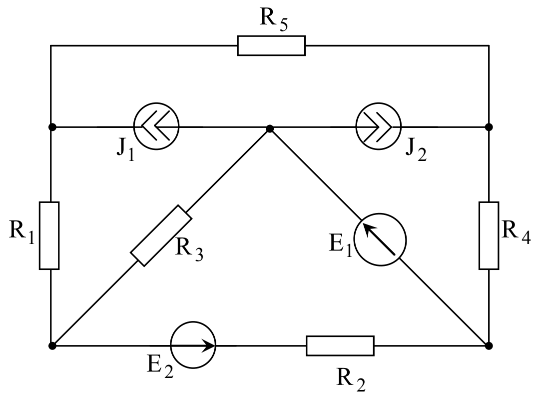


Схема № 65

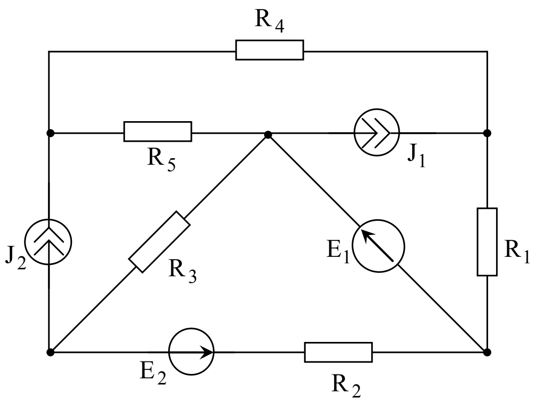


Схема № 66

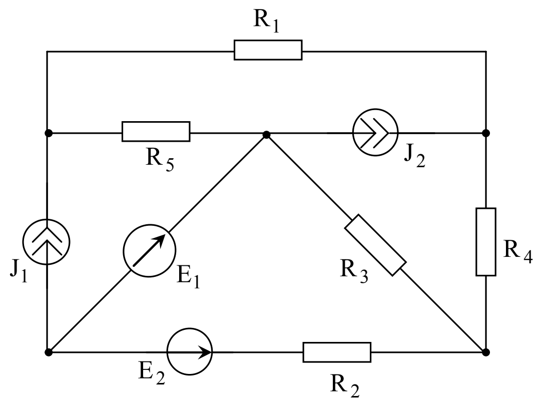


Схема № 67

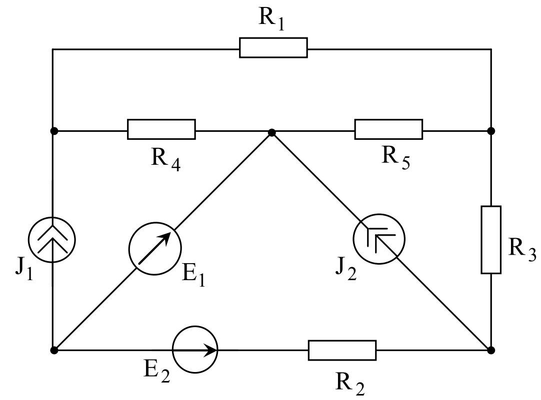


Схема № 68

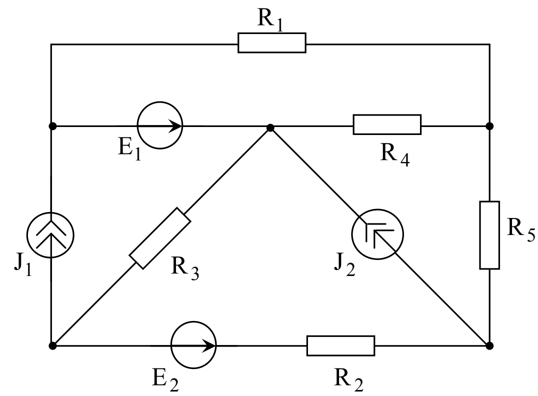


Схема № 69

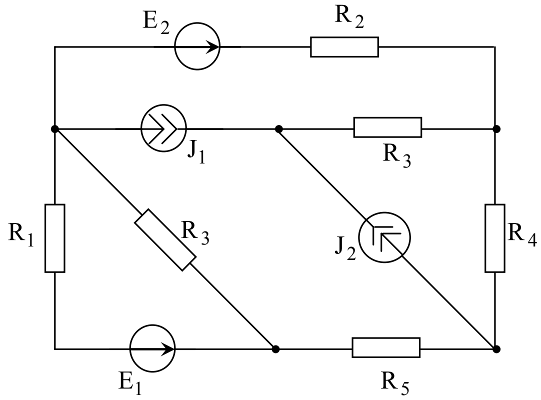


Схема № 70

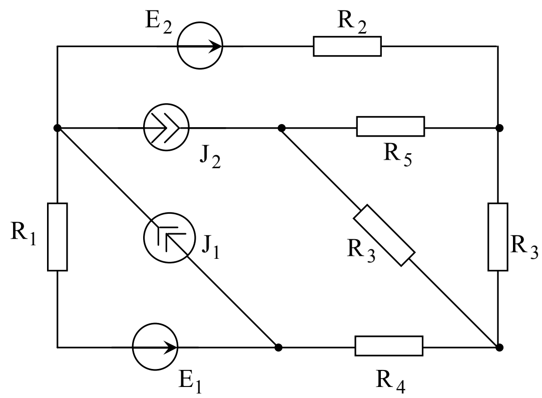


Схема № 71

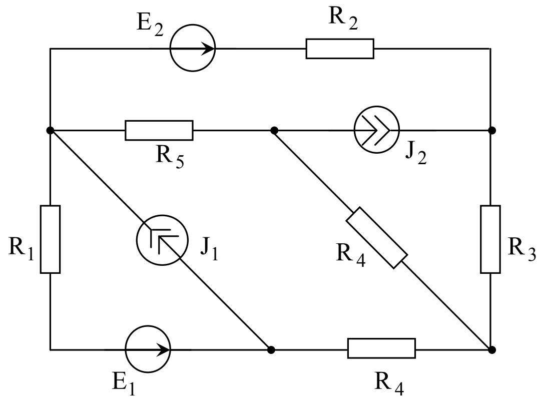


Схема № 72

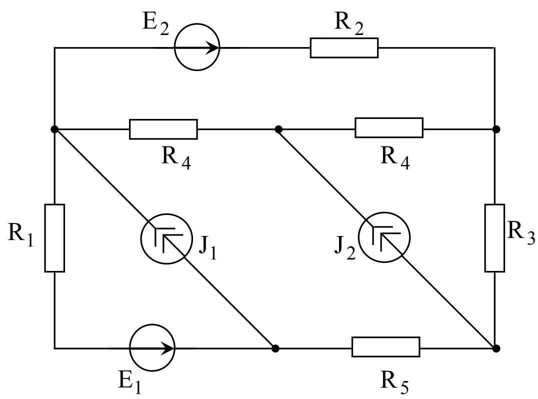


Схема № 73

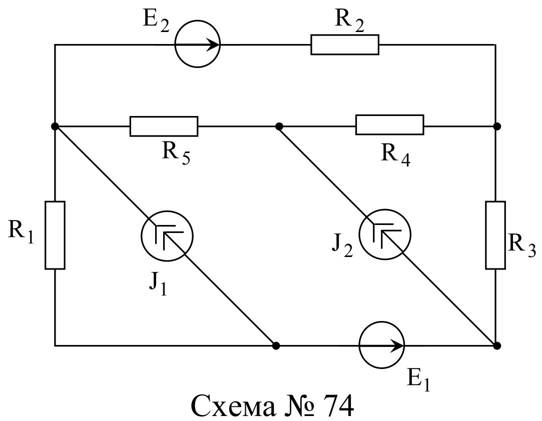


Схема № 74

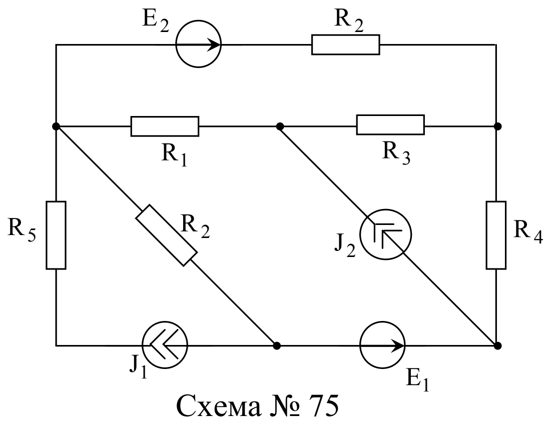


Схема № 75

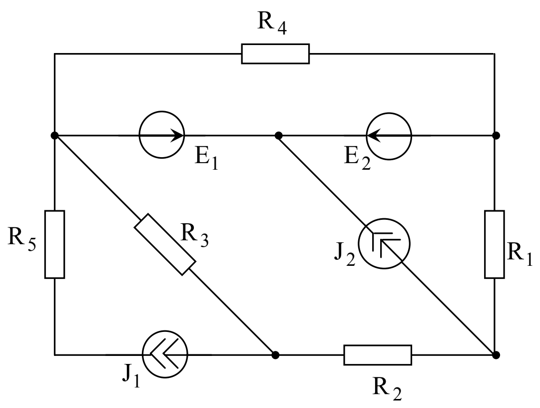


Схема № 76

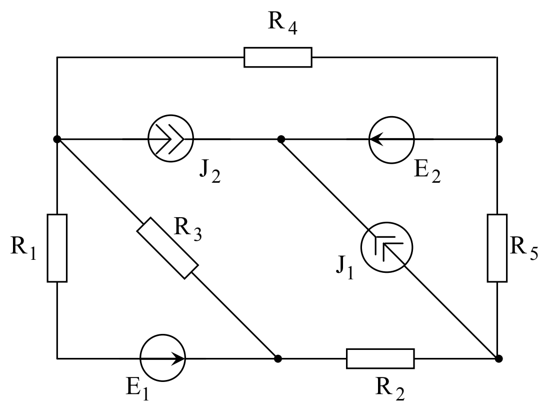


Схема № 77

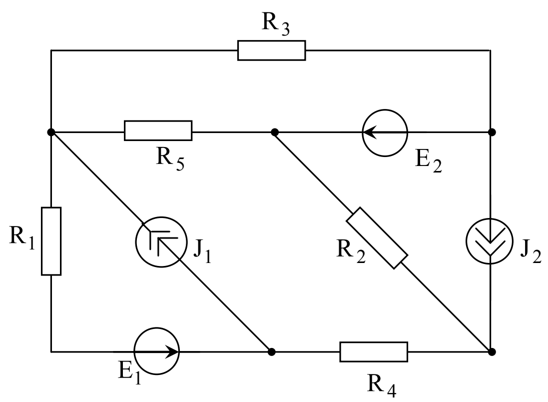


Схема № 78

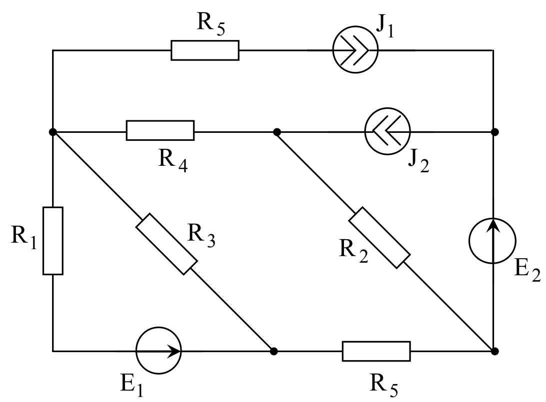


Схема № 79

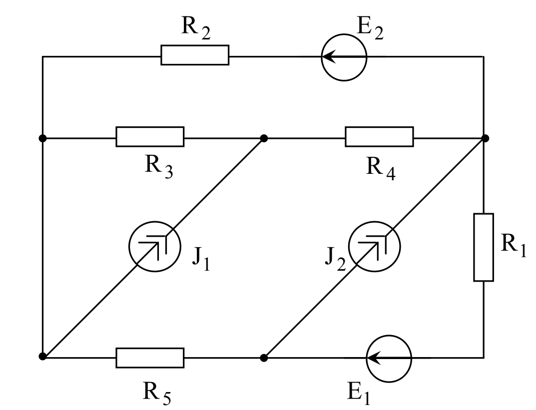


Схема № 80

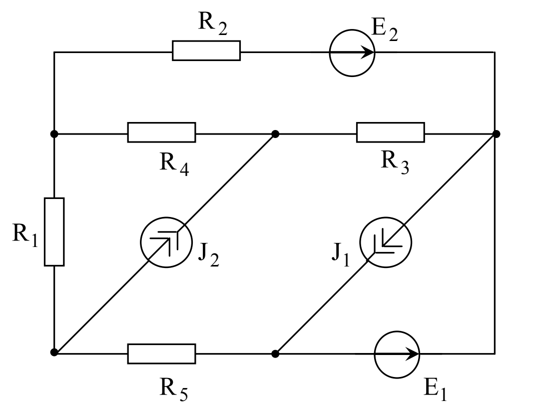


Схема № 81

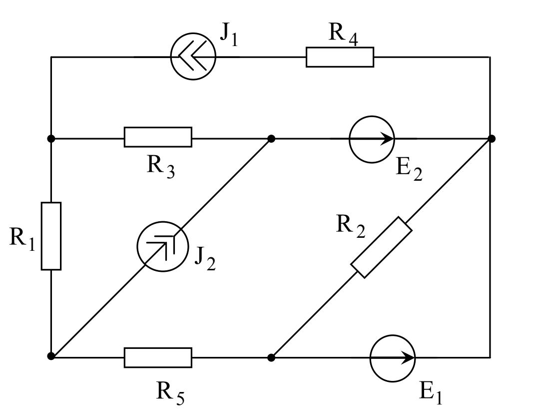


Схема № 82

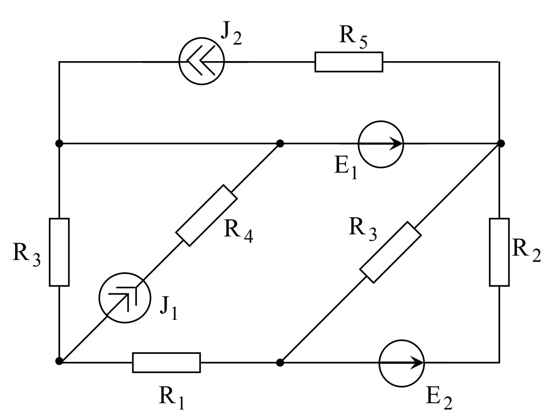


Схема № 83

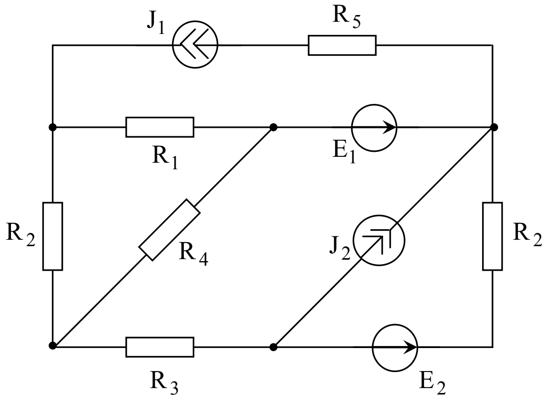


Схема № 84

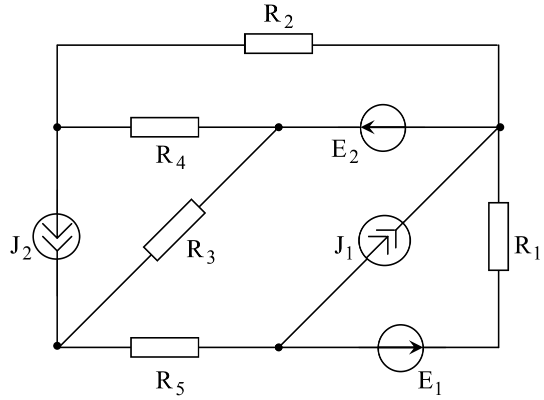


Схема № 85

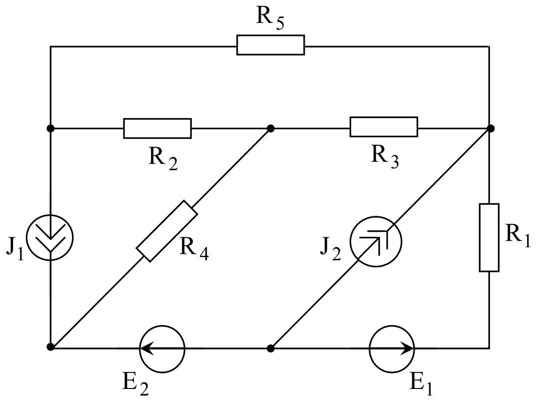


Схема № 86

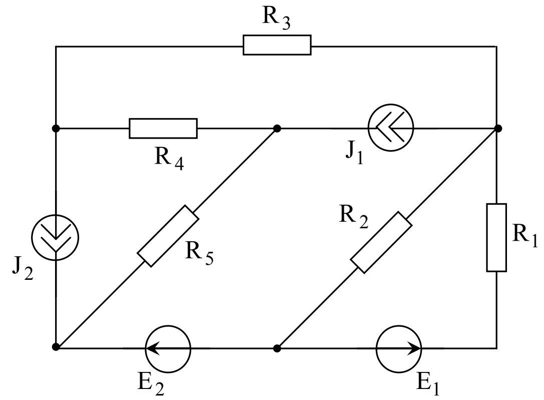


Схема № 87

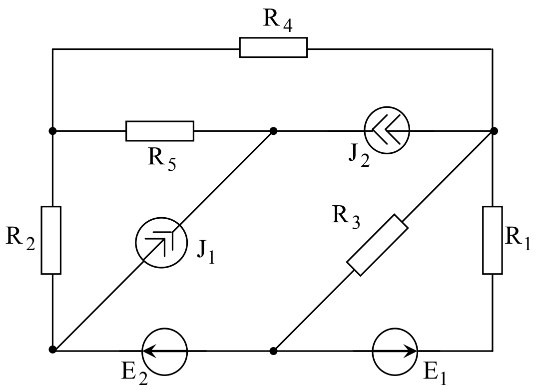


Схема № 88

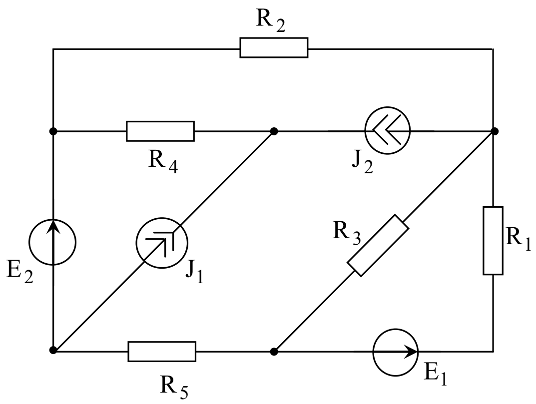


Схема № 89

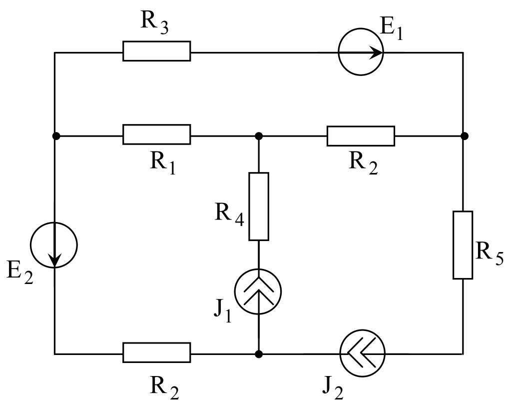


Схема № 90

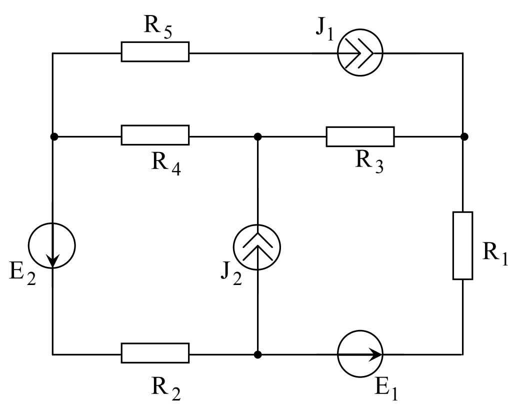


Схема № 91

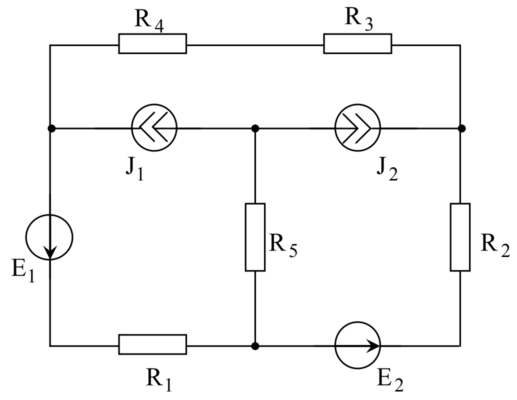


Схема № 92

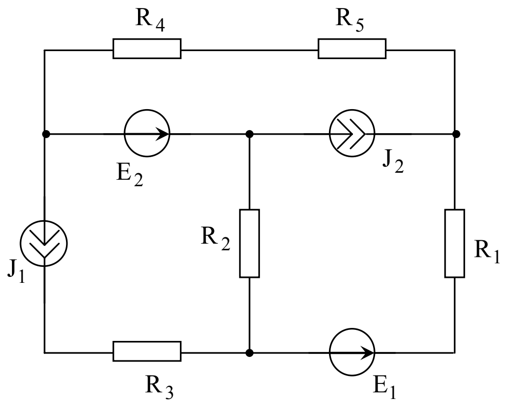


Схема № 93

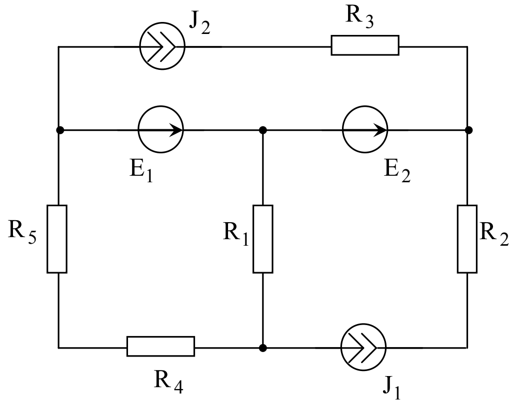


Схема № 94

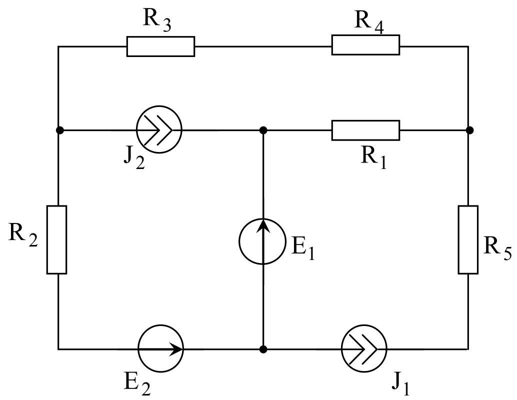


Схема № 95

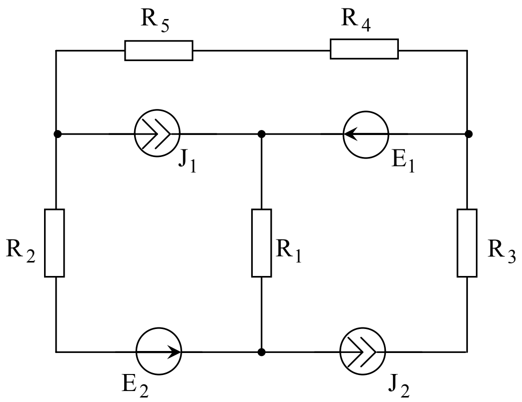


Схема № 96

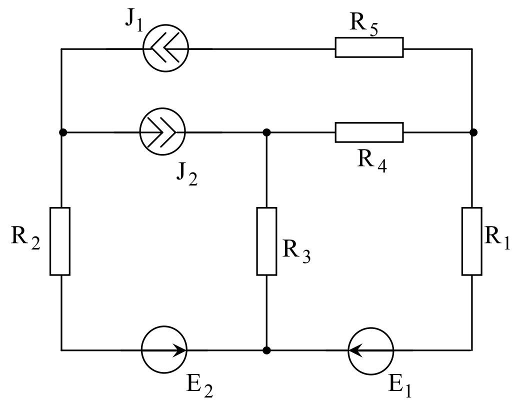


Схема № 97

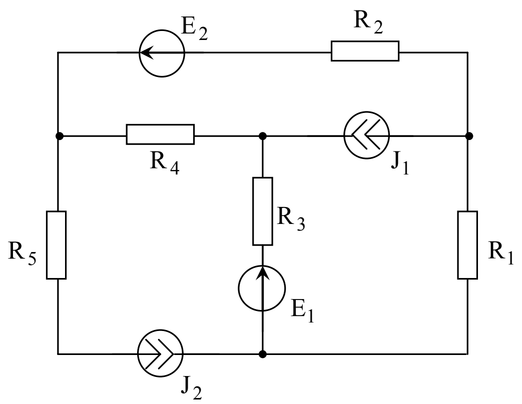


Схема № 98

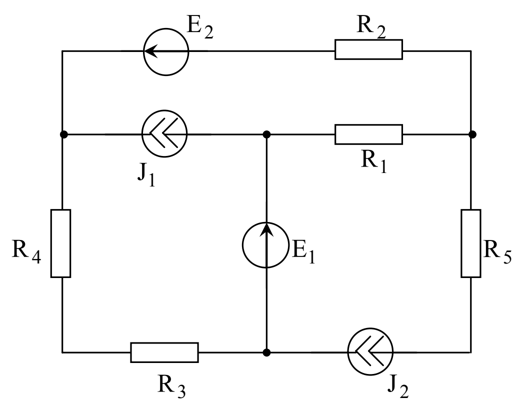


Схема № 99

Приложение № 2 Выбор схемы к решению задачи № 2

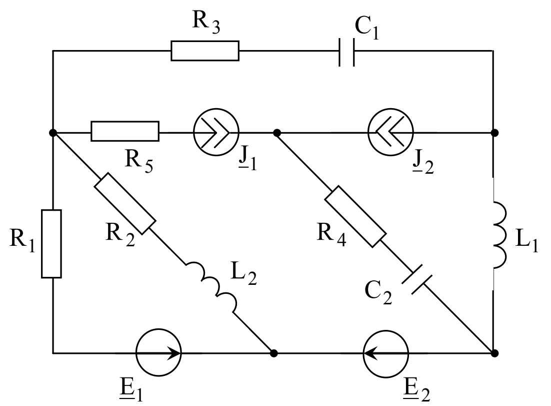


Схема № 00

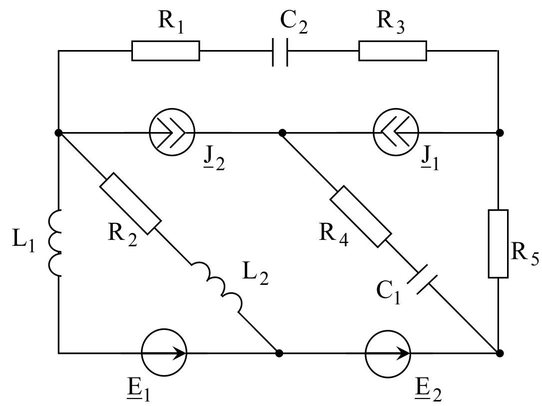


Схема № 01

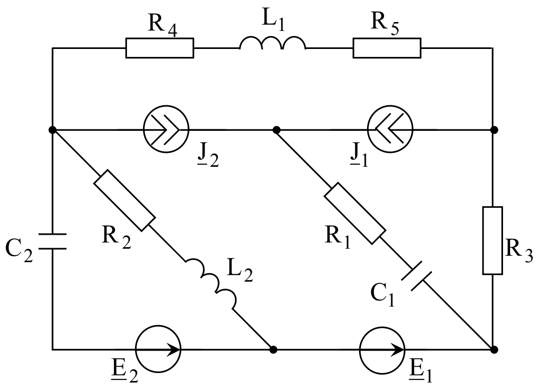


Схема № 02

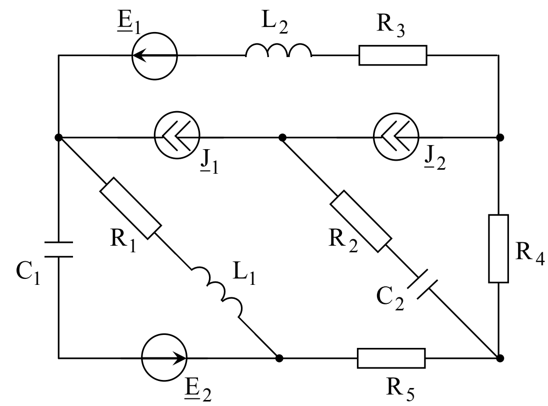


Схема № 03

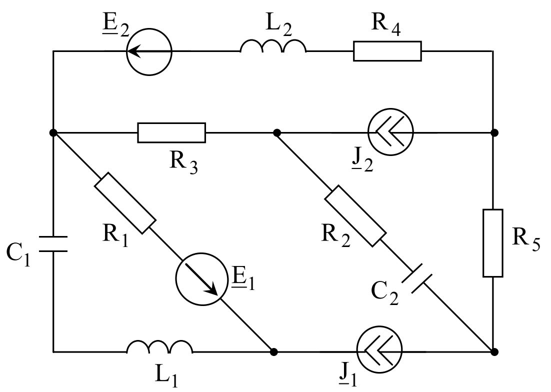


Схема № 04

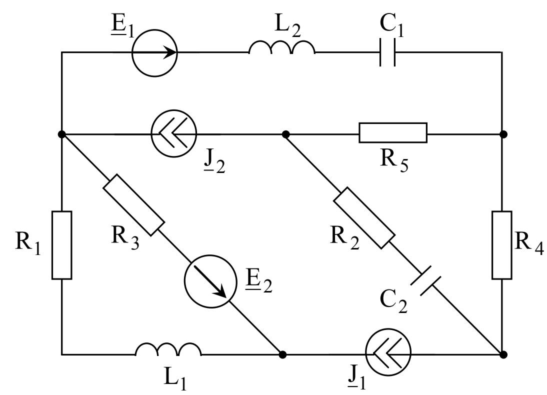


Схема № 05

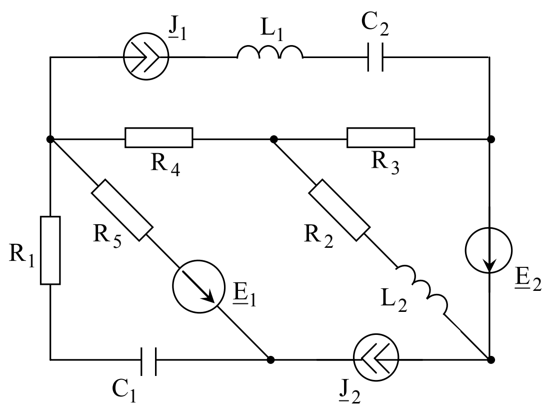


Схема № 06

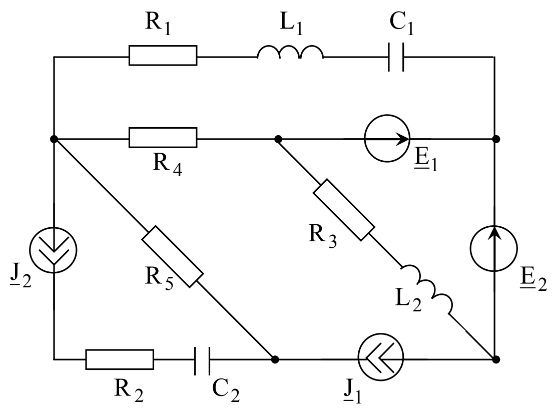


Схема № 07

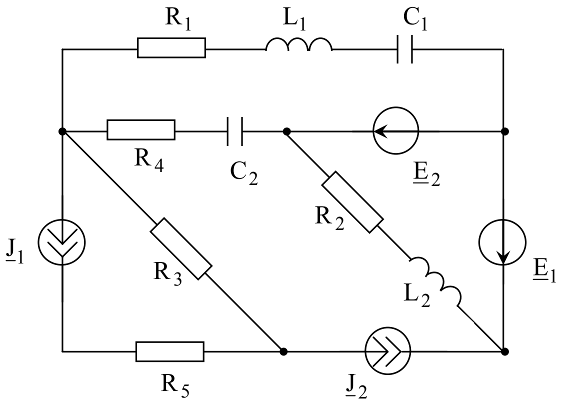


Схема № 08

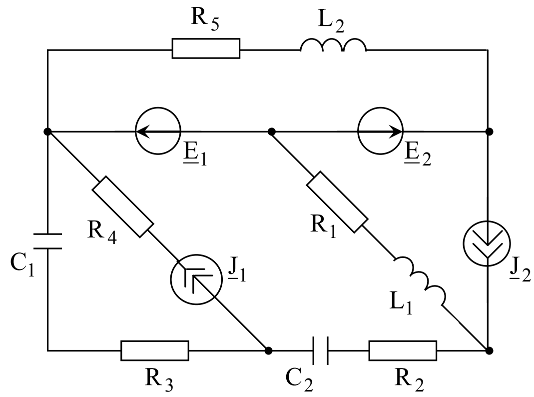


Схема № 09

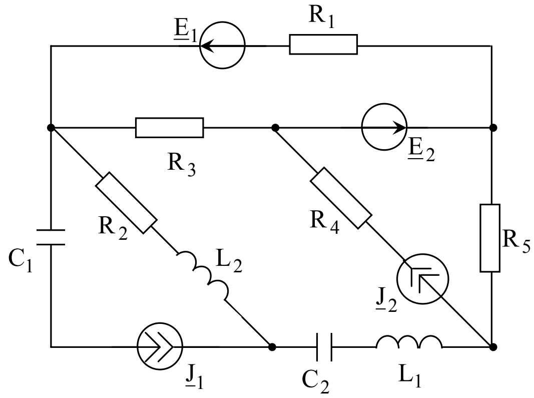


Схема № 10

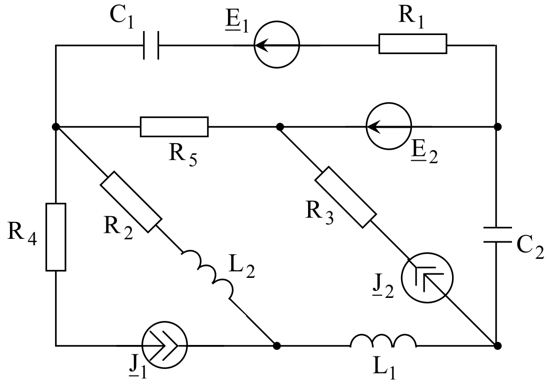


Схема № 11

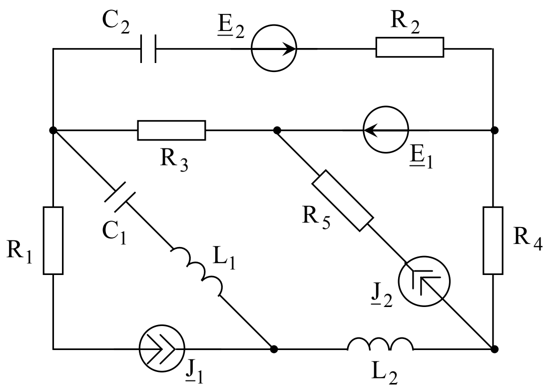


Схема № 12

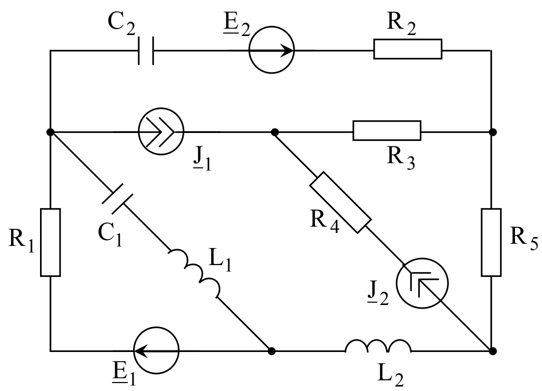


Схема № 13

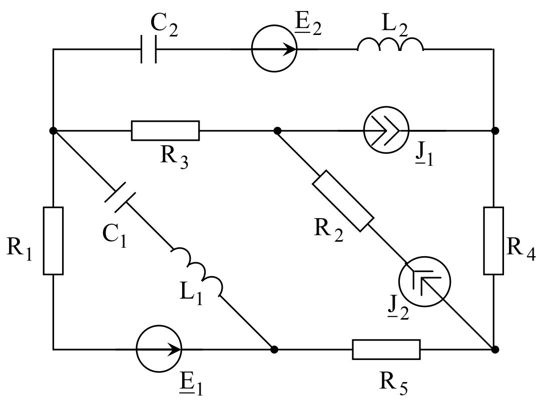


Схема № 14

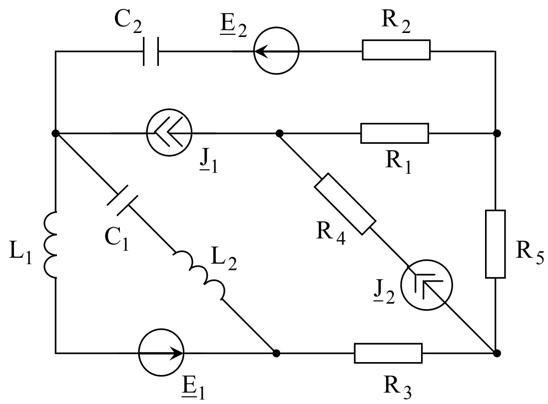


Схема № 15

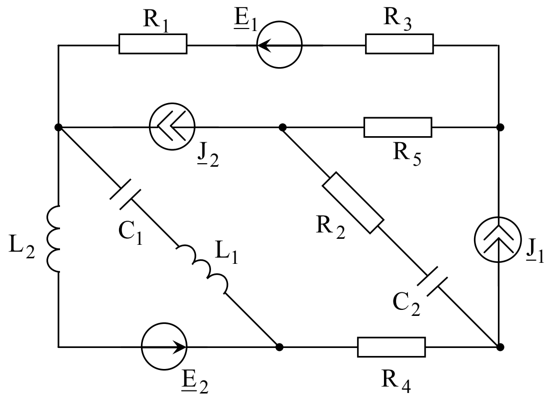


Схема № 16

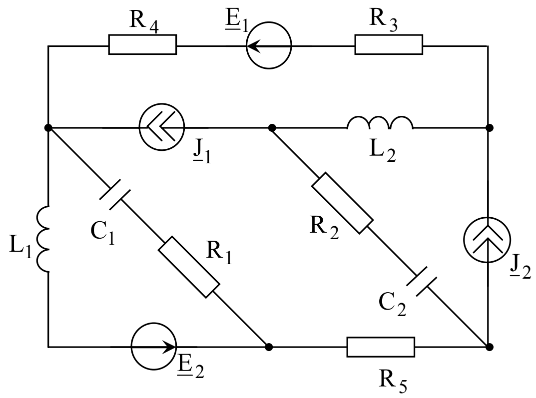


Схема № 17

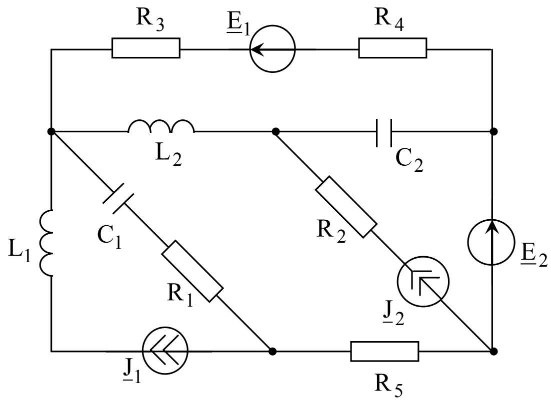


Схема № 18

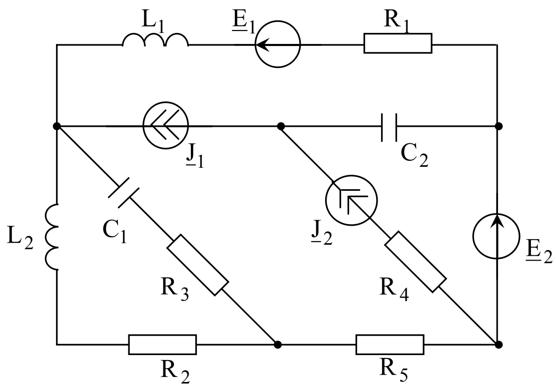


Схема № 19

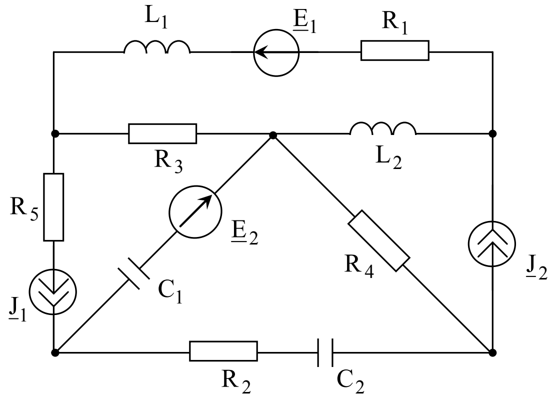


Схема № 20

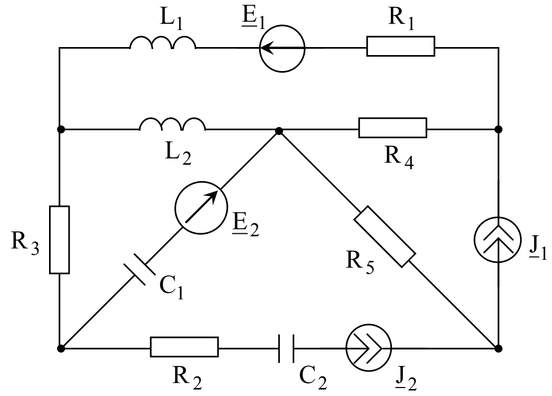


Схема № 21

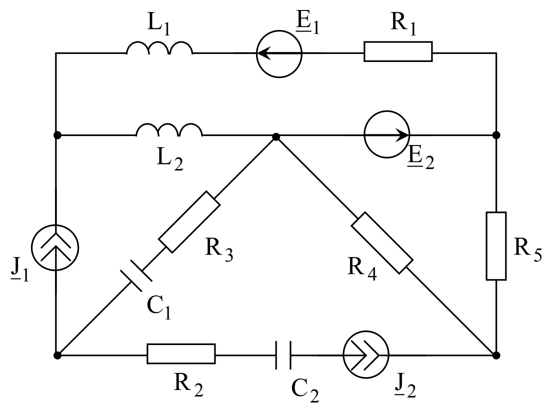


Схема № 22

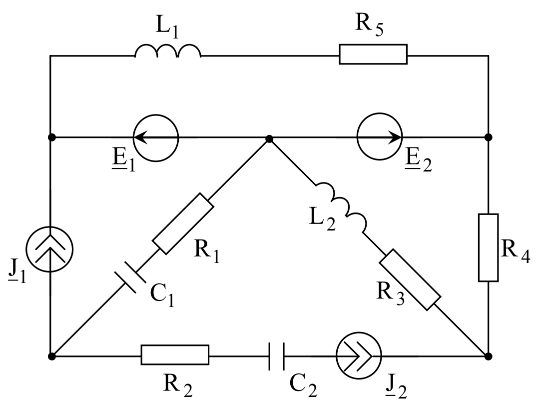


Схема № 23

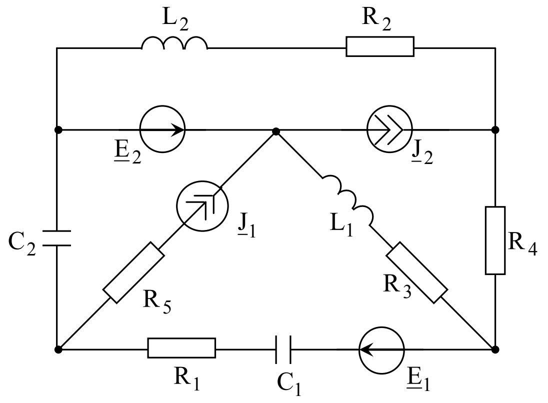


Схема № 24

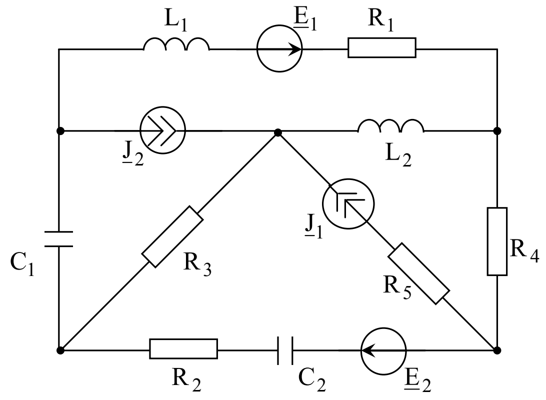


Схема № 25

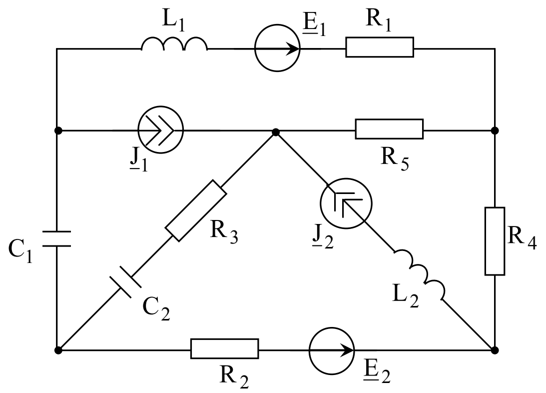


Схема № 26

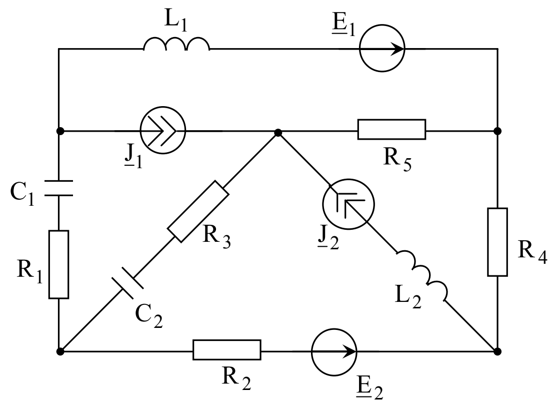


Схема № 27

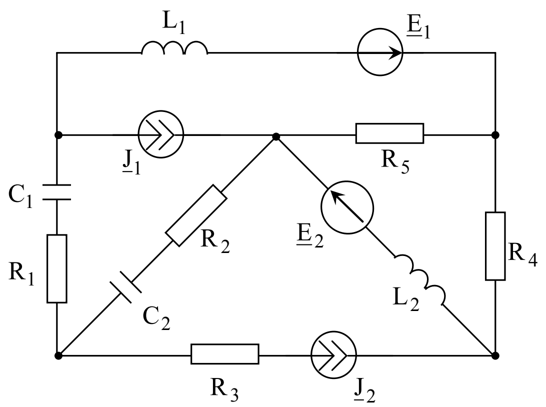


Схема № 28

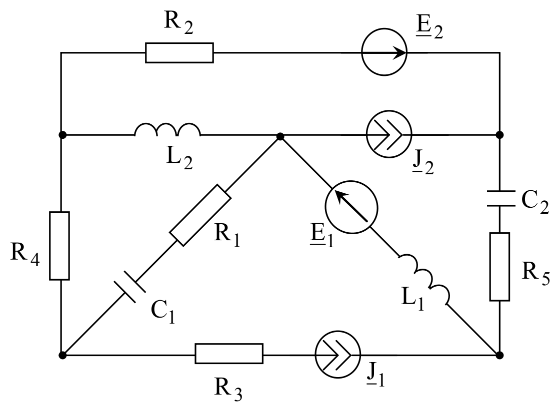


Схема № 29

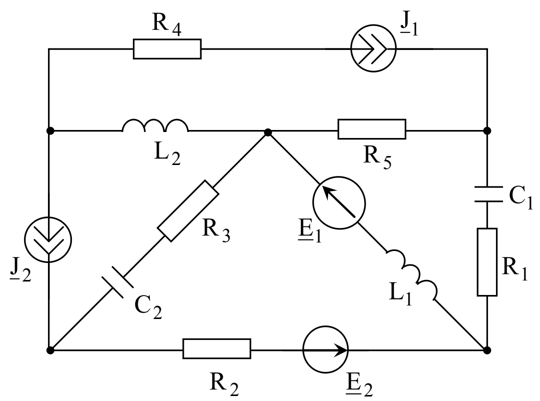


Схема № 30

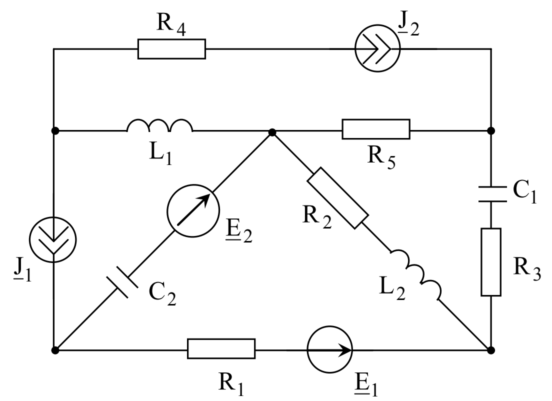


Схема № 31

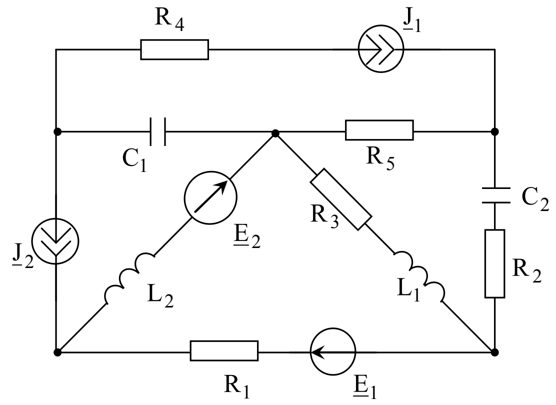


Схема № 32

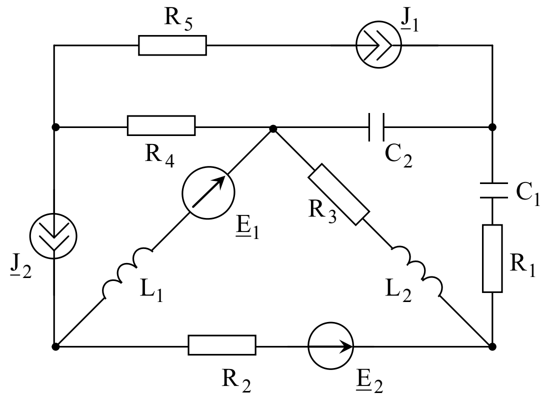


Схема № 33

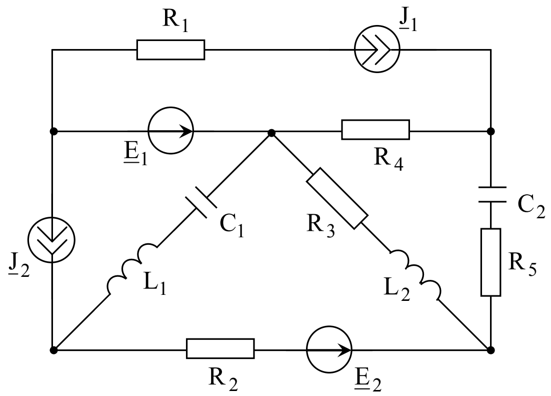


Схема № 34

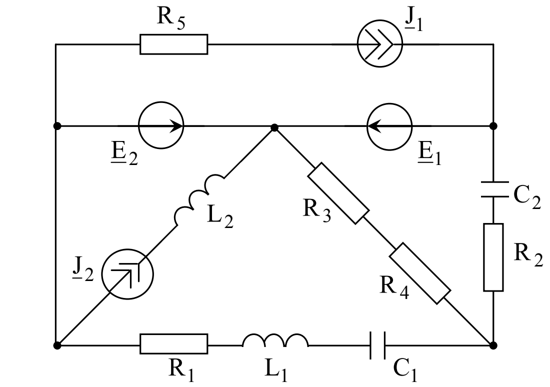


Схема № 35

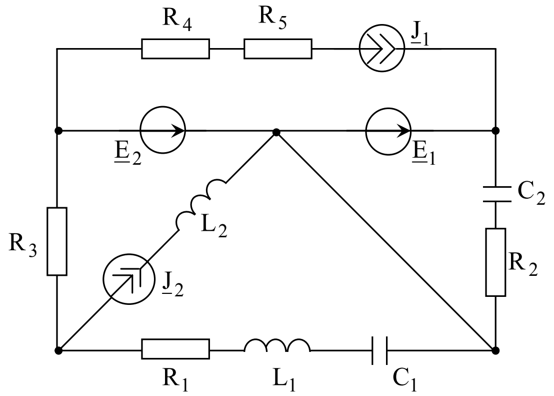


Схема № 36

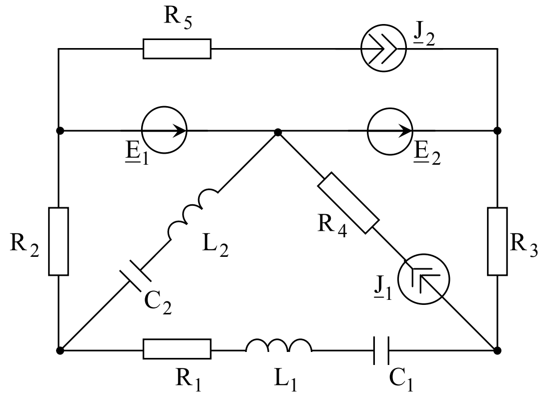


Схема № 37

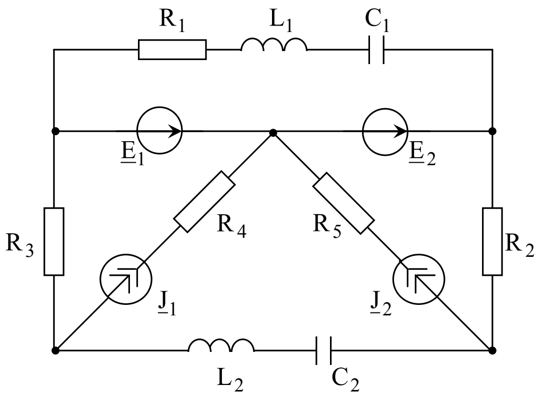


Схема № 38

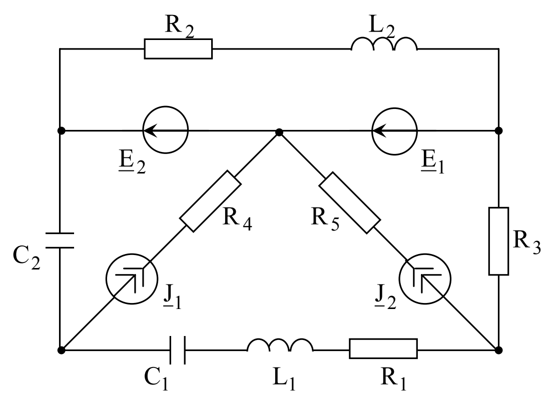


Схема № 39

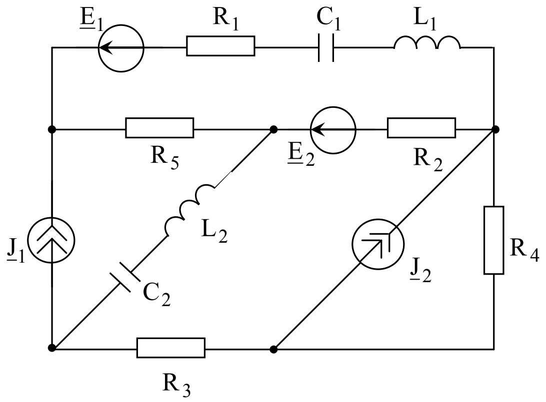


Схема № 40

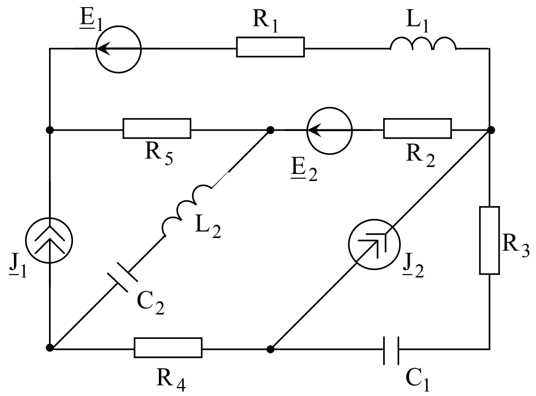


Схема № 41

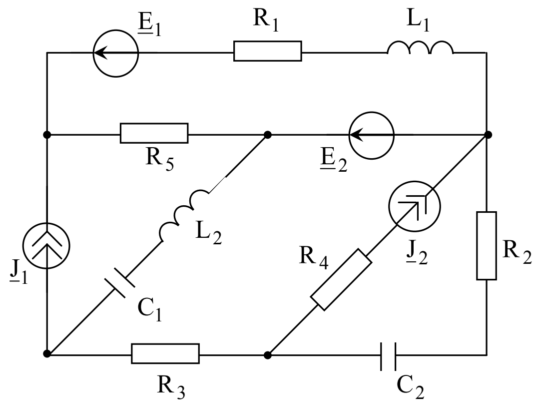


Схема № 42

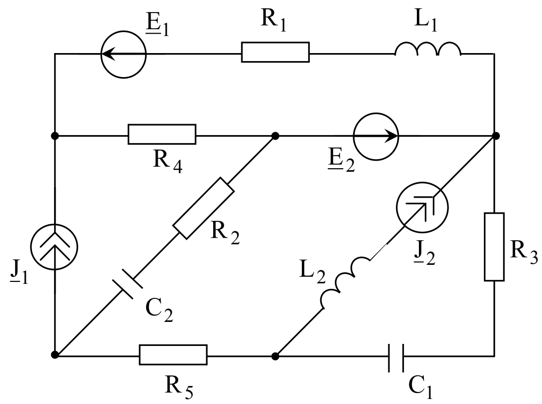


Схема № 43

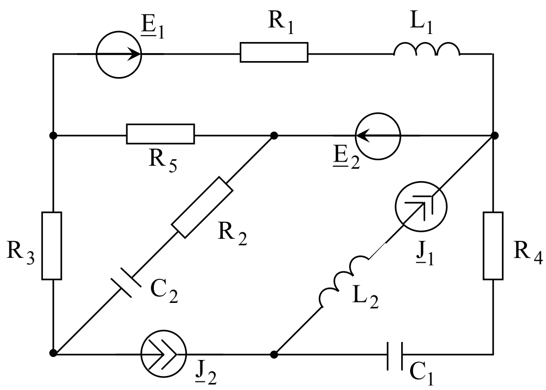


Схема № 44

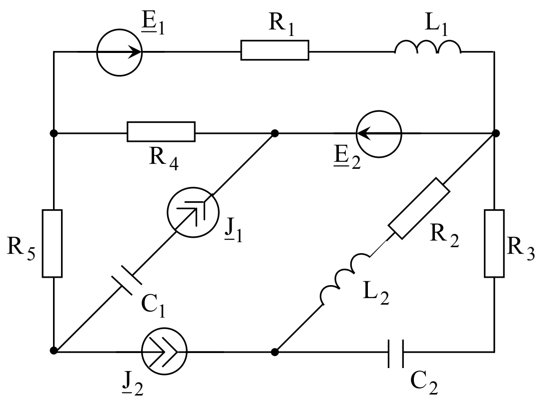


Схема № 45

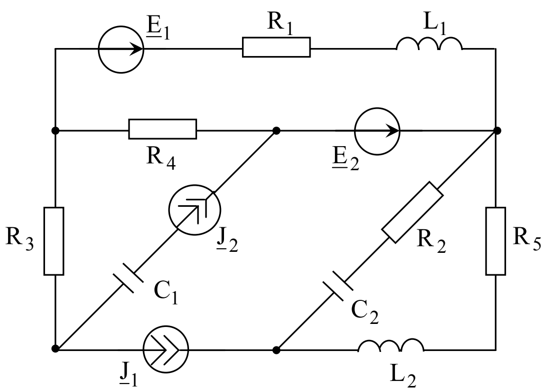


Схема № 46

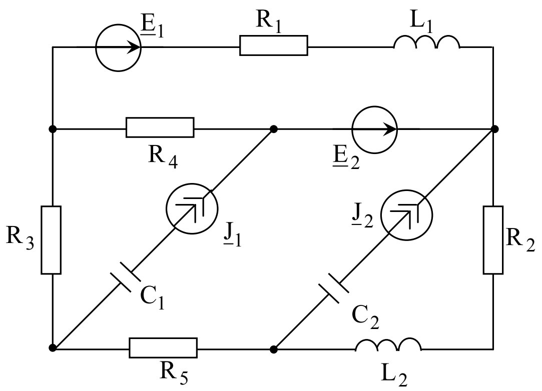


Схема № 47

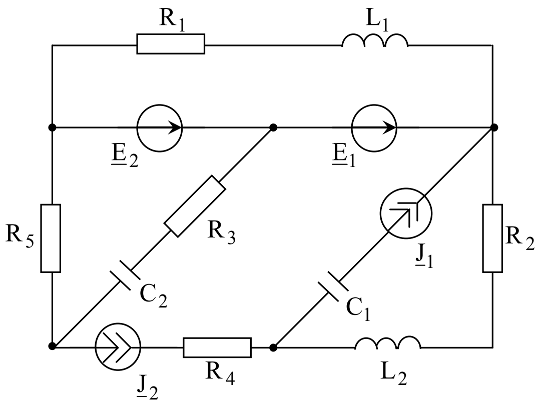


Схема № 48

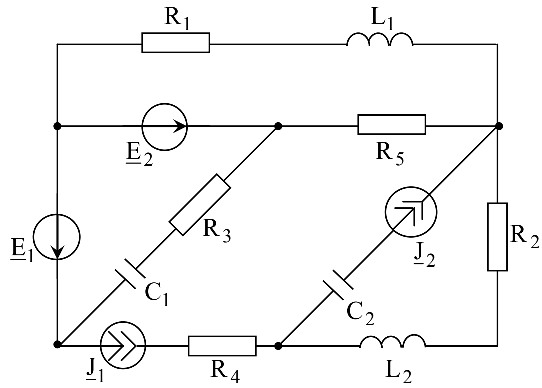


Схема № 49

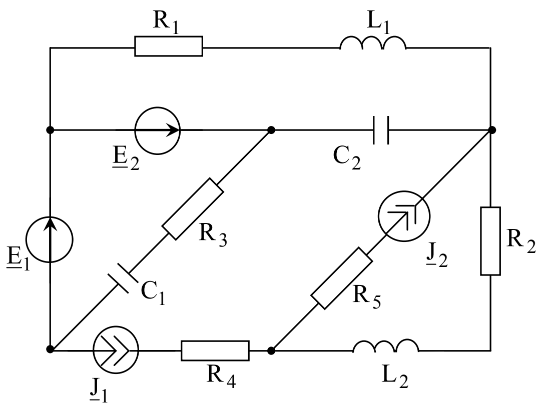


Схема № 50

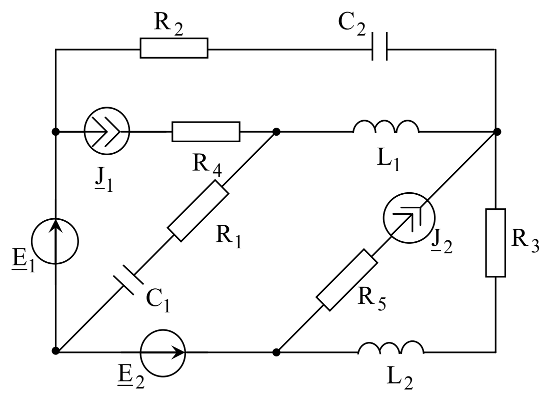


Схема № 51

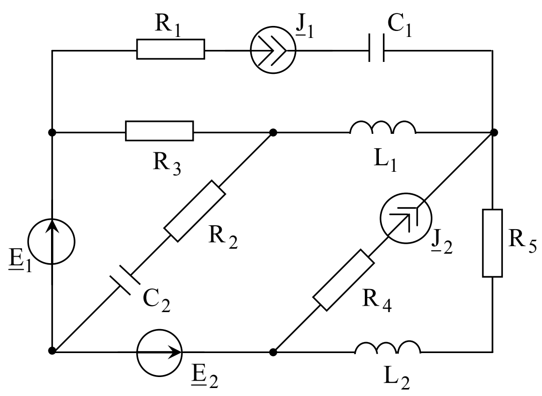


Схема № 52

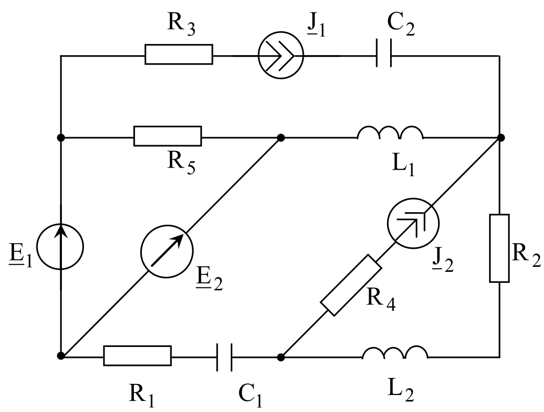


Схема № 53

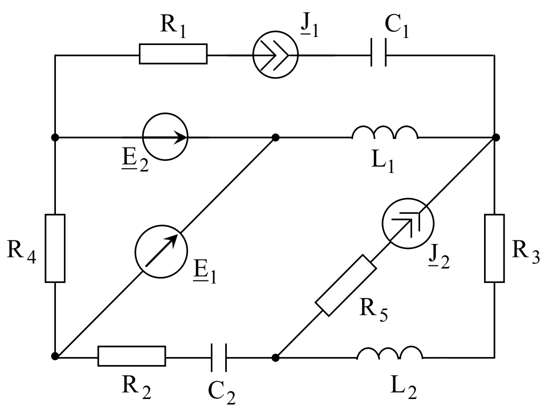


Схема № 54

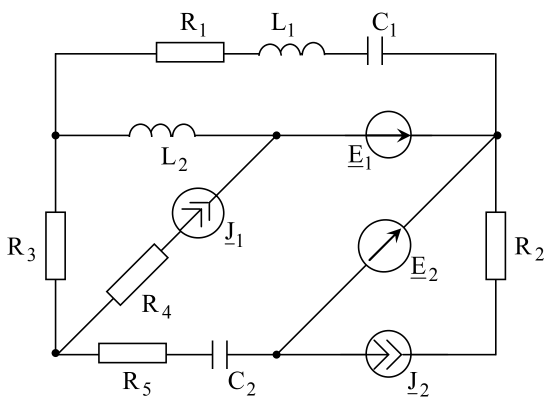


Схема № 55

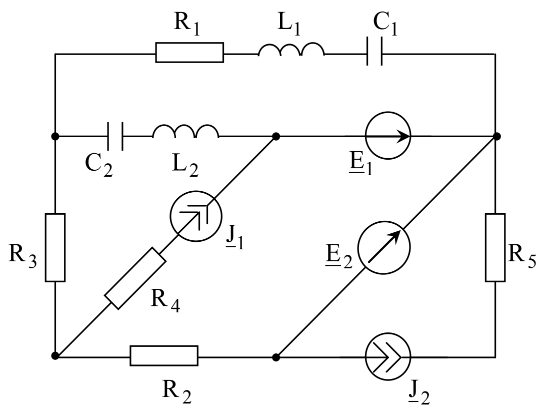


Схема № 56

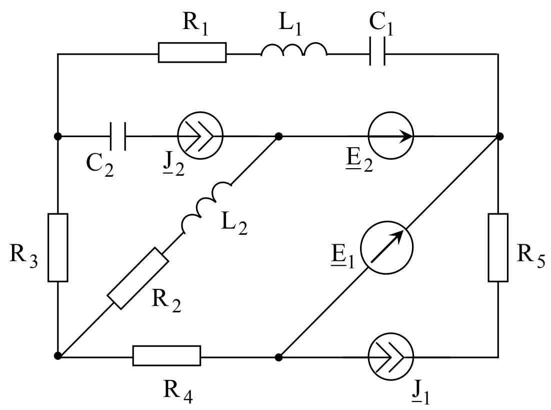


Схема № 57

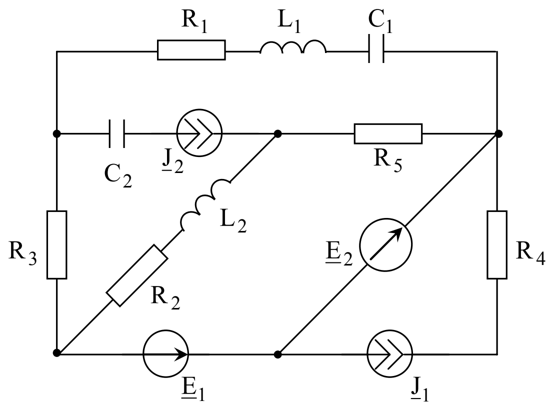


Схема № 58

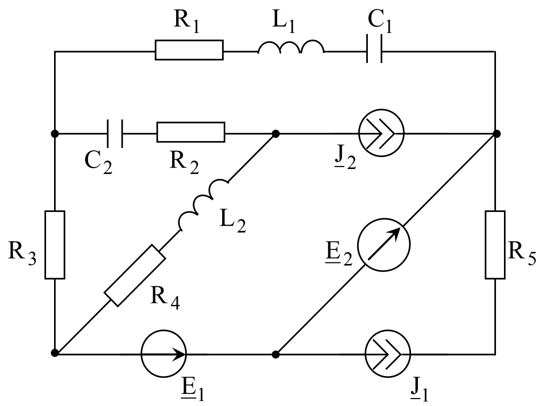


Схема № 59

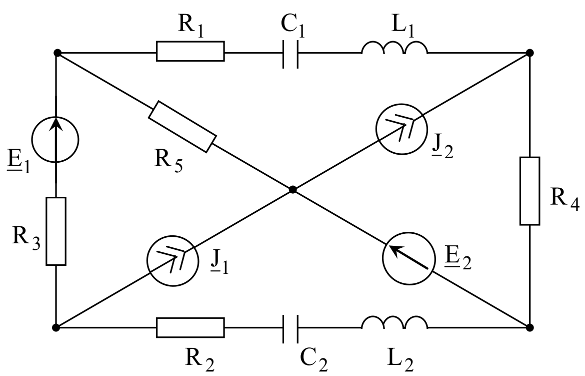


Схема № 60

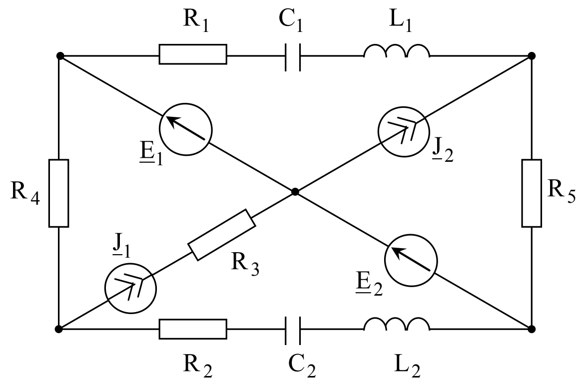


Схема № 61

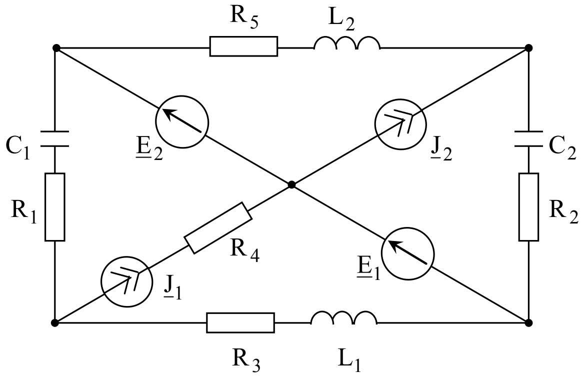


Схема № 62

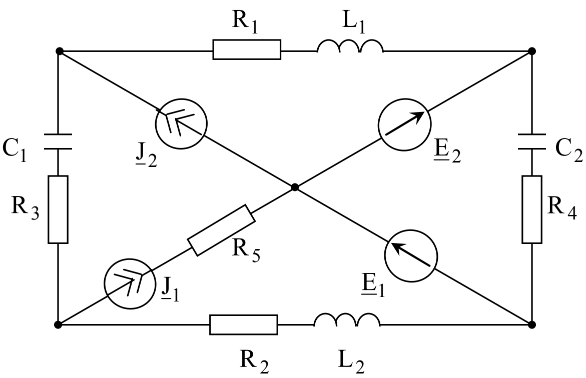


Схема № 63

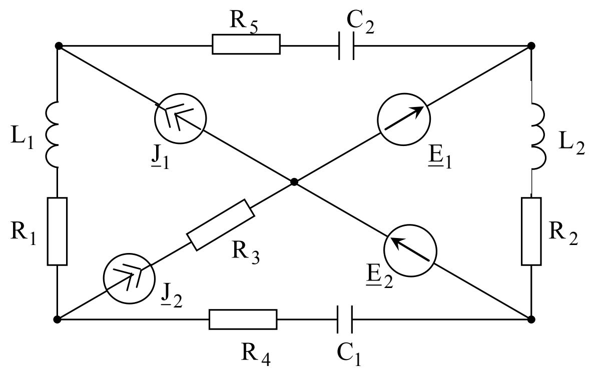


Схема № 64

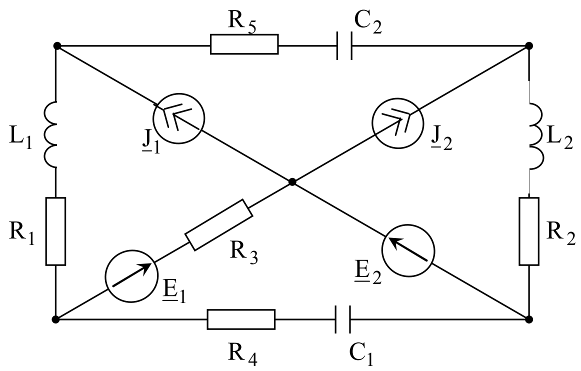


Схема № 65

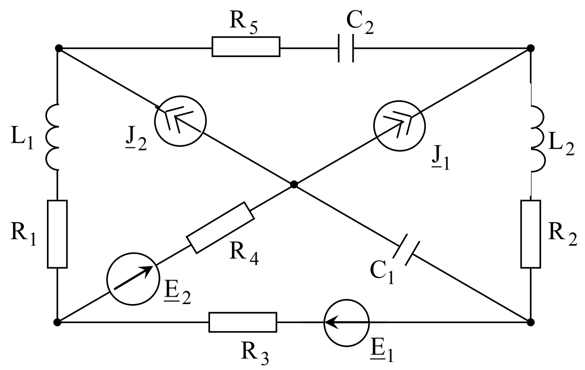


Схема № 66

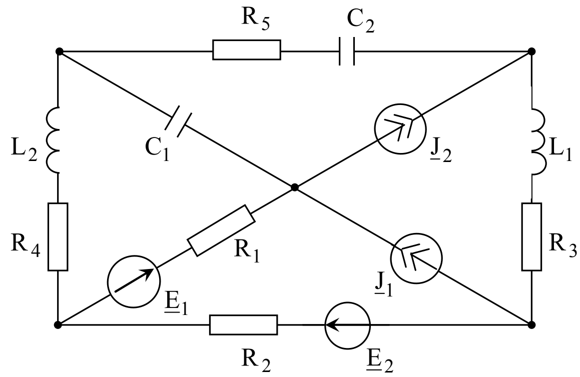


Схема № 67

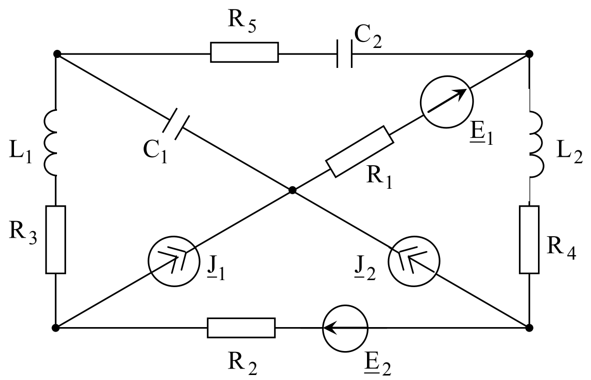


Схема № 68

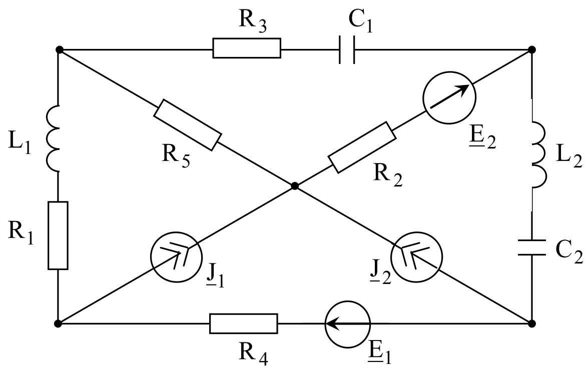


Схема № 69

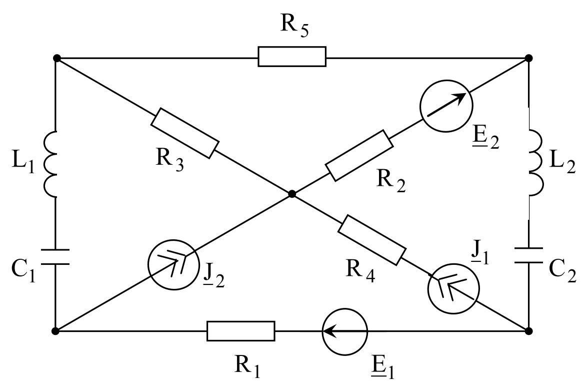


Схема № 70

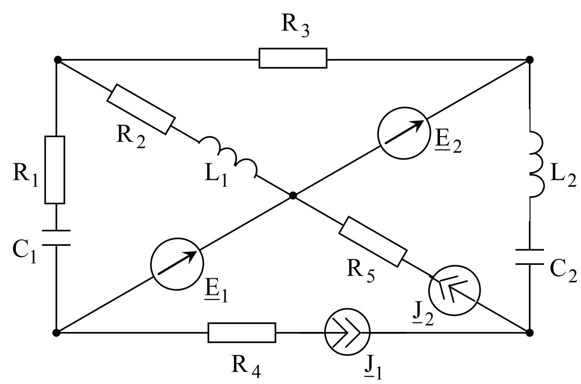


Схема № 71

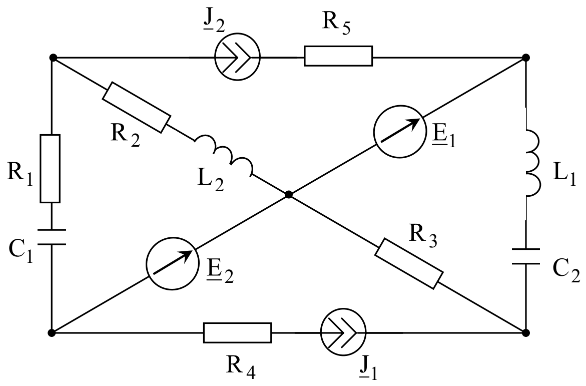


Схема № 72

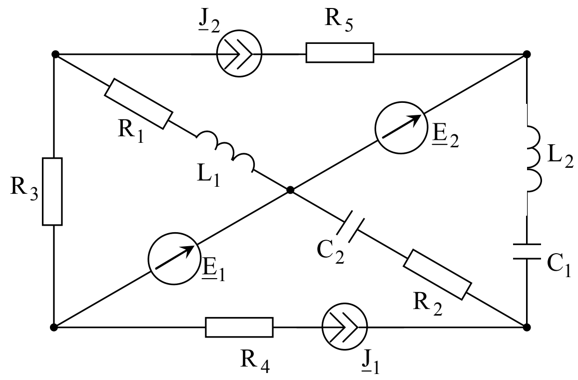


Схема № 73

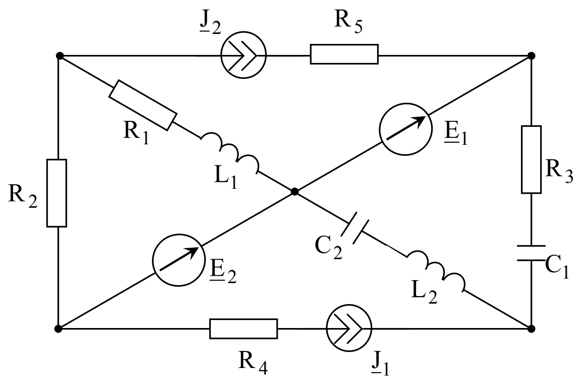


Схема № 74

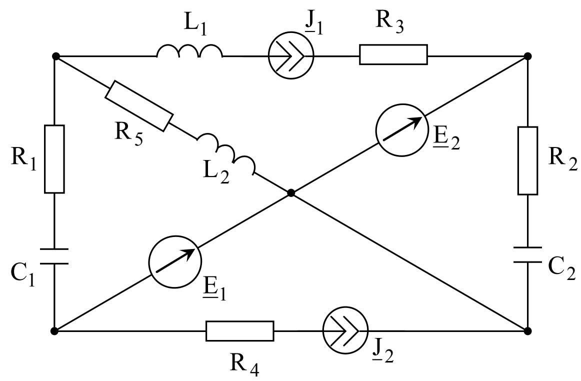


Схема № 75

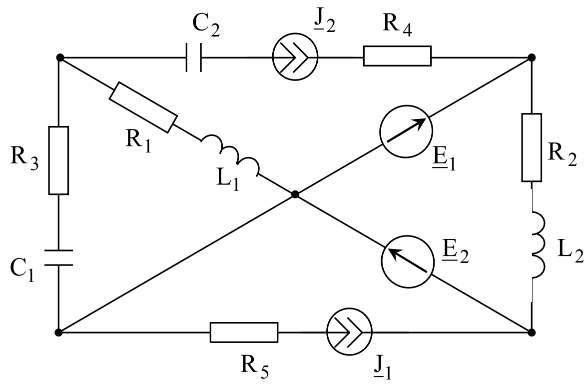


Схема № 76

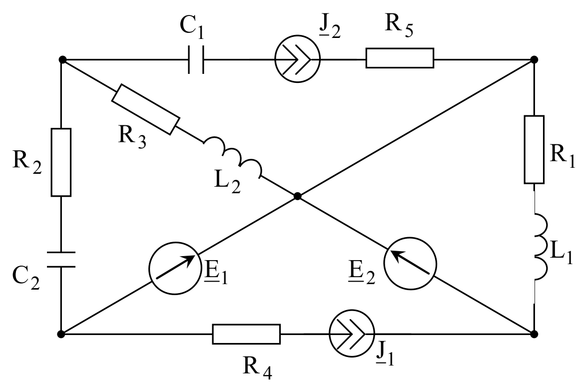


Схема № 77

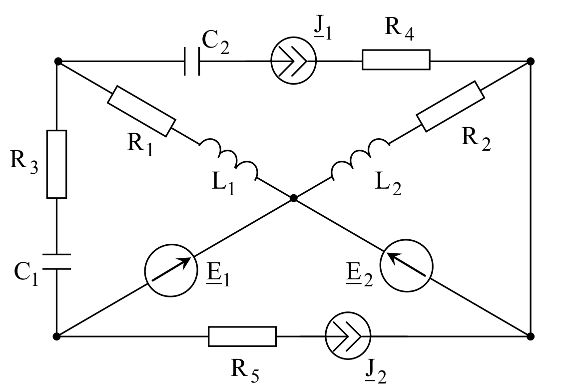


Схема № 78

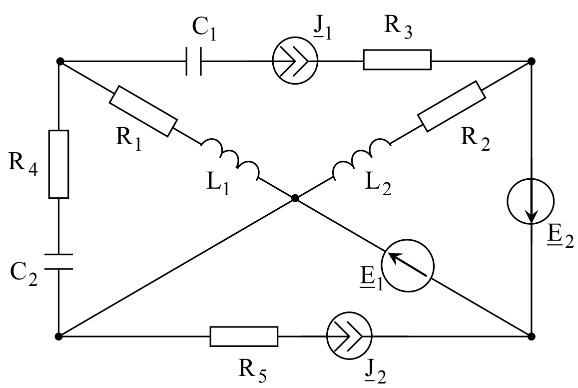


Схема № 79

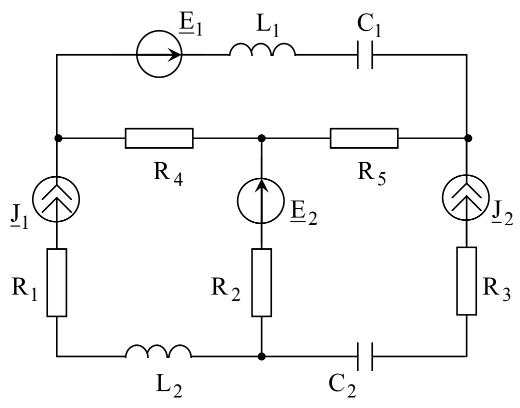


Схема № 80

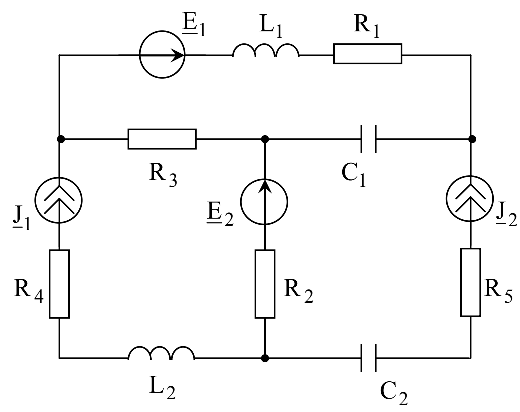


Схема № 81

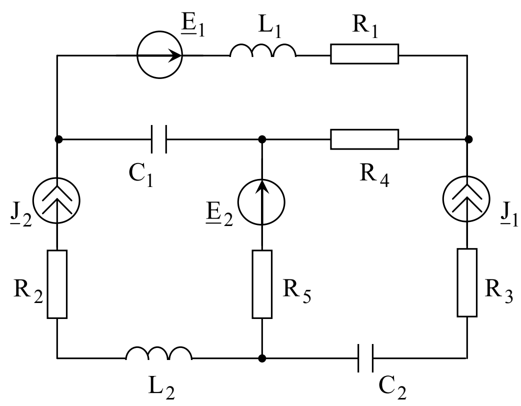


Схема № 82

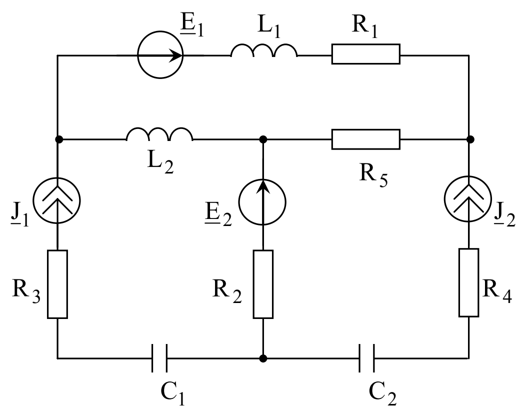


Схема № 83

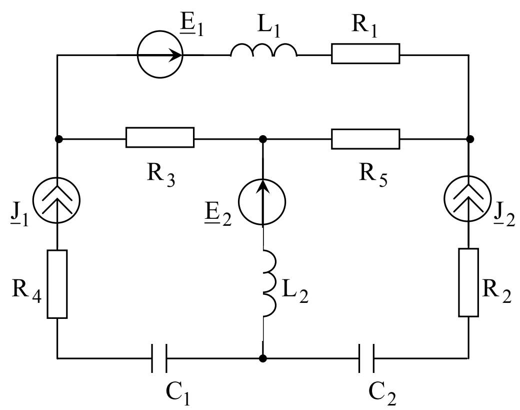


Схема № 84

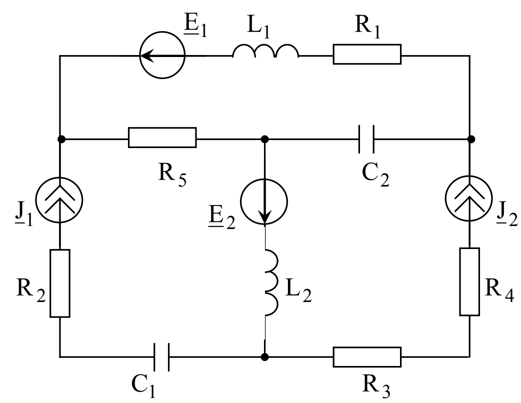


Схема № 85

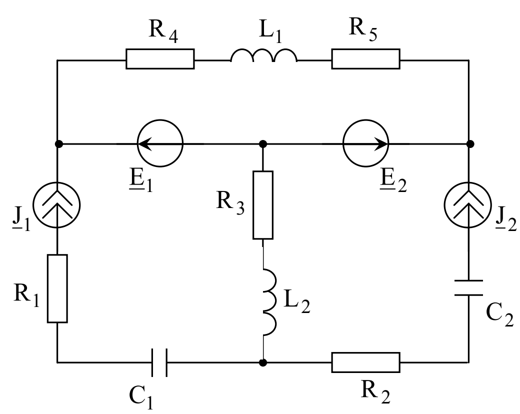


Схема № 86

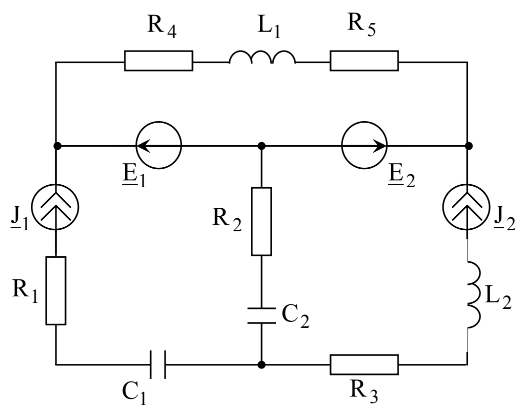


Схема № 87

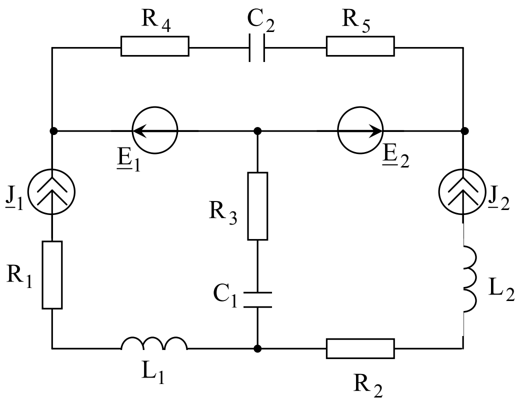


Схема № 88

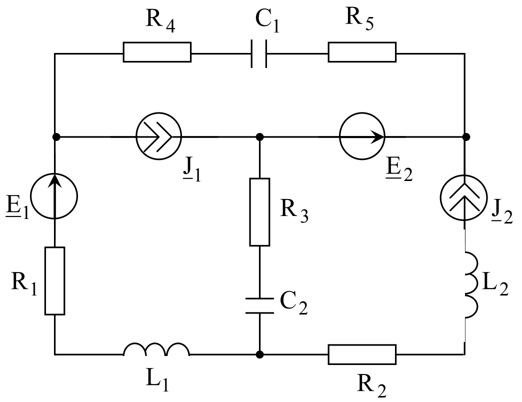


Схема № 89

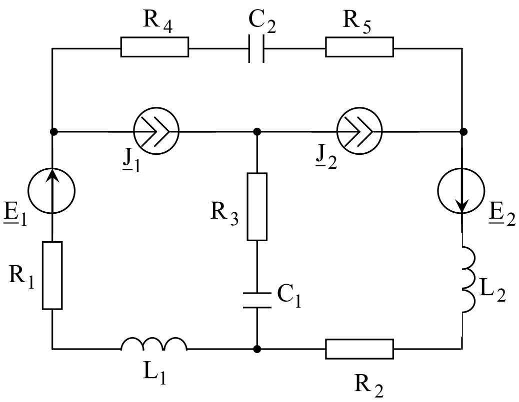


Схема № 90

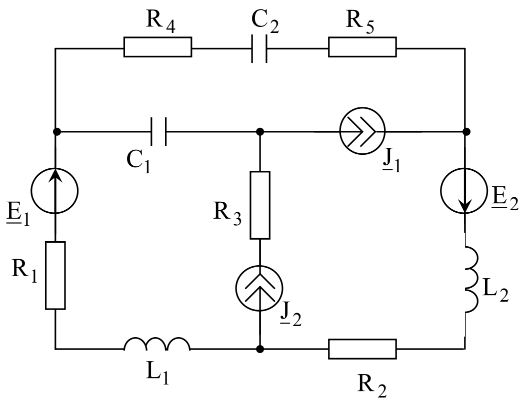


Схема № 91

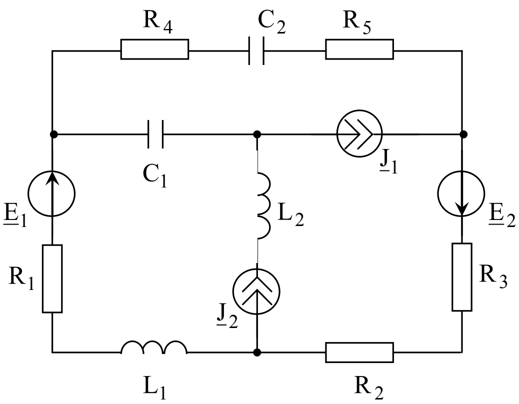


Схема № 92

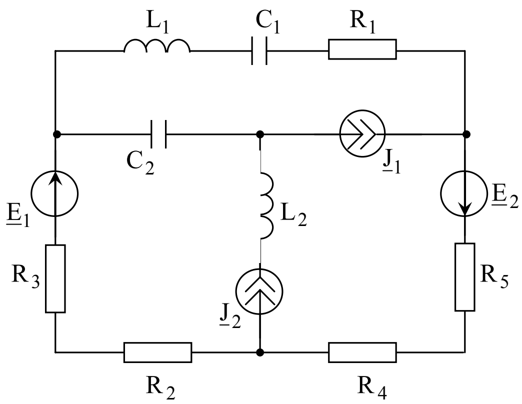


Схема № 93

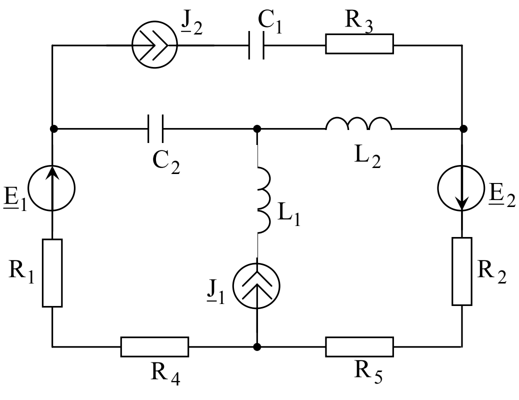


Схема № 94

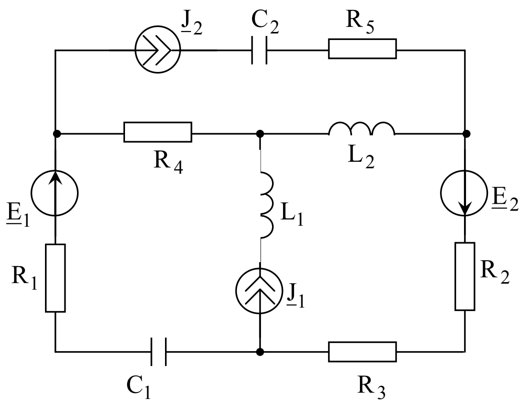


Схема № 95

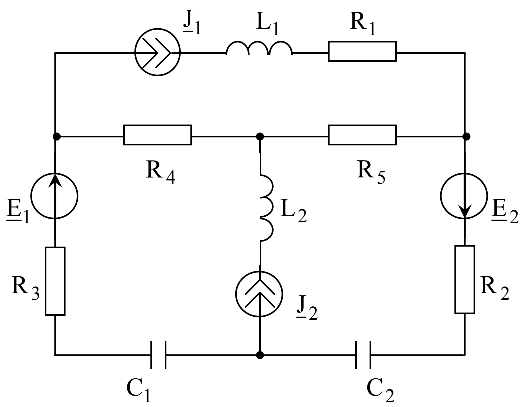


Схема № 96

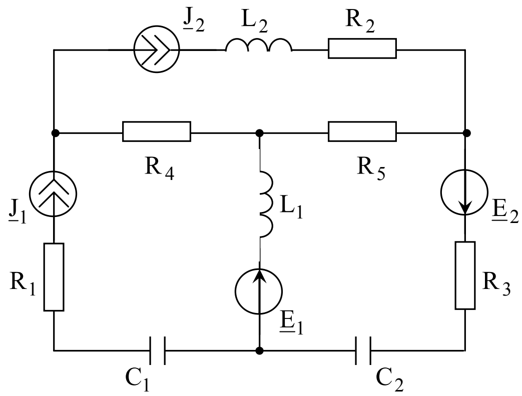


Схема № 97

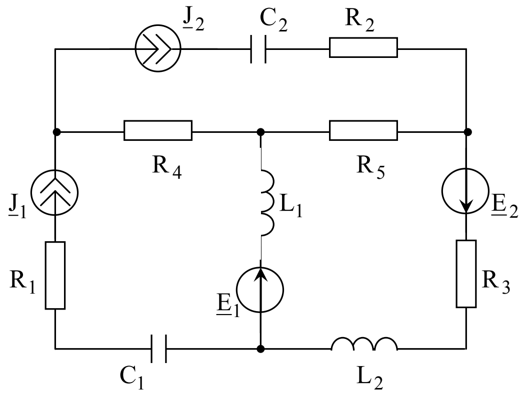


Схема № 98

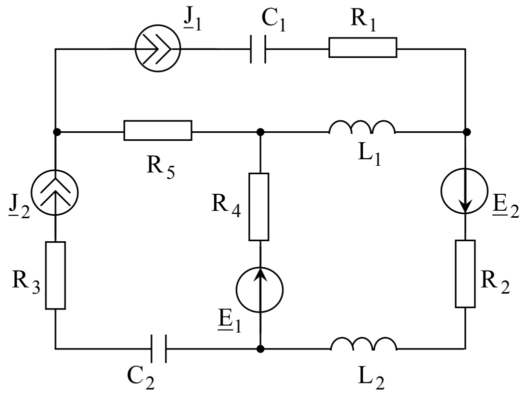


Схема № 99

Таблица № 1 Выбор численных значений к задаче № 1

Номер задания	E_1, В	E_2, В	J_1, А	J_2, А	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом
0	10	15	$2+n$	1	10	20	30	25	15
1	20	10	3	$2+n$	15	25	35	20	40
2	15	20	$5+n$	4	20	30	15	10	35
3	15	30	10	$3+n$	25	35	20	40	45
4	25	35	$4+n$	5	30	25	40	15	20
5	30	15	8	$6+n$	35	40	10	30	15
6	20	10	$7+n$	10	40	10	20	35	25
7	15	30	6	$7+n$	45	50	30	15	10
8	30	20	$1+n$	8	50	55	25	20	30
9	10	25	9	$2+n$	55	60	40	30	20

Внимание! Здесь и далее n – последняя цифра текущего года. Например, в 2009 году $n = 9$.

Таблица № 2 Выбор численных значений к задаче № 2

Номер задания	$\underline{E}_1$, В	$\underline{E}_2$, В	$\underline{J}_1$, А	$\underline{J}_2$, А
0	$10 \cdot e^{-j20^o}$	$15 \cdot e^{j30^o}$	$(2+n) \cdot e^{-j50^o}$	$1 \cdot e^{j40^o}$
1	$20 \cdot e^{j20^o}$	$10 \cdot e^{-j10^o}$	$3 \cdot e^{j30^o}$	$(2+n) \cdot e^{-j45^o}$
2	$15 \cdot e^{j30^o}$	$20 \cdot e^{j45^o}$	$(5+n) \cdot e^{-j20^o}$	$3 \cdot e^{-j35^o}$
3	$15 \cdot e^{-j20^o}$	$30 \cdot e^{-j60^o}$	$10 \cdot e^{-j35^o}$	$(3+n) \cdot e^{-j20^o}$
4	$25 \cdot e^{-j25^o}$	$35 \cdot e^{-j55^o}$	$(4+n) \cdot e^{-j30^o}$	$5 \cdot e^{-j45^o}$
5	$30 \cdot e^{-j30^o}$	$15 \cdot e^{j40^o}$	$8 \cdot e^{j55^o}$	$(6+n) \cdot e^{-j40^o}$
6	$20 \cdot e^{-j45^o}$	$10 \cdot e^{j35^o}$	$(7+n) \cdot e^{j10^o}$	$10 \cdot e^{-j35^o}$
7	$15 \cdot e^{j25^o}$	$30 \cdot e^{-j50^o}$	$6 \cdot e^{-j60^o}$	$(7+n) \cdot e^{j30^o}$
8	$30 \cdot e^{j45^o}$	$20 \cdot e^{j30^o}$	$(1+n) \cdot e^{-j50^o}$	$8 \cdot e^{-j25^o}$
9	$10 \cdot e^{j35^o}$	$25 \cdot e^{-j15^o}$	$9 \cdot e^{-j45^o}$	$(2+n) \cdot e^{j30^o}$

Номер задания	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	X_{L1}, Ом	X_{L2}, Ом	X_{C1}, Ом	X_{C2}, Ом
0	10	20	30	25	15	35	40	10	25
1	15	25	35	20	40	25	20	15	20
2	20	30	15	10	35	30	10	20	10
3	25	35	20	40	45	35	40	25	40
4	30	25	40	15	20	25	15	30	15
5	35	40	10	30	15	40	30	35	30
6	40	10	20	35	25	10	35	40	35
7	45	50	30	15	10	50	15	45	15
8	50	55	25	20	30	55	20	50	20
9	55	60	40	30	20	60	30	55	30